Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 14—19 апреля 2018 года

9—11 класс

Первый тур. Задачи

Дата написания	**15 апреля 2018 г.**
Количество заданий	**4**
Сумма баллов	**24**
Время написания	**180 минут**

Класс 10

Все поля ниже заполняются жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!

Задания	1	2	3	4
Баллы 1 член жюри	6	6	1	4
1 член жюри	18	14	22	16
Баллы 2 член жюри	6	6	1	4
2 член жюри	12	16	25	19

22506

Задача 1

$D_t = 50 - \frac{P}{2}$, $P \le 100$

$D_s = 80 - 2P$, если $D_s \geq 20$, то $D_t = 0$

при $P \le 40$

т.е

$80 - 2P \geq 20$

$2P \le \cancel{100}\ 60$

$P \le 30$ при $P \le 30$ $D_t = 0$

Общий спрос:

$$D = \begin{cases} 130 - 2{,}5P, & P \le 30 \\ 80 - 2P, & P \in (30; 40) \\ 50 - \frac{P}{2}, & P \in (40; 100) \end{cases}$$

$TC = 2Q$

Рассмотрим 3 случая:

1) $\Pi = (130 - 2{,}5P)P - 2(130 - 2{,}5P) \to max$

$P \le 30$

$130P - 2{,}5P^2 - 260 + 5P$

$135P - 2{,}5P^2 - 260$

ПВвниз

$P^* = \frac{135}{5} = 27 \le 30$

$\Pi = 3512{,}5$

4

2) $\Pi = (80 - 2P)P - 2(80 - 2P) \to max$

$P \in (30; 40)$

Общий спрос:

$$D = \begin{cases} 80 - 2P, & P \le 30 \\ 130 - 2{,}5P, & P \in [30; 40] \\ 50 - \frac{P}{2}, & P \in (40; 100) \end{cases}$$

Рассмотрим 3 случая: (по 3-м ограничениям спроса)

1) $\Pi = (80 - 2P)P - (80 - 2P)2 \to max$

Парабола ветвями вниз $P \le 30$

$P^* = \frac{80 + 4}{4} = 21 \le 30$

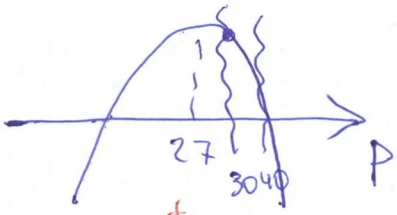
$\Pi = 722$

2) $\Pi = (130-2{,}5P)P - 2(130-2{,}5P) \to max$

$P \in [30;40]$

Парабола ВВниз

$$P^* = \frac{130+5}{5} = 27$$



4

$P = 30$

на участке $[30;40]$ max в 30

$\Pi = 1540$

3) $\Pi = (50-\frac{P}{2})P - 2(50-\frac{P}{2}) \to max$

$P \in (40;100)$

ПВниз

$$P^* = \frac{50+1}{1} = 51 \in (40;100)$$

$\Pi = 1200{,}5$

$\Pi_2 > \Pi_3 > \Pi_1$

Клоква назначит цену $P=30$

б) Если 2 зала, то

$\Pi = (50-\frac{P_1}{2})P_1 + (80-2P_2)P_2 - 2(50-\frac{P_1}{2}+80-2P_2) \to max$ P_1, P_2

$P_1 \le 100$

$P_2 \le 40$

Относ P_1 ПВниз

$$P_1 = \frac{50+1}{1} = 51$$

Относ P_2 ПВниз

$$P_2 = \frac{80+4}{4} = 21$$

$\Pi = 1922{,}5 > \Pi_2$

1) фирма выиграет, увеличив прибыль

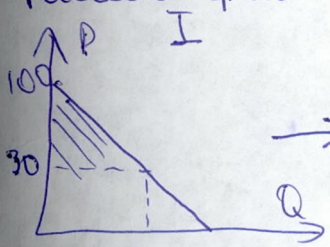
2) ~~студенты выиграют~~

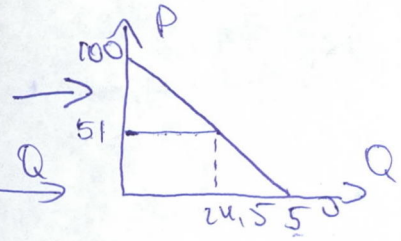
3) ~~профессоры выиграют, т.к~~

2

Рассмотрим излишки каждой группы потребителей

I

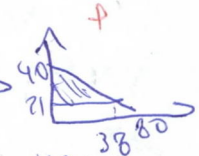




излишек: 1225 излишек: 600,25

излишек профессоров уменьшился => они проиграли (зато могут кушать отдельно!)

II



изл: 100

изл: 361

излишек студентов увеличился => они выиграли

Задача 2

$$L_t = \begin{cases} \pi_t^2, \text{ если } \pi_t > 0 \\ 3\pi_t^2, \text{ если } \pi_t < 0 \end{cases}$$

π_t %

π^*

t_1 t_2 t_3 t_4

π^*+4 π^*-4

а) 1. издержки меню
– трата на замену ценников
2. издержки стоптанных башмаков 2б.
– трата на постоянный страх потерять деньги

б) Дефляция заставляет людей сохранять деньги при себе (не тратить), т.к они ожидают, что на следующие периоды цены будут ниже. Спрос падает, при прочих равных условиях цены падают. Дефляция „подпитывает" сама себя. Выйти из дефляции сложно. 1б.

↑ спрос падает, появляется безработица, увеличивается соц. напряженность

в) ~~Т.к дефляция была болезненна, то $\pi^* > 0$~~

Пусть $\pi^* > 4$

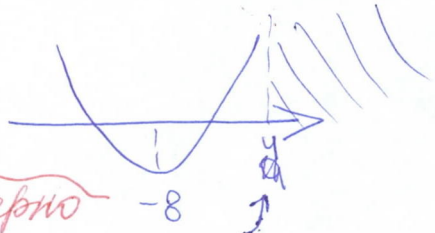
$$L_{1-4} = (\pi^*+4)^2 + (\pi^*+4)^2 + (\pi^*-4)^2 + (\pi^*-4)^2 \to \min \quad \pi^* > 4$$

$$2(\pi^{*2} + 16 + 8\pi^*) + 2(\pi^{*2} + 16 - 8\pi^*)$$

$$4\pi^{*2} + 64 \to \min$$

ПВ вверх

$$\pi^* = \frac{-64}{8} = -8$$



min в точке 4

3б.

$L_{1-4}(4) = 128 + 0 = 128$ неверно

Пусть $\pi - 4 < 0$, $\pi + 4 > 0$, т.е $-4 < \pi < 4$

Тогда $L_{1-4} = (\pi^*+4)^2 \cdot 2 + 3 \cdot 2(\pi^*-4)^2$

$$2\pi^{*2} + 32 + 16\pi^* + 6\pi^{*2} + 96 - 48\pi^* \to \min \quad \pi \in (-4; 4)$$

П в верх

$$\pi^* = \frac{16-48}{-16} = 2$$

$$L_{1,-4} = 96$$

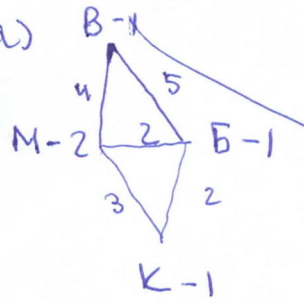
Меньше, чем -4 π^* устанавливать невыгодно, т.к тогда

$$L_t = 6\overbrace{(\pi^* - 4)^2}^{\geq 384} + 6\overbrace{(\pi^* + 4)^2}^{\text{как минимум больше нуля}} > 96$$

$\boxed{\text{Значит, оптимальный } \pi^* = 2}$

Задача 3

а)



город	наибольшее предпочтение
В-1	К (т.к наибольшее расстояние)
Б-1	В (наиб. расст)
К-1	В (наиб. расст)
М-2	В (наиб. расст)

С на обороте

По таблице видно, что 4 мин. чел. всегда будут предпочитать В

б)

город	предпочтение (худшее)
В-1	на дороге М-В и В
Б-1	на дорогах М-Б, Б-К и Б
К-1	на дороге ~~М-К~~ Б-К и К
М-2	на дороге М-Б и М

наименьшее расстояние

?

и?

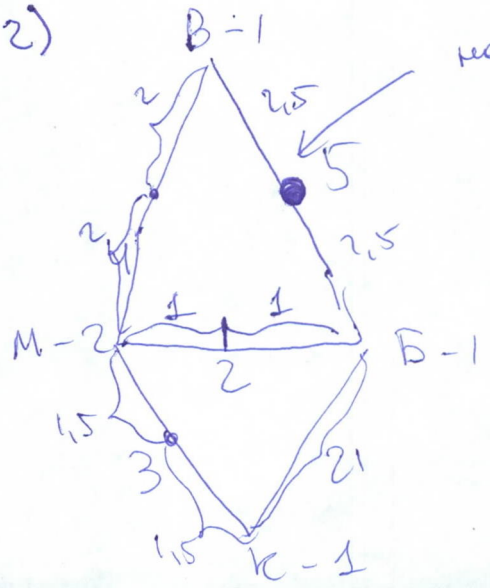
Рассмотрим ~~М-Б~~ и Б-К

В-1 ~~будет выбирать~~

?

0

г)



наиболее удаленная от ближ. город а

т.к на концах каждого отрезка стоит город, то при минимизации расстояние до ближ. город

|+

Выбранное расположение — середина отрезка.

Выбранное место будет на середине наибольшего отрезка

а) Рассмотрим предпочтение каждого города:

В: выберет К (наиболее длинный путь)

Б: если город, то В; если участок дороги, то 0,5 от В по дороге М-В

К: если город, то В; если участок дороги, то → к В

М: если город, то В; если участок дороги, то 1,5 от В по дороге В-Б

~~Если~~ Для выбора необходимо хотя бы 3 мин. голоса

неверно понят процедуру.

Доминирующее место — город В (−)

Задача 4

б) $u_K = x_K - \alpha \max(x_M - x_K; 0) - \beta \max(x_K - x_M; 0)$

$u_M = x_M - \alpha \max(x_K - x_M; 0) - \beta \max(x_M - x_K; 0)$

Пусть $x_K - x_M > 0$

$x_K = 100 - K + \frac{1{,}6(K+M)}{2} = 100 - 0{,}2K + 0{,}8M$

$x_M = 100 - 0{,}2M + 0{,}8K$

$100 - 0{,}2K + 0{,}8M > 100 - 0{,}2M + 0{,}8K$

$M > K \Rightarrow$ при $x_M - x_K > 0$ $K > M$

$u_K = 100 - 0{,}2K + 0{,}8M - \beta(-0{,}2K + 0{,}8M + 0{,}2M - 0{,}8K) =$

$= 100 + K(\beta - 0{,}2) + M(0{,}8 - \beta) \to \max_{K,\ K<100}$

если $\beta - 0{,}2 > 0$, то при $K>0$ max

в $K = 100$, при $\beta > 0{,}2$

$u_M = 100 - 0{,}2M + 0{,}8K - \alpha(-K + M) =$

$= 100 + M(-0{,}2 - \alpha) + K(0{,}8 + \alpha) \to \max_{M<100}$

$M > 0$ при $-0{,}2 - \alpha > 0$

но т.к. $\alpha > 0$ $\alpha < -0{,}2$, $M = 100$

~~но т.к. $M > K$, то при $\alpha < -0{,}2$~~

то $M \to -\infty$, $M \geq 0 \Rightarrow M = 0$

не удовл. $M > K$

2) ~~Рассмотрим~~ Аналогично для $X_M - X_K > 0$, т.к ф-ии симметричны

3) Рассмотрим

$X_M = X_K$

т.е $M = K$,

тогда:

$U_K = X_K$

$U_M = X_M$

1) K - первый ход, пусть $K > 0$

2) $U_M = 100 - 0{,}2M + 0{,}8K - \beta \max(X_M - X_K; 0) - \alpha \max(X_K - X_M; 0)$

если $X_M = X_K$, то $M = 0$

Пусть $X_M - X_K > 0$ $M < K$

$U_M = 100 - 0{,}2M + 0{,}8K - \alpha(-M + K) =$

$= 100 + M(\beta - 0{,}2) + K(0{,}8 - \beta) \to \max M \geq 0$

если $X_M > X_K$, то $K > M$

при максимизации U_M по M

$M \to \infty$ если $\beta - 0{,}2 > 0$

$\beta > 0{,}2$, то $M = K - \varepsilon$

(чтобы $K > M$)

Пусть $X_K - X_M > 0$, тогда $M > K$

$U_M = 100 - 0{,}2M + 0{,}8K - \beta(M - K) =$

$= 100 + M(-0{,}2 - \beta) + K(0{,}8 + \beta)$

т.к $\beta > 0$, то $-0{,}2 - \beta < 0$,

то $U_M \to \max$ при M min по M => Марфа будет вносить так, чтобы $X_M - X_K > 0$

Значит, при условии, что Клара вносит первая, Марфа внесет > 0 при $\beta > 0{,}2$

~~Докажем, что $U_{K_1} > U_{K_0}$, $U_{M_1} > U_{M_0}$:~~

$U_{K_0} = U_{M_0} = 100$

$U_{K_1} = 100 - 0{,}2K + 0{,}8M - \alpha(-M + K) =$

$= 100 + K(-0{,}2 - \alpha) + M(0{,}8 + \alpha)$

продолжение на доп. листе

Дополнительный лист

Задача 4 (продолжение)

$U_K > 100$

при $K(-0,2-\alpha)+M(0,8+\alpha)>0$

$-0,2K-\alpha K+0,8M+M\alpha>0$

$(M-K)\alpha > 0,2K-0,8M$

т.к $K>M$, то

$\alpha < \frac{0,2K-0,8M}{M-K}$

$\alpha < \frac{0,2K-0,2M-0,6M}{M-K}$

$\alpha < -1-\frac{0,6M}{M-K}$

т.к $\alpha>0$, то

$-1-\frac{0,6M}{M-K}>0$

$\frac{-0,6M}{M-K}>1$

$\frac{0,6M}{K-M}>1$

$0,6M>K-M$

$1,6M>K$

Ответ: при $\beta>0,2$ и при $\alpha<-1-\frac{0,6M}{M-K}$ при $1,6M>K$

Задача 4 (продолжение)

докажем, что девушки смогли заработать.

1) $100 - K + 0{,}8K + 0{,}8M > 100$

2) $100 - M + 0{,}8K + 0{,}8M > 100$

$$\begin{cases} 0{,}8M > 0{,}2K \\ 0{,}8K > 0{,}2M \leftarrow \text{удовл при } \forall\ K > M > 0 \end{cases}$$

$0{,}8M > 0{,}2K$

$M > \frac{2}{8}K$

т.к $\beta > 0{,}2$, то $M \to K \Rightarrow M > \frac{2}{8}K$

$\Rightarrow$ девушки смогут заработать

Найдем, когда $U_{K_1} > U_{K_0} = 100$

здесь можно однозначно найти оптимальное K

$U_K = 100 - 0{,}2K + 0{,}8M - \alpha(-M + K)$

$100 + K(-0{,}2 - \alpha) + M(0{,}8 + \alpha) > 100$

$0{,}8M - 0{,}2K - \alpha(K - M) > 0$

$\alpha(K - M) < 0{,}8M - 0{,}2K$

т.к $M < K$

$\alpha < \frac{0{,}8M - 0{,}2K}{K - M}$

$0 < \alpha < -0{,}2 + \frac{0{,}6M}{K - M}$

$-0{,}2 + \frac{0{,}6M}{K - M} > 0$

$\frac{0{,}6M}{K - M} > 0{,}2$

$0{,}6M > 0{,}2K - 0{,}2M$

$0{,}8M > 0{,}2K$

$M > \frac{2}{8}K$

$K < 4M$

$$\begin{cases} \alpha < -0{,}2 + \frac{0{,}6M}{K - M} \\ K < 4M \end{cases}$$

$K - M < 3M$

$\frac{0{,}6M}{K - M} > 0{,}2$

$\frac{0{,}6M}{K - M} - 0{,}2 > 0$

Ответ:

при $\beta > 0{,}2$

при $\alpha < -0{,}2 + \frac{0{,}6M}{K - M}$