

Решения и критерии проверки**Задание 1. «Доходы» (20 баллов)****Краткое решение:**

а) **(8 баллов)** В одной модели используется возраст и квадрат его величины, чтобы определить возраст, в котором доход достигает максимального значения. Реально наблюдаемый эффект: доход сначала растёт с возрастом, потом падает ближе к выходу на пенсию.

б) **(4 балла)** Переменные β_1, β_2 могут принимать такие значения, чтобы была парабола ветвями вниз с вершиной в какой-то разумной точке (40-50 лет). ($\beta_1 > 0, \beta_2 < 0$).

с) **(8 баллов)** На доход могут влиять образование, опыт работы, пол, специальность, профессия, способности, здоровье, место жительства, должность, характеристики фирмы, характеристики страны и региона и пр. Например, переменная, отражающая опыт работы, может быть включена в уравнение в квадрате.

Критерии проверки:

а) **8 баллов** ставилось, если была явно указана необходимость включения одновременно возраста и квадрата его величины для наличия возраста, в котором доход максимален (**4 балла**), и приведено описание реального эффекта (увеличение доходов в молодости, замедление их роста в более старшем возрасте и снижение доходов в старости), которое можно было бы описать с помощью такой функциональной формы. (**4 балла**)

1-2 балла ставилось за попытку обоснования нелинейной зависимости дохода от возраста при отсутствии конкретных возрастных промежутков, на которых она может наблюдаться.

0 баллов ставилось, если в работе отсутствовало любое видимое объяснение необходимости включения age^2 .

б) **По 1 баллу** ставилось за правильное указание каждого из коэффициентов ($\beta_1 > 0, \beta_2 < 0$). Ещё **2 балла** ставилось за указание их связи с возрастом, в котором доход максимален. Можно было указать формулу для вершины параболы или описать словами. Например, если указывалось, что β_1 должно быть положительным, чтобы координата age вершины была положительной (при отрицательном β_2), то это тоже засчитывалось. Если в работе этот момент был отражён, но недостаточно аргументировано, снимался **1 балл**.

Указание о связи коэффициентов с вершиной является важным, т.к. большая часть ошибок была связана с тем, что в решении этот факт не учитывался и указывались такие знаки коэффициентов, при которых график $wage(age)$ получался либо убывающим, начиная с $age=0$, либо сначала убывающим, а потом возрастающим (и это никак не интерпретировалось, а чаще всего не согласовывалось с описаниями реального эффекта, приведённого в работе в предыдущем пункте).

с) **По 1 баллу** ставилось за любую указанную разумную переменную (но не больше **4-х баллов**).

Ещё **по 2 балла** ставилось за каждую указанную переменную, которая может влиять квадратично. Если указывалась неочевидная зависимость и не приводилось разумного объяснения, баллы не ставились.

Задание 2. «Дефицит» (20 баллов)**Решение:**

а) (6 баллов) В равновесии нет дефицита и поэтому $\Delta Q=0$, поэтому $p=40$; цена спроса и цена предложения совпадают $\Delta p=0$, поэтому $Q=60$.

б) (6 баллов) Новая цена $40 \cdot 0,9=36$. ΔQ , если подставить цену 36, равен 8 (формируется дефицит). Хотя объем спроса стал 64, но объем предложения $64-8=56$. На рынке продается 56 единиц товара, потребители не могут купить товара в таком объеме, сколько желают. Утверждение неверное.

с) (8 баллов) $\Delta p=2Q-120=2 \cdot 64-120=8$ (параллельный сдвиг кривой предложения; или разница между ценой предложения и ценой спроса; получив деньги от потребителя, производитель получает дополнительную сумму от правительства).

Критерии проверки:

По **3 балла** ставилось за аргументированное определение равновесной цены и объема продаж.

1 балл ставился за нахождение новой цены.

1 балл ставился за определение размера дефицита.

1 балл ставился за определение величины спроса при новой цене.

1 балл ставился за определение величины предложения при новой цене.

2 балла ставилось за аргументированное доказательство, что утверждение неверно.

За пункт с) полный балл (**8 баллов**) ставился при аргументированном и полном ответе.

В последнем пункте возможны решения с восстановлением функций спроса и предложения. Правильная функция спроса оценивалась в **2 балла**, функция предложения - **2 балла**, размер субсидии - **4 балла**.

Задание 3. «Майнинг» (20 баллов)

Решение (первый способ)

а) Всего из $15+15=30$ единиц труда в нашем распоряжении после «амнистии» остаётся $30-10=20$. Причём, заметим, при любых раскладах как минимум $15-10=5$ из них будут «сидеть» в регионе E и аналогично как минимум 5 в регионе W. По факту это абсолютно не мобильные единицы труда. У нас есть ещё $20-5-5=10$ единиц. Но эти 10 единиц труда, очевидно, могут быть распределены между регионами как угодно, то есть, про них можно сказать, что они абсолютно мобильны, а значит, будут работать только по лучшим линейным технологиям $x = 4L$ и $y = 2L$. Таким образом, есть 3 группы, общая КПВ будет суммой трёх КПВ.

КПВ для мобильного труда:

$$x = 4L_x \quad y = 2L_y \quad L_M = 10 \quad 0,25x + 0,5y = 10 \quad y = 20 - 0,5x$$

КПВ тех, кто сидит в своём регионе и гарантированно никуда не переедет (это значит, что им ничего не остаётся кроме как работать по технологиям с низкими производительностями):

$$E: \quad x = 2L_x \quad y = 2L_y \quad L_E = 5 \quad 0,5x + 0,5y = 5 \quad y = 10 - x$$

$$W: \quad x = 4L_x \quad y = L_y \quad L_W = 5 \quad 0,25x + y = 5 \quad y = 5 - 0,25x.$$

Три линейных КПВ, отсюда легко получить суммарную КПВ:

$$y = \begin{cases} 35 - 0,25x, & 0 \leq x \leq 20 \\ 40 - 0,5x, & 20 \leq x \leq 60 \\ 70 - x, & 60 \leq x \leq 70 \end{cases}$$

б) Идея задачи сводится к тому, что есть $L_E = 15$ и $L_W = 15$ абсолютно не мобильных единиц труда и ещё $\Delta L = 10$ абсолютно мобильных. Очевидно, суммарная КПВ страны будет являться суммой КПВ для этих трёх групп. В силу линейности всех производственных функций, абсолютно мобильный труд будет работать исключительно по технологиям $x = 4L$ и $y = 2L$, откуда можно получить КПВ для новых единиц труда:

$$x = 4L_x \quad y = 2L_y \quad \Delta L = 10 \quad 0,25x + 0,5y = 10 \quad y = 20 - 0,5x$$

С региональными КПВ всё очевидно:

$$E: \quad x = 2L_x \quad y = 2L_y \quad L_E = 15 \quad 0,5x + 0,5y = 15 \quad y = 30 - x$$

$$W: \quad x = 4L_x \quad y = L_y \quad L_W = 15 \quad 0,25x + y = 15 \quad y = 15 - 0,25x.$$

Три линейных КПВ, суммируем, получаем ответ (все промежуточные выкладки опускаем):

$$y = \begin{cases} 65 - 0,25x, & 0 \leq x \leq 60 \\ 80 - 0,5x, & 60 \leq x \leq 100 \\ 130 - x, & 100 \leq x \leq 130 \end{cases}$$

Решение (второй способ)

а) Пусть a – количество амнистированных в регионе E, тогда в регионе W будет амнистировано $10 - a$. Рабочие силы, соответственно, составят $L_E = 15 - a$ и $L_W = 15 - (10 - a) = 5 + a$. Посмотрим на суммарную КПВ в зависимости от a . Найдём КПВ каждого из регионов:

$$E: \quad x = 2L_x \quad y = 2L_y \quad L_E = 15 - a \quad 0,5x + 0,5y = 15 - a \quad y = 30 - 2a - x$$

$$W: \quad x = 4L_x \quad y = L_y \quad L_W = 5 + a \quad 0,25x + y = 5 + a \quad y = 5 + a - 0,25x$$

Две линейных КПВ, суммарная строится стандартно – КПВ региона W нужно перенести вверх на $30 - 2a$ (максимальное число игроков в регионе E), а КПВ региона E нужно

перенести вправо на $20 + 4a$ (максимальное число иксов в регионе W). Таким образом, первый участок задаётся функцией $y = 5 + a - 0,25x + 30 - 2a = 35 - a - 0,25x$, второй $- y = 30 - 2a - (x - 20 - 4a) = 50 + 2a - x$. Суммарная КПВ

$$y = \begin{cases} 35 - a - 0,25x, & 0 \leq x \leq 20 + 4a \\ 50 + 2a - x, & 20 + 4a \leq x \leq 50 + 2a \end{cases}$$

Параметр a не влияет на наклон прямых. Видим, что чем больше a , тем ниже будет первый участок и правее второй участок. Стало быть, если $a = 0$, то первый участок максимально отдалён от начала координат, а значит, будет являться частью итоговой КПВ. При $a = 0$ первый участок имеет вид $y = 35 - 0,25x$, промежуток $0 \leq x \leq 20$. Аналогично, если $a = 10$, то второй участок максимально отдалён от начала координат, а значит, будет являться частью итоговой КПВ. При $a = 10$ второй участок имеет вид $y = 70 - x$, промежуток $60 \leq x \leq 70$. Что будет происходить между точками $(20; 30)$ и $(60; 10)$? Интуиция подсказывает соединить эти точки прямой линией. И правда: на этой прямой будут лежать точки излома всех КПВ для $0 < a < 10$. Изломы КПВ находятся в точках с координатами $(20 + 4a; 30 - 2a)$. Есть параметрически заданная линия $(x; y) = (20 + 4a; 30 - 2a)$, которая содержит точки излома всех КПВ. Это прямая, и если привести её к привычному виду, избавившись от параметра a , можно получить следующее:

$$x = 20 + 4a \quad 2a = 0,5x - 10 \quad y = 30 - 2a = 30 - (0,5x - 10) = 40 - 0,5x$$

Остаётся записать ответ:

$$y = \begin{cases} 35 - 0,25x, & 0 \leq x \leq 20 \\ 40 - 0,5x, & 20 \leq x \leq 60 \\ 70 - x, & 60 \leq x \leq 70 \end{cases}$$

б) Пусть b – количество единиц труда, которое было послано в регион E, тогда в регион W будет послано $10 - b$. Рабочие силы, соответственно, составят $L_E = 15 + b$ и $L_W = 15 + 10 - b = 25 - b$. Посмотрим на суммарную КПВ в зависимости от b . Найдём КПВ каждого из регионов:

$$\begin{array}{llllll} E: & x = 2L_x & y = 2L_y & L_E = 15 + b & 0,5x + 0,5y = 15 + b & y = 30 + 2b - x \\ W: & x = 4L_x & y = L_y & L_W = 25 - b & 0,25x + y = 25 - b & y = 25 - b - 0,25x \end{array}$$

Суммарная КПВ строится аналогично:

$$y = \begin{cases} 55 + b - 0,25x, & 0 \leq x \leq 100 - 4b \\ 130 - 2b - x, & 100 - 4b \leq x \leq 130 - 2b \end{cases}$$

Параметр b не влияет на наклон прямых. Видим, что чем больше b , тем выше будет первый участок и левее второй участок. Стало быть, если $b = 10$, то первый участок максимально отдалён от начала координат, а значит, будет являться частью итоговой КПВ. При $b = 10$ первый участок имеет вид $y = 65 - 0,25x$, промежуток $0 \leq x \leq 60$. Аналогично, если $b = 0$, то второй участок максимально отдалён от начала координат, а значит, будет являться частью итоговой КПВ. При $b = 0$ второй участок имеет вид $y = 130 - x$, промежуток $100 \leq x \leq 130$. Что будет происходить между точками $(60; 50)$ и $(100; 30)$? Интуиция подсказывает соединить эти точки прямой линией. И правда: на этой прямой будут лежать точки излома всех КПВ для $0 < b < 10$. Изломы КПВ находятся в точках с координатами $(100 - 4b; 30 + 2b)$. Есть параметрически заданная линия $(x; y) = (100 - 4b; 30 + 2b)$, которая содержит точки излома всех КПВ. Это прямая, и если привести её к привычному виду, избавившись от параметра a , можно получить следующее:

$$x = 100 - 4b \quad 2b = 50 - 0,5x \quad y = 30 + 2b = 30 + 50 - 0,5x = 80 - 0,5x$$

Остаётся записать ответ:

$$y = \begin{cases} 65 - 0,25x, & 0 \leq x \leq 60 \\ 80 - 0,5x, & 60 \leq x \leq 100 \\ 130 - x, & 100 \leq x \leq 130 \end{cases}$$

Критерии проверки:

Пункт (а):

- **4 балла** за нахождение всех ключевых точек КПВ (по 1 баллу за точку);
- **3 балла** за нахождение всех участков графика (по 1 баллу за участок);
- **3 балла** за корректные промежуточные выкладки, выводящие на ответ (в зависимости от полноты и логичности рассуждений)

Итого за пункт (а) – **10 баллов**.

В некоторых работах имела место ошибочная трактовка условия пункта (а): участники полагали, что 10 единиц труда **продолжают участвовать в производстве** товаров, хотя в тексте задачи явно говорилось: «Руководство страны N решило разрешить миграцию 10 единицам труда, которые **перестанут участвовать** в добыче золота и заготовке древесины». Такие работы оценивались исходя из максимума в **8 баллов**, причём 2 балла автоматически вычитались из тех 3 баллов, что предназначены за промежуточные рассуждения. То есть, фактически такие решения оценивались по схеме **4+3+1**, а не 4+3+3. Ответ при таком понимании условия задачи будет следующим:

$$y = \begin{cases} 55 - 0,25x, & 0 \leq x \leq 20 \\ 60 - 0,5x, & 20 \leq x \leq 100 \\ 110 - x, & 100 \leq x \leq 110 \end{cases}$$

5

Пункт (b):

- **4 балла** за нахождение всех ключевых точек КПВ (по 1 баллу за точку);
- **3 балла** за нахождение всех участков графика (по 1 баллу за участок);
- **3 балла** за корректные промежуточные выкладки, выводящие на ответ (в зависимости от полноты и логичности рассуждений)

Итого за пункт (b) – **10 баллов**.

Во многих работах участники перед решением пунктов (а) и (b) находили изначальные КПВ регионов (при рабочей силе 15 в обоих регионах) и строили суммарную КПВ. Эти действия в большинстве случаев не оценивались баллами (если только при решении пункта (b) не было прямой отсылки к этим выкладкам – тогда они могли засчитываться как часть промежуточных рассуждений).

Задание 4. «Курс криптовалюты» (20 баллов)**Решение и критерии проверки:**

Пункт а:

5 баллов: Ключевая мысль – цена зависит не только от предложения, но и от спроса, и никто не гарантирует, что спрос на криптовалюту будет позволять поддерживать высокий уровень цен. Это мысль оценивалась в полные **5 баллов**. При отсутствии мысли об уровне спроса, по **2-3 балла** ставилось за разумные соображения, описывающие сторону предложения и приводящие к правильному выводу: к примеру, за снижение издержек с ростом вычислительных мощностей, за возможность написания программы для автоматического прохождения уровней и так далее.

5 баллов: На этом этапе предложение криптовалюты будет фиксировано, поэтому цена будет определяться стороной спроса. За это соображение ставился полный балл.

Снимался **1 балл** за то, что ответ на второй вопрос пункта а) не был явно выделен в решении.

Пункт б:

5 баллов: $MV=PY$, при фиксированных выпуске и скорости обращения денег падение денежной массы приводит к падению цен. Если нет указания на фиксированные выпуск и скорость обращения денег – снимается **1 балл**. Если есть указания на связь денежной массы и уровня цен без достаточной мотивации – снимается еще **1 балл**.

Корректные рассуждения через модель AD-AS (падение совокупного спроса – падение цен) также принимались в качестве правильных.

Пункт с:

5 баллов. Самый разумный подход – взять исторические данные за определенный период времени, построить прогноз на следующий период времени и сравнить прогнозы с реальными данными. Тогда в качестве лучшей модели можно выбрать ту, которая дает наиболее точные прогнозы. В качестве частично правильных решений принимались следующие:

- Соображения о том, что нужно учитывать предпосылки моделей
- Соображения о том, что можно брать среднее из нескольких прогнозов (консенсус-прогноз)
- Соображения о возможности учета связи с курсами других криптовалют

За частично правильное решение при отсутствии верного ставилось **2-3 балла**.

Рассуждения о том, какие переменные должна использовать правильная модель, как она должна выглядеть, по каким принципам ее надо строить и подобные являются ответом на другой вопрос («как построить модель?», а не «как выбрать модель?») и не принимаются в качестве решения пункта с.

Задание 5. «Елочные игрушки» (20 баллов)**Решение:**

а) Найдем, сколько елочных игрушек будет продавать фирма в зависимости от стоимости доставки:

$$TR = P_M Q_M + P_N Q_N = (36 - Q_M)Q_M + (24 - 2Q_N)Q_N$$

$$TC = 6Q_M + 6Q_N + MQ_M + NQ_N$$

$$Pr = TR - TC = -Q_M^2 + (36 - 6 - M)Q_M - 2Q_N^2 + (24 - 6 - N)Q_N$$

Это парабола с ветвями вниз относительно обоих Q , поэтому мы легко можем найти максимум:

$$Q_M^* = \frac{30 - M}{2} = 15 - 0.5M$$

$$Q_N^* = \frac{18 - N}{4} = 4.5 - 0.25N$$

Теперь мы можем промаксимизировать прибыль транспортной компании:

$$Pr = MQ_M^* + NQ_N^* = 15M - 0.5M^2 + 4.5N - 0.25N^2$$

$$M^* = \frac{15}{1} = 15, N^* = \frac{4.5}{0.5} = 9$$

Ответ: $M = 15, N = 9$.

б) Вернемся к прибыли транспортной компании:

$$Pr = MQ_M^* + NQ_N^* = 15M - 0.5M^2 + 4.5N - 0.25N^2$$

$$M = N \rightarrow Pr = 15M - 0.5M^2 + 4.5M - 0.25M^2 = -0.75M^2 + 19.5M$$

$$M^* = \frac{19.5}{1.5} = \frac{39}{3} = 13$$

Ответ: $M = N = 13$.

с) Мск: было $Q_M = 7.5 \rightarrow P_M = 36 - 7.5 = 28.5$, стало $Q_M = 8.5 \rightarrow P_M = 36 - 8.5 = 27.5$.

Нск: было $Q_N = 2.25 \rightarrow P_N = 24 - 2 * 2.25 = 19.5$, стало

$$Q_N = 1.25 \rightarrow P_N = 24 - 2 * 1.25 = 21.5.$$

Ответ: в Мске цена упала на 1, в Нске выросла на 2.

Критерии проверки:

а) Максимальный балл – **10б.**

- Не составлена функция прибыли фирмы от переменных Q_M, Q_N или P_M, P_N или составлена некорректно – штраф **-2б.** Решение, где прибыль была верно записана отдельно для городов Мска и Нска считалось верным.
- Не выведены зависимости $Q_M(M), Q_N(N)$ или выведены некорректно. За каждую отсутствующую или неверную функцию $Q_M(M), Q_N(N)$ штраф **-2б.**
- Не составлена функция прибыли транспортной компании в зависимости от M и N или составлена некорректно. **-2б.**
- Значения N и M не найдены или найдены некорректно. **-2б.**

б) Максимальный балл – **6б.**

- Не найдено значение единого тарифа ($M=N$) или найдено некорректно. **-6б.**

с) Максимальный балл – **4б**.

- Не найдено или найдено некорректно значение цен P_M , P_N до или после введения единого тарифа. **-2б**.
- Нет сравнения цен P_M , P_N до и после введения нового тарифа. **-2б**.

- Если решение в целом верное, но была допущена арифметическая ошибка, которая не упростила решение задачи, то подобная арифметическая ошибка штрафовалась - **2б** от максимального.
- Если при решении Q считалось целочисленным, то применялся штраф **-2б** ко всей работе.
- Если при максимизации прибыли не был обоснован максимум, применялся штраф - **1б** ко всей работе.