

Время выполнения задания – 240 мин.

Задача 1.

В качестве объекта управления выбрана упрощенная модель снаряда. Модель объекта представлена на рис. 1.

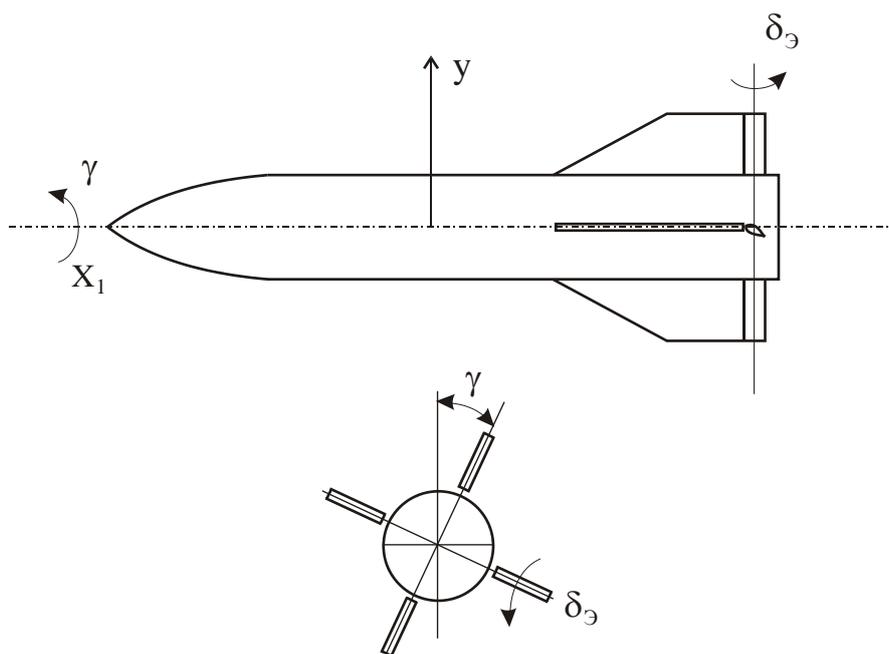


Рис.1. Модель объекта

Движение снаряда описывается системой уравнений третьего порядка (здесь и далее временной аргумент для краткости будем опускать):

$$\begin{cases} \dot{\delta}_e = u, \\ \dot{\omega}_{x_1} = -\frac{1}{T_\gamma} \omega_{x_1} + \frac{N_e + \alpha}{T_\gamma} \delta_e, \\ \dot{\gamma} = \omega_{x_1}, \end{cases} \quad (1)$$

где

δ_e – угол отклонения элеронов,

ω_{x_1} – угловая скорость крена,

γ – угол крена,

T_γ – постоянная времени снаряда,

N_e – эффективность элеронов,

u – сигнал управления,

α – параметр возмущения ($-5 \leq \alpha \leq 5$).

Если принять следующие обозначения:

$$x = \begin{pmatrix} \delta_e \\ \omega_{x_1} \\ \gamma \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{N_e}{T_\gamma} + \alpha & -\frac{1}{T_\gamma} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

систему (1) можно переписать в канонической форме: $\dot{x} = Ax + Bu$.

Минимизируемый функционал качества задан в виде:

$$J = \int_{t_0}^T \left\{ \frac{\gamma^2}{\gamma_0^2} + \frac{\delta_e^2}{\delta_{e0}^2} + \frac{u^2}{u_0^2} \right\} dt, \quad (2)$$

где

γ_0 – желаемое максимальное значение γ ,

δ_{e0} – максимально допустимое значение δ_e ,

u_0 – максимально допустимое значение u .

Функционал J представлен в форме $\int_{t_0}^T (x^T Q x + u^T R u) dt$, где

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{\delta_{e0}^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\gamma_0^2} \end{pmatrix}, R = \frac{1}{u_0^2}.$$

Назначим числовые данные:

$$T_\gamma = 1 \text{ с}, N_e = 10 \text{ с}^{-1}, u_0 = \pi \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}, \delta_{e0} = \frac{\pi}{12} \text{ рад}, \gamma_0 = \frac{\pi}{180} \text{ рад}.$$

В качестве начальных условий выберем $x^T(t_0) = \left(0 \ 0 \ \frac{\pi}{18}\right)$.

С учетом численных данных матрицы A , Q и R примут вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 10 + \alpha & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} \left(\frac{12}{\pi}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{180}{\pi}\right)^2 \end{pmatrix}, \quad R = \frac{1}{\pi^2}. \quad (3)$$

Задача заключается в синтезе оптимального управления при полной информации о состоянии объекта при $\alpha = 0$.

Задача 2.

Цепной дробью $[a_0; a_1, a_2, \dots, a_n, \dots]$ будем называть выражение вида

$$[a_0; a_1, a_2, \dots, a_n, \dots] = \lim_{n \rightarrow \infty} [a_0; a_1, a_2, \dots, a_n],$$

где

$$[a_0; a_1, a_2, \dots, a_n] = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{\dots + \frac{1}{a_n}}}},$$

$$a_k \in \Gamma \cup \{0\}, k = 0, 1, 2, \dots$$

Пользуясь теоремой о неподвижной точке сжимающего отображения, найдите значение цепной дроби $[0; 4, 4, \dots, 4, \dots]$ и оцените точность ее приближения подходящей дробью $[0; 4, 4]$.

Задача 3.

Дана функция на языке программирования Python:

```
def recur16(n):  
    if n == 0:  
        return 11  
    if n == 1:  
        return 15  
    return -recur16(n-1) + 6*recur16(n-2) - 16*n
```

Найдите, чему будет равен результат вызова `recur16(2018)`, считая неограниченными диапазон определения целых чисел (т.е., целые числа не переполняются) и размер стека (т.е. максимальное число рекурсивных вызовов не ограничено).

Задача 4.

В течение некоторого времени ξ ремонтная бригада ждёт заказа, $\xi \sim E(\lambda)$. Длительность обслуживания бригадой заказа - время $\eta \sim E(\mu)$. В начальный момент времени у бригады нет работы. Доходы и расходы прямо пропорциональны времени выполнения заказов и времени простоя. За выполнение заказа бригаде платят ν единиц стоимости в единицу времени, за время простоя бригада теряет m единиц стоимости в единицу времени.

Постройте математическую модель в виде марковского случайного процесса (пояснить, почему допустимо рассматривать процесс как марковский). Найдите среднюю прибыль бригады за время T в стационарном режиме, вычислив с обоснованием предельные распределения вероятностей состояний.

Задача 5.

Определить значения переменных *a, b, c, d, a1, b1, c1, d1*, а также содержимое массивов *buf* и *buf1* после выполнения программы на языке программирования Си в UNIX-подобной операционной системе при условии, что файла *a.txt* не существует в текущей директории. Обосновать свое решение.

```
#include <stdio.h>

#include <unistd.h>

#include <sys/types.h>

void main()
{
    int a, b=1, c=0, d, a1, b1, c1, d1, h[2];

    char buf[50], buf1[50];

    buf[0]=0; buf1[0]=0;

    close(0);

    close(1);

    pipe(h);

    if(fork()==0)
    {
        creat("a.txt", 640);

        printf("Big ");

        b = write(3, "Children", 10);

        a = open("a.txt", 0);

        c = read( a, buf, 4);

        d =write( h[1], "Hello my", 5);

        exit(0);

    }
    else
```

```
{
    wait(&b);
    a1=dup(c);
    b1=read(a1,buf1,10);
    c1=read(h[0],buf1,20);
    d1=read(b,&buf1[c1],10);
    f=open("a.txt",0);
    f1=read(f, buf, 6);
}
```

