Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 14—19 апреля 2018 года

9—11 класс

Первый тур. Задачи

Дата написания **15 апреля 2018 г.**	
Количество заданий	**4**
Сумма баллов	**24**
Время написания	**180 минут**

Класс 11

Все поля ниже заполняются жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!

Задания	1	2	3	4
Баллы 1 член жюри	6	5	1	1
1 член жюри	2 6	1 1	3 3	4 3
Баллы 2 член жюри	6	5	1	1
2 член жюри	1 8	3 4	2 3	3 2

22459

+4

Задача 1

$Q_б^d = 50 - \frac{P}{2}$.

$Q_з^d = 80 - 2P$.

$TC(Q) = 2Q$

а) Введем общую функцию спроса. Мы точно знаем, что, если $Q_з \geq 20$, то $Q_б^d = 0$

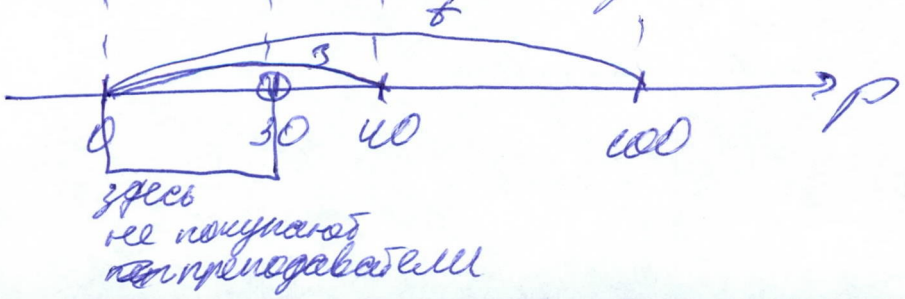
Рассмотрим $Q_б^d = 50 - \frac{P}{2}$ и найдем область ограничений: $\begin{cases} P \geq 0 \\ 50 - \frac{P}{2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P \geq 0 \\ P \leq 100 \end{cases} \Rightarrow Q_б^d = 50 - \frac{P}{2}, \; 0 \leq P \leq 100$

Аналогично. $Q_з^d = 80 - 2P$:

$\begin{cases} P \geq 0 \\ 80 - 2P \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P \geq 0 \\ P \leq 40 \end{cases} \Rightarrow Q_з^d = 80 - 2P, \; 0 \leq P \leq 40.$

Найдем такие P, при которых $Q_з \geq 20$:

$80 - 2P \geq 20 \Rightarrow P \leq 30$, тогда мы получаем такие ценовые интервалы:



Получаем:

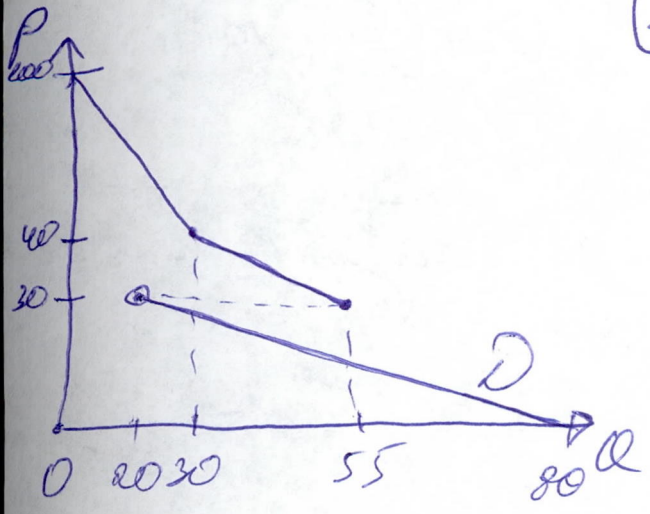
При $p \in [0; 30)$ $Q^d = Q_3^d = 80 - 2p$.

При $p \in [30; 40]$ $Q^d = Q_5^d + Q_6^d$ (предъявляют спрос обе группы) =

$$= 80 - 2p + 50 - \frac{p}{2} = 130 - \frac{5p}{2}$$

При $p \in [40; 100]$ $Q^d = Q_6^d = 50 - \frac{p}{2}$.

Тогда получаем: $Q^d = \begin{cases} 80 - 2p, & 0 \le p < 30 \\ 130 - \frac{5}{2}p, & 30 \le p \le 40 \\ 50 - \frac{p}{2}, & 40 < p \le 100 \end{cases}$



Найдем обратную ф-цию спроса:

$P = \begin{cases} \frac{80 - Q}{2}, & 20 < Q \le 80 \\ \frac{2(130 - Q)}{5}, & 30 \le Q \le 55 \\ 2(50 - Q), & 0 \le Q \le 30 \end{cases}$

Выручка фирмы:

$TR = PQ = \begin{cases} \frac{80Q - Q^2}{2}, & 20 < Q \le 80 \\ \frac{260Q - 2Q^2}{5}, & 30 \le Q \le 55 \\ 100Q - 2Q^2, & 0 \le Q \le 30 \end{cases}$

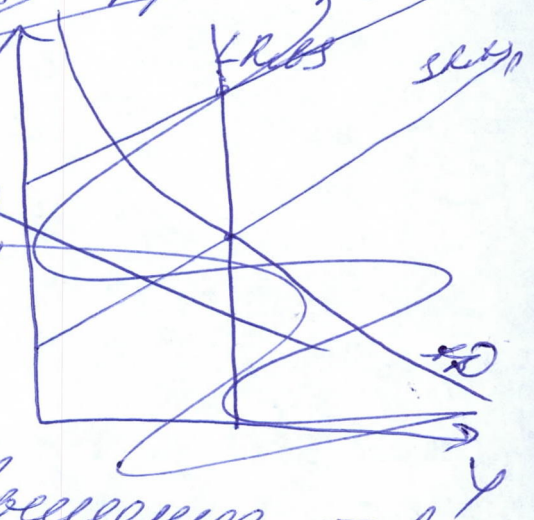
Тогда прибыль:

$\Pi = TR - TC = \begin{cases} \frac{80Q - Q^2}{2} - 2Q, & 20 < Q \le 80 \\ \frac{260Q - 2Q^2}{5} - 2Q, & 30 \le Q \le 55 \\ 100Q - 2Q^2 - 2Q, & 0 \le Q \le 30 \end{cases}$

Доп. лист

Задача 2

~~Первая причина — это увеличение естественной безработицы. Например, если происходит сильный негативный шок ($SRAS_1 \to SRAS_2$), то~~



Первая причина — это повышение ставок по кредиту, т.к. реальная ставка: $r = i - \pi$, а это означает, что, если банк хочет в будущем получать тот же доход с кредитов: $r_1 = i_1 - \pi_1 = i_2 - \pi_2$, где $\pi_2 > \pi_1$, то номинальную ставку процентов придется увеличить, чтобы реальная ставка не изменилась => инвестиции могут упасть => ВВП упадет в долгосрочной перспективе, ~~но в случае, если $\pi_2 > \pi_1$ будет довольно продолжительное время, чтобы банки успели изменить контракты и рассчитать.~~

Вторая причина — высокие цены. МРОТ повышается/понижается довольно редко, а, значит, многие зарплаты фиксированны и не индексируются (самими фирмами). Это получается, что при инфляции на ту же денежную единицу

рабочий сможет приобрести меньше товаров +1 => потребление в долгосрочном периоде будет падать => ВВП тоже будет падать.

2б

б) При дефляции в любом случае спрос должен упасть: либо от того, что ~~при~~ SRAS вырастет, почему? либо при падении AD. Но это означает, что, например, гос. затраты придется уменьшить => для чего снижать? => меньше гос. проектов в долгосрочной перспективе. Или придется увеличивать налоги, чтобы AD - пошла вниз. Или деньги от всех заемщиков перейдут к кредиторам, что увеличит „цену" кредита.

0б

Последнее предложение верно. Но вопрос звучал как „какие следствия дефляции могут быть БОЛЕЕ болезненны, чем инфляция". Ваше последствие, по сути, зеркально случаю инфляции. В одном случае проигрывают заемщики, в другом - кредиторы. Хотелось увидеть специфические для дефляции последствия.

в) Рассмотрим 2 случая.

1) $\pi^* \geq 4$.

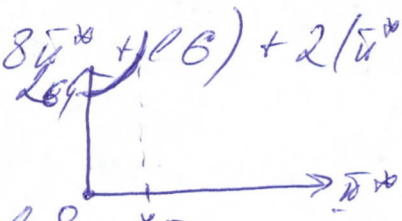
2) $\pi^* \leq 4$

1) Если $\pi^* \geq 4$, то за все 4 года:

$$L = \cancel{\pi^{*2} + \pi^{*2}}\ (\pi^*+4)^2 + (\pi^*+4)^2 + (\pi^*-4)^2 + (\pi^*-4)^2 =$$

$$= 2(\pi^*+4)^2 + 2(\pi^*-4)^2 = 2(\pi^{*2} + 8\pi^* + 16) + 2(\pi^{*2} - 8\pi^* + 16)$$

$$= 4\pi^{*2} + 32 + 32 = 4\pi^{*2} + 64$$



Это парабола ветвями ~~вн~~ вверх => min в вершине: $\pi^*_в = 0$, но $\pi_в \geq 4$ => минимальные издержки при $\pi^* = 4$

Доп. лист

Задача 3

а) Докажем, что никому не выгодно, чтобы свалка находилась на ~~обочине~~ обочине дороги.

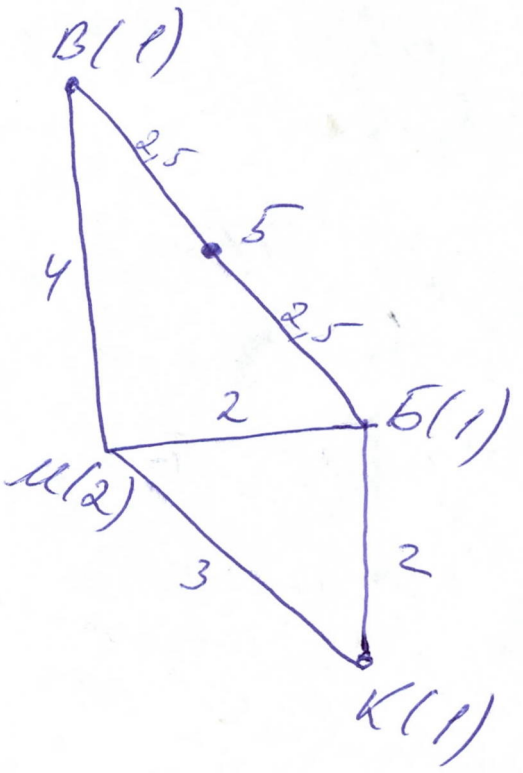
Первое, если выбрать ~~точку~~ дорогу между двумя городами, то точно можно сказать, что все остальные города (кроме этих двух, между которыми эта дорога) — не будут против, т.к. расстояние до этой свалки до них будет $\geq$ расстоянию до города, который находится на дороге со свалкой, значит, "борьба" начинается между примежащими городами — куда установить эту свалку. ~~между~~

~~Рассм~~

Рассмотрим два города A и B с одной и той же населенностью,

если свалку установить по середине (C_1), то расстояние до городов от нее будет равным, но, если бы свалка стояла, чуть правее (C_2), то город A улучшил бы своё положение, т.к. тогда минимальное расстояние до свалки больше, а т.к. все города в любом случае не против, то C_1

а) Пусть свалка находится между городом В и Б, где-то в середине



~~Для точки М~~

Расстояние от каждого города до ~~точки~~ этой свалки

$М = 4,5$

$Б = 2,5$ $\quad В = 2,5$

$К = 4,5.$

Если свалку из этой точки сдвинуть правее (ближе к Б(1)), то, тогда расстояние для всех:

где ξ – ~~малое~~ изменение расстояния.

$М = 2 + 2,5 - \xi = 4,5 - \xi$

$Б = 2,5 - \xi$

$К = 4,5 - \xi$

$В = 2,5 + \xi$

$\Rightarrow$ отсюда видно, что большинству городов это не выгодно, то есть их выигрышь уменьшится, а, значит, доминирующего места справа – нету.

Если свалку перенести влево, то расстояние:

$М = 4,5 + \xi$ или $М = 4 + 2,5 - \xi$

сравним

$4,5 + \xi \vee 6,5 - \xi$

$2\xi \vee 2 \Rightarrow \xi \vee 1$, тогда если $\xi > 1$

Доп. лист

Задача 4

а) Если максимизируют.

$П_К = 0,8(К+М) + 100 - К$.

$П_М = 0,8(К+М) + 100 - М$, $К \le 100, М \le 100$

+1 за индук.

Тогда для Марфы $\bar{К}$ - фиксированное $\Rightarrow$

$\Rightarrow П_М = 0,8К + 0,8М + 100 - М = 100 + 0,8К - 0,2М$

Отсюда видим, что, если Марфа прибавит какую-то сумму, то она ~~не~~ уменьшит прибыль $\Rightarrow М = 0$.

+0.

Клара понимает это и поэтому тоже инвестировать не будет, т.к. $П_К = 100 - 0,2К + 0,8М$ у нее прибыль тоже отрицательно зависит от $М$

б) Если $\alpha > \beta$, то, тогда $\alpha \cdot \max(x_m - x_k; 0)$ ~~будет уменьшать полезность Клары сильнее чем $\beta \max(x_k - x_m; 0) \Rightarrow x_k - x_m \ge 0$ в итоге~~ для Марфы ф-ция полезности будет при $x_m - x_k \ge 0 \Rightarrow \alpha \cdot \max(x_k - x_m; 0) = 0$.

$U_м = x_m - \beta \max(x_m - x_k; 0)$

Ш если $x_m \geq x_к$, то

$И_ш = x_m - \beta(x_m - x_к) = (1-\beta)x_m + \beta x_к$

при $x_m \geq x_к$.

$И_к = x_к - \alpha(x_m - x_к)$ (аналогичное суждения) $\Rightarrow$

$\Rightarrow И_к = x_к - \alpha x_m + \alpha x_к = (1+\alpha)x_к - \alpha x_m$

$x_к = 1000 - 0{,}2к + 0{,}8ш$

$x_m = 1000 - 0{,}2ш + 0{,}8к$

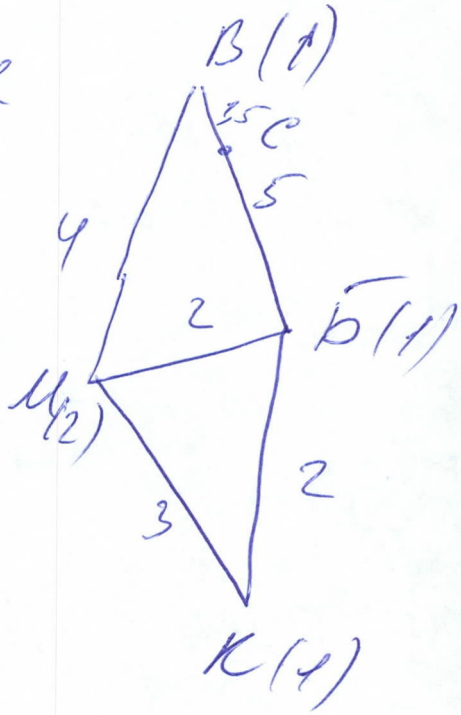
Получаем

$$\begin{cases} x_m \geq x_к, \alpha \geq \beta \\ И_ш = (1-\beta)(1000 - 0{,}2ш + 0{,}8к) + \beta(1000 - 0{,}2к + 0{,}8ш) \\ И_к = 1000 - 0{,}2к + 0{,}8ш \end{cases}$$

Дополнительный лист №5

Задача 3 ~~(забыл прочитать маленький лист)~~

б) Зная, что для городов Б и К является город В – лучшим местом для свалки:



Б = 5

К = 7

А для города М точа С:

М = 5,5.

Для В – город К в качестве свалки:

В = 7.

Можно, точно сказать, что, если свалка не в точке С, то город М – против, если свалка между Б и К, то Б и К – против, т.к. расстояние точно не макс. у каждого

Оно не обязано быть максимальным у каждого

Если между М и К или М и Б, то аналогично – никто не получит максимально расстояние как минимум город М и К, и предпочтут точку С. Между М и В: город К, Б не будет против, если

свалка находится в городе В =>

=> М - против

В - против

Б - не против (расстояние 5)

К - не против (расстояние 7).

Тогда получается, что множество подходящих мест для свалок это все точки ~~города~~ страны кроме города В. 0/3 Неверно.

2) Если рассмотреть середину между В и Б, то заметим, что в этой точке.

М = 4,5

К = 4,5

Б = 2,5

В = 2,5

В других серединах такого не встречается => в середине между В и Б 1/1 Какого?

Доп. лист № 1.

Задача 1

Заметим, что во всех трех случаях это параболы с ветвями вниз ⇒

$$П = \begin{cases} \frac{76Q - Q^2}{2}, & 20 < Q \le 80 \\ \frac{250Q - 2Q^2}{5}, & 30 \le Q \le 55 \\ 98Q - 2Q^2, & 0 \le Q \le 30. \end{cases}$$

Изобразим на графике, т.к. все три ф-ции являются параболами ветвями вниз ⇒ ⇒ max в вершине, но, т.к. есть ограничения, то максимальное значение прибыли может оказаться на окраине ограничений:

Рассмотрим:

$f(Q) = \frac{76Q - Q^2}{2}$, $20 < Q \le 80$

Нули ф-ции: $Q\left(\frac{76 - Q}{2}\right) = 0$.

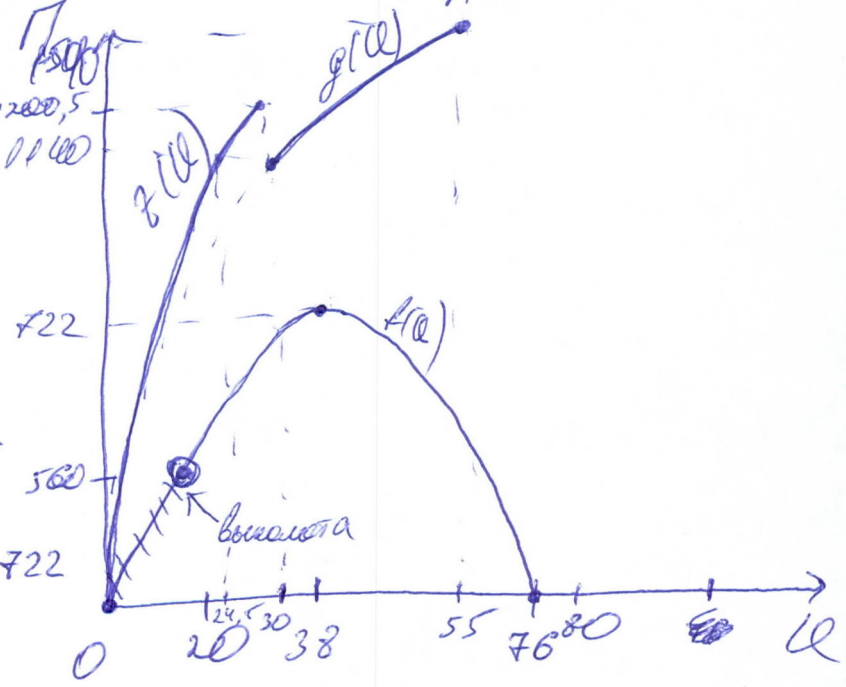
$Q = 0$; $Q = 76$

$f(20) = 20\left(\frac{56}{2}\right) = 560$.

$f(80) < 0$, т.к. при $Q > 76$.

вершина:

$38 = Q_в^{*}$; $f^{max}(38) = 38\left(\frac{76 - 38}{2}\right) = 722$



$g(Q) = \frac{250Q - 2Q^2}{5}$, $30 \le Q \le 55$.

Нули: $Q = 0$ или $\frac{250 - 2Q}{5} = 0$.

$Q = \frac{250}{2} = 125$

Макс. в вершине:

$250 - 4Q = 0 \Rightarrow Q_в^* = 62,5$ (но это выходит за область ограничений)

$g(30) = Q\left(\frac{250 - 2Q}{5}\right) = 30(38) = 1140$.

$g(55) = 1540$.

~~g max~~ Т.к.

$z(Q) = 98Q - 2Q^2 = Q(98 - 2Q)$, $0 \le Q \le 30$

Нули: $Q = 0$; $Q = 49$

Вершина: $98 - 4Q = 0$

$Q_в^* = 24,5$.

$z(0) = 0$

$z(30) = 1140$.

$z(24,5) = 1200,5$.

Отсюда видим, что самая максимальная точка, когда прибыль 1540, где $Q = 55$

Тогда $p(55) = \frac{2(130 - 55)}{5} = 30$.

4б.

Ответ на п. а: $p^* = 30$.

б) Теперь „Клюква" может провести ценовую ~~дискрим~~ дискриминацию:

Доп. лист

Доп. лист № 2.

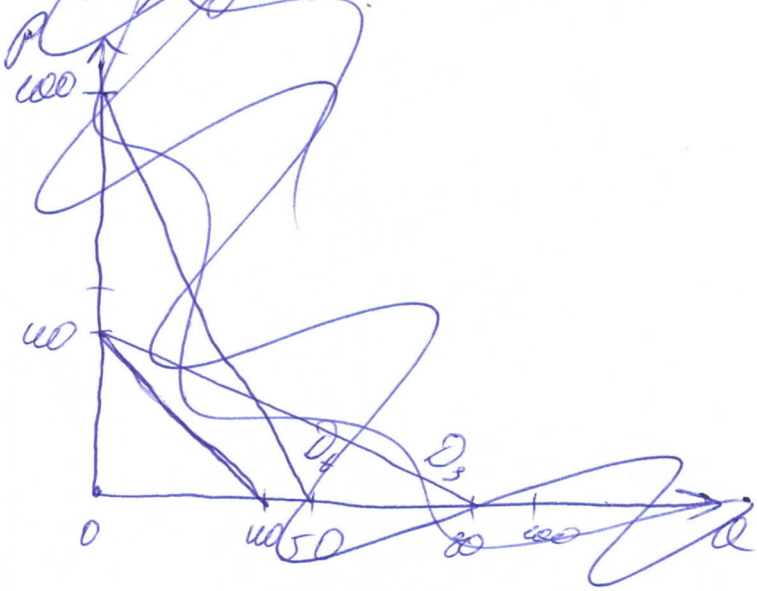
Задача 1.

$Q_t^d = 50 - \frac{P}{2} \Rightarrow P_t^d = 100 - 2Q \Rightarrow TR_t = 100Q - 2Q^2$

$Q_s^d = 80 - 2P \Rightarrow P_s^d = \frac{80 - Q}{2} \Rightarrow TR_s = 40Q - \frac{Q^2}{2}$.

~~Получаем, что предел~~

~~Изобразим:~~



Пусть: $Q_1 = Q_t$ (блюда преподавателям)

$Q_2 = Q_s$ (студентам)

Тогда прибыль:

$\Pi = 100Q_1 - 2Q_1^2 + 40Q_2 - \frac{Q_2^2}{2} - 2(Q_1 + Q_2) =$

$= 100Q_1 - 2Q_1^2 - 2Q_1 + 40Q_2 - \frac{Q_2^2}{2} - 2Q_2 =$

$= 98Q_1 - 2Q_1^2 + 38Q_2 - \frac{Q_2^2}{2}$

Заметим, что ~~относительно Q_1 и Q_2 — это параб~~ Q_1 и Q_2 никак не зависят и не влияют друг на друга.

Относительно Q_1 — это парабола ветвями вниз $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ max в вершине:

$98 - 4Q_1 = 0$

$Q_1^{б*} = 24,5$

Аналогично относительно Q_2 (парабола ветвями вниз):

$38 - Q_2 = 0$

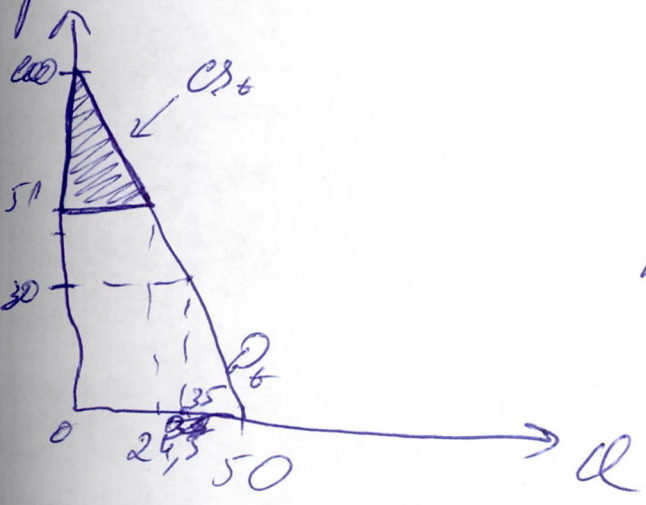
$Q_2^{б*} = 38$

Тогда $p_т^d(24,5) = 100 - 49 = 51$ +

$p_з^d(38) = \frac{80-38}{2} = 21$. +

Рассчитаем новые цены:

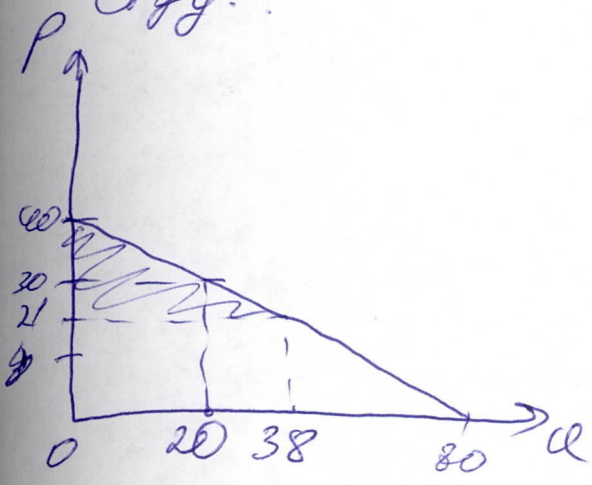
Препод.



$CS_т = \frac{1}{2}(100-51)\cdot 24,5 = 600,25$

Кстати, легко заметить, что при старой цене $P=30$, $CS_т$ был больше $\Rightarrow$ положение преподавателей ухудшилось

Студ.:



$CS_з = \frac{1}{2}(100-21)\cdot 38 = 361$.

Заметим, что раньше при цене 30, $CS_з$ был меньше $\Rightarrow$ положение студентов улучшилось

Общее: $CS = 361 + 600,25 =$

$= 961,25$

25.

Новая прибыль фирмы: $П = 21\cdot 38 + 51\cdot 24,5 -$

$-125 = 1922,5$.

Старая: $П = 1500$

Фирма выиграла, т.к. прибыль больше, что следовало ожидать при ценовой дискриминации

Рассчитаем старые: $CS_т$ и $CS_з$.

$CS_т = \frac{1}{2}(100-30)\cdot 35 = \frac{35^2}{2} = 1225$

$CS_з = \frac{1}{2}(100-30)\cdot 20 = 100$ $\Rightarrow CS_{общ} = 1325$.

Как видим общий излишек уменьшился.

Ответ: а) $P^* = 30$; б) $P_т = 24,5$, $P_з = 38$, фирма выиграла, студенты и преподаватели проиграли. +

Доп. лист. №3.

Задача 2

$L(4) = 2 \cdot 64 = 128.$

Если $\bar{b}^* \le 4.$

От сюда ~~вытекает~~ следует, что, т.к. при $\bar{b}^* \le 4$, факт. инфляция окажется отриц., если $\bar{u} - 4.$

$$L = 3(\bar{u}^* - 4)^2 + 3(\bar{u}^* - 4)^2 + (\bar{u}^* + 4)^2 + (\bar{b}^* + 4)^2 =$$

$$= 6(\bar{u}^* - 4)^2 + 2(\bar{u}^* + 4)^2 = 6(\bar{u}^{*2} - 8\bar{u}^* + 16) +$$

$$+ 2(\bar{u}^{*2} + 8\bar{u}^* + 16) =$$

$$= 6\bar{u}^{*2} - 48\bar{u}^* + 6 \cdot 16 + 2\bar{u}^{*2} + 16\bar{u}^* + 32 =$$

$$= 8\bar{u}^{*2} - 32\bar{u}^* + 128.$$

Это парабола ветвями ~~вниз~~ вверх $\Rightarrow$ $\exists$ min в вершине.

$16\bar{u}^* - 32 = 0$

$\bar{u}^*_B = 2.$, $\bar{u}^* = 4 \Rightarrow \bar{u}^* = 2$ (оптимально).

$L(2) = 8 \cdot 4 - 32 \cdot 2 + 128 = 32 - 64 + 128 = 96.$

Сравнивая 2 результата, получаем, что $L(2) = 96$ – наименьший $\Rightarrow \bar{u}^* = 2\%.$

Ответ: в) 2%.

3 б

~~Задача 3 (с малого листка)~~

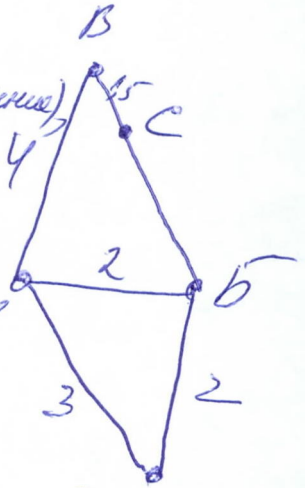
=> что на отрезке ВБ - нету ~~равновесия~~ доминирующей свалки, т.к. для М оптимальное расстояние 5,5 и этот город будет голосовать только за него, для Б лучше приближать свалку к городу В, аналогично считает город К, получаем, что ~~на~~ между городами В и Б доминирующей свалки - нету, т.к. ~~при любых~~ у города М = 2 млн. голосов, а у В = 1 млн => против смещения из точки, где у М = 5,5 будет 3 ~~го~~ млн., а за смещение будет только Б и К (всего в сумме 2 млн. голосов) =>

0/2

Неверно

=> нет доминирующей свалки между В и Б.

Для остальных отрезков всё просто: т.к. ~~до~~ М голосует за точку С (где 5,5 расстояние), то при остальных положениях свалки, она ~~не~~ будет получать меньше расстояние + будут против города К, и Б, т.к. ~~в~~ в точке В они бы могли получить наибольший выигрыш =>



=> доминирующей свалки нету.

Неверно.

Задача 3 Доп. лист. №4.

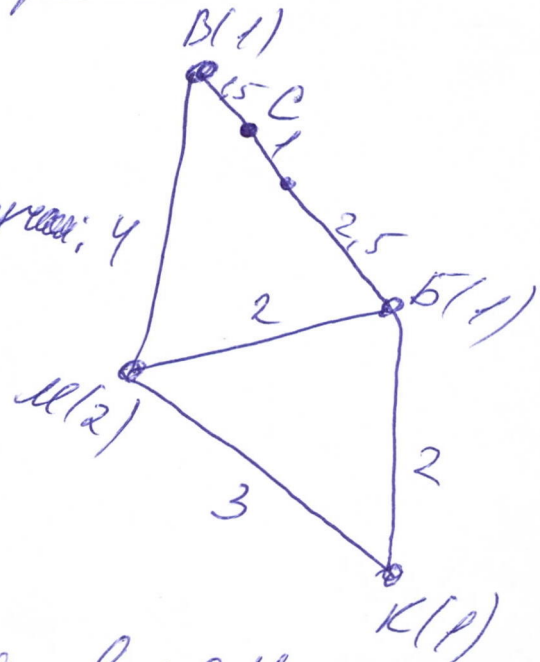
Если $\xi \geq 1$, то $M = 4 + 2,5 - \xi = 6,5 - \xi$

Если $\xi \leq 1$, то $M = 4,5 + \xi$

$Б = 2,5 + \xi$

$К = \cancel{4,5 + \xi\ 4,5 + \xi}\ 4,5 + \xi$

Для К и Б – положения улучшаются, но для $M = \begin{cases} 4,5 + \xi, & \xi \leq 1 \\ 6,5 - \xi, & \xi \geq 1 \end{cases}$ положение улучшается до тех пор, пока $\xi \leq 1$, после $\xi \geq 1$ – положение ухудшается => для нее самым лучшим вариантом будет $\xi = 1$. или расстояние до свалки $M = 5,5$.



Таким образом, сдвинув на ξ получаем:

$M = 5,5$

$\underline{В = 1,5}$

$Б = 3,5$

$К = 5,5$

Но проблема заключается в том, что, если передвинуть точку ещё левее, то город Б и город К – увеличат свой выигрышь (уменьшат расстояние) =>