

Время выполнения задания – 180 мин., язык - русский или английский.

Решите следующие задачи.

1. Задача 1. (16 баллов) Четыре фирмы конкурируют по Курно (т.е. выбирая объемы производства) на рынке однородного товара в течение одного периода. Функция обратного спроса описывается как  $P = 10 - Q$ , где  $P$  – рыночная цена,  $Q = q_1 + \dots + q_4$  – совокупный выпуск, а  $q_k \geq 0$  – выпуск фирмы  $k = 1, \dots, 4$ . Полные издержки фирм заданы следующим образом  $C_1(q) = C_2(q) = 2q$ ,  $C_3(q) = C_4(q) = 5q$ . Прибыль фирмы  $k$  задана следующим образом  $\Pi_k = P(Q)q_k - C_k(q_k)$ . Найдите равновесные выпуски фирм.

2. Задача 2. (20 баллов) Функция полезности потребителя задана как  $U = \sqrt{x} + y$ , где  $x$  и  $y$  – объемы потребляемых товаров  $X$  и  $Y$ . Пусть  $P_x > 0$  – цена товара  $X$ , а  $P_y > 0$  – цена товара  $Y$ . Бюджет потребителя составляет  $M > 0$  руб. Предположим,  $P_x = 1$  руб. Найдите оптимальное потребление товаров  $X$  и  $Y$  для различных значений  $P_y$  и  $M$ , то есть  $x(M, P_y)$  и  $y(M, P_y)$ .

3. Задача 3. (16 баллов). Из 30 студентов 12 смогут сдать зачет с первого раза с вероятностью 0,6, 8 – с вероятностью 0,5 и 10 – с вероятностью 0,7. Случайно выбранный студент пошел на зачет и сдал его. К какой из групп вероятнее всего принадлежал этот студент?

4. Задача 4. (16 баллов). Из 200 задач первого раздела курса статистики, предложенных для решения, студенты решили 130, а из 300 задач второго раздела студенты решили 120. Можно ли при  $\alpha = 0,01$  утверждать, что первый раздел курса студенты усвоили лучше, чем второй?

5. Задача 5. (16 баллов). Контрольная работа состоит из четырех вопросов. На каждый вопрос приведено три варианта ответа, один из которых правильный. Составить закон распределения числа правильных ответов  $X$  при простом угадывании. Найти математическое ожидание и дисперсию,  $M(X)$ ,  $D(X)$ .

6. Дайте развернутый ответ (20 баллов) Предположим, что пять студентов работают над групповым проектом. Каждый из студентов индивидуально решает, сколько часов он потратит на эту работу. Качество проекта зависит от общего числа часов, затраченных всеми студентами. По результатам оценки проекта каждый студент получает одинаковую оценку, которая зависит от качества проекта. Издержки, связанные с каждым потраченным часом работы, так же как и ценность получения более высокой награды, одинаковы для каждого студента. Предположим, студенты определяют одновременно и независимо друг от друга.

А) Прокомментируйте следующее утверждение: «Качество проекта никогда не будет оптимальным с общественной точки зрения (то есть не будет максимизировать суммарную ценность оценок всех участников проекта)». (10 баллов)

Б) Можно ли рассматривать групповой проект как общественное благо для данной группы студентов? Объясните свой ответ. (10 баллов)