

## Олимпиадное задание по направлению «Физика»

Профиль:  
«Физика»

## ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКЕ

Время выполнения задания – 180 мин., язык - русский.

*Решите задачи.*

*Разрешается пользоваться калькулятором любой сложности.*

Задача 1.
-----------

## Условие (20 баллов)

По железной дороге по инерции движется поезд, состоящий из одинаковых вагонов и без локомотива. Сначала дорога идет горизонтально, затем проходит по холму, и снова выходит на горизонтальный участок на той же высоте. Холм задан возвышением  $h(x)$ , причем  $dh/dx \ll 1$ , где  $x$  – координата вдоль железной дороги. С какой минимальной скоростью должен двигаться поезд, чтобы перевалить через холм? Считать, что длина поезда  $L$  больше ширины холма. Потерями на трение пренебречь.

## Решение:

Пусть масса поезда  $M$ , тогда его масса на единицу длины равна  $M/L$ . Возбравшись на холм, поезд приобретает дополнительную потенциальную энергию  $U$ , которая равна

$$U = \int dx \left(\frac{M}{L}\right) gh \quad (1)$$

Здесь  $g$  – ускорение свободного падения, а  $dx (M/L)$  – масса элемента поезда вблизи точки  $x$ . Чтобы найти потенциальную энергию поезда, надо эту массу умножить на  $gh$  и просуммировать, что и выполнено в выражении (1). Отметим, что площадь  $\int dx h$  равна площади сечения холма  $S$ . Таким образом,  $U = M S g/L$ . Чтобы поезд преодолел холм, его кинетическая энергия  $Mv^2/2$  должна быть больше  $U$ . Таким образом, мы приходим к неравенству.

$$v^2 > 2gS/L \quad (2)$$

## Критерии оценивания:

Записан закон сохранения энергии	5
Поезд представлен в виде длинной нити с постоянной погонной плотностью	2
Определена максимальная потенциальная энергия	10
Получено выражение для скорости	3

<b>Задача 2.</b>
------------------

**Условие (20 баллов)**

В замкнутом сосуде объемом 10 литров при температуре 10 градусов Цельсия находится некоторое количество воды. При нагревании до 100 градусов Цельсия вода полностью испаряется. Найти ограничение сверху на количество воды, находившейся в сосуде при комнатной температуре.

**Решение:**

Как известно, давление насыщенных паров воды при 100 градусах Цельсия равно  $P=1$  атм. Используем газовый закон

$$PV = \frac{m}{\mu}RT \quad (3)$$

Здесь  $R = 8.3$  Дж (моль·К) – газовая постоянная, для воды и  $\mu = 0.018$  Кг/моль,  $P = 10^5$  Н/м<sup>2</sup>,  $V = 10^{-2}$  м<sup>3</sup>,  $T = 373$  К. Используя эти числа, находим  $m = 6$  г. Именно таково максимальное количество пара, которое может содержаться в сосуде при 100 градусах Цельсия. Количество пара, содержащееся в сосуде при 10 градусах Цельсия, пренебрежимо мало по сравнению с найденными 6 граммами, поскольку давление насыщенных паров при 10 градусах Цельсия на два порядка меньше, чем при 100 градусах Цельсия. Таким образом, найденные 6 г и являются ограничением сверху на исходное количество воды.

**Критерии оценивания:**

Использован факт о равенстве давления насыщенных паров при 100 град С одной атмосфере	6
Получена масса пара в сосуде при 100 град. С	9
Установлено, что давление насыщенных паров при 10 град С мало по сравнению с аналогичным давлением при 100 град С (или указано точное значение 1,2 кПа)	3
Сделан вывод о массе испарившегося пара	2

<b>Задача 3.</b>
------------------

**Условие (20 баллов)**

Цилиндрический соленоид имеет радиус  $r = 2$  см, длину  $l = 40$  см и число витков  $N = 5 \cdot 10^3$ . Сопротивление соленоида на нулевой частоте равно  $R = 5$  ом. Соленоид включен в сеть переменного тока  $V=220$  вольт, 50 герц. В соленоиде в результате короткого замыкания образовался короткозамкнутый виток. Найти мощность, которая выделяется на этом витке в виде тепла.

**Решение:**

При замыкании 1 витка в поле катушке практически не изменится. Ток в витке будет возникать из-за переменного магнитного поля в катушке. Поле в катушке  $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$ ,  $I$  – сила тока в катушке. Суммарный поток магнитного поля через все витки:  $\Phi = \frac{\mu_0 N^2 I \pi r^2}{l}$ , т.к.  $\Phi = LI$  индуктивность катушки  $L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l} = 0.1$ , Ток в цепи  $\hat{I} = \frac{\hat{V}}{R+i\omega L}$   $\hat{V} = V_0 e^{i\omega t}$ , тогда  $B = \frac{\mu_0 N^2}{l} V_0 \left( \frac{R \cos \omega t + \omega L \sin \omega t}{R^2 + \omega^2 L^2} \right)$

поток через 1 виток

$$\Phi = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l} V_0 \left( \frac{R \cos \omega t + \omega L \sin \omega t}{R^2 + \omega^2 L^2} \right). \quad (4)$$

Т.к.  $|\varepsilon| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|$ , то

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{V_0^2 \omega^2 L^2}{2} \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2}, \quad (5)$$

$L\omega$  на много превосходит  $R$ . Поэтому при нормальной работе соленоида на каждом витке будет падать напряжение  $V_d/N$ . Сопротивление витка  $R_1 = \frac{R}{N}$ . Таким образом, на нем в виде тепла будет выделяться мощность

$$P = \frac{\overline{\varepsilon^2}}{R_1} = \frac{V_d^2}{RN} = 1.94 \text{ Вт} \quad (6)$$

**Критерии оценивания:**

Определена индуктивность катушки	4
Определен ток в катушке	6
Вычислено ЭДС индукции	6
Определено сопротивление 1 витка	2
Вычислена мощность выделяемого тепла	2

#### Задача 4.

**Условие (20 баллов)**

Непрерывный аргоновый лазер мощностью  $P=1$  ватт работает на длине волны  $\lambda=488$  нм. Его луч с выходным диаметром  $d=1$  см направлен на поверхность Луны. Оценить мощность на единицу площади, которая будет достигаться в световом пятне, которое лазер создает на поверхности Луны. Потерями в атмосфере пренебречь.

**Решение:**

В силу дифракции диаметр луча будет увеличиваться с расстоянием. Угол раствора луча может быть оценен, как  $\lambda=d$ . На пути до Луны, пройдя расстояние  $L \approx 4 \cdot 10^8$  м, луч станет существенно шире исходного. Потому его диаметр можно оценить, как  $D \sim (\lambda=d) L \sim 10^4$  м. Таким образом, мощность на единицу площади оцениваться, как  $10^{-8}$  ватт/м<sup>2</sup>.

**Критерии оценивания:**

Установлен факт того, что лазерный луч имеет расходимость, и приведен угол расходимости	12
Определен диаметр пятна на Луне	5
Определена удельная мощность излучения	3

#### Задача 5.

**Условие (20 баллов)**

Экситон является связанным состоянием электрона и дырки (заряд который положителен и по абсолютной величине совпадает с зарядом электрона), экситоны наблюдаются в

полупроводниках. Найти энергию связи экситона, если эффективные массы электрона и дырки в полупроводнике равны  $m/2$  и  $2m$  ( $m$  – масса электрона), а относительная диэлектрическая проницаемость полупроводника равна  $\epsilon=20$ . Энергия связи атома водорода равна 13.6 эв.

**Решение:**

Приведенная масса электрона и дырки равна  $m^* = 0.4m$ . Поскольку электрон и дырка взаимодействуют также, как и протон с электроном, энергию их связи можно найти по той же формуле, что и энергию связи атома водорода, то есть

$$E = \frac{m_* e^4}{(h^2 \epsilon_0^2 \epsilon^2)}, \quad (7)$$

Здесь  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная,  $h$  – постоянная Планка,  $e$  – заряд электрона, а множитель  $\epsilon^{-2}$  связан с ослаблением электрического взаимодействия в среде с конечной относительностью диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Сравним выражение (7) с выражением для энергии связи атома водорода

$$E_H = \frac{m e^4}{(h^2 \epsilon_0^2)} \quad (8)$$

Находим  $E = 10^{-3} E_H = 1.36 \cdot 10^2$  эв.

**Критерии оценивания:**

Приведена формула для энергии связи электрона с протоном в атоме водорода	5
Приведена формула для энергии связи электрона и дырки в экситоне	9
Найдена приведенная масса электрона и дырки	4
Получено численное значение энергии связи	2