Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 14—19 апреля 2018 года

9—11 класс

Второй тур. Задачи

Дата написания **16 апреля 2018 г.**	
Количество заданий	**4**
Сумма баллов	**24**
Время написания	**180 минут**

Класс 11

Все поля ниже заполняются жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!

Задания	5	6	7	8
Баллы 1 член жюри	2	4	2	4
1 член жюри	8 8	8 1	9 6	6 8
Баллы 2 член жюри	2	4	2	4
2 член жюри	8 1	7 8	9 4	7 6

22760

А может и являться

Задача 5

а) — у богатых изменение дохода может не являться таким значительным (они могут потреблять ~~больше~~ значительно меньше, чем получают, они могут откладывать деньги, они более уверены в своём будущем) Бедные ж почти всё из того что в скобках выше делать не могут. Скорее всего они тратят весь свой доход, а значит его изменение сильно их ограничивает, а если он увеличился - они оставят часть на следующий период, ведь навряд ли у них такой стабильный доход, как у богатых. (богатые отлетят и воспользуются если вдруг, а бедные отлетят совсем на крайний случай)

— в случае чего, богатые легко могут взять кредит, ведь они уверены, что смогут вернуть его потом. ~~(либо бого~~ (например, платить кредитной картой - потому что она у него есть). ~~Тут есть два во~~ А для бедных кредит это очень плохо, потому что они могут "не доверять" (например, в силу того, что не разбираются или идти на принцип - я никогда не беру взаймы), это может оказаться очень тяжелой ношей для них) 1

б) первый ~~набор~~:

+ (как мосли)
- мы можем наблюдать за большим количеством домохозяйств долгое время и из-за "больших чисел", при правильной выборке оценить, насколько ~~часто~~ точно верна гипотеза (~~до~~ (много хозяйств, долго наблюдаем, а значит знаем об изменение дохода)
- мы наблюдаем достаточно долго, чтобы учесть "случайность", что ~~даже если~~

— (минусы) Так в чем минус?
- одна группа товаров - еда
- мы не знаем ожидания доходов
- ~~мы~~ не сказано, какую выборку мы берем (те же богатые бедные

Второй:

+ • мы смотрим разные группы товаров, а значит можем учесть изменение потребления в общем (благодаря широкому кругу вопросов)
- Из-за того что каждый год мы выбираем новые домохозяйства

— • мы не так долго наблюдаем за домохозяйствами, за год доходы и ожидания меняются не так сильно, а расходы относительно стабильны 1

+ (как мы)

~~Из-за больше~~

их количество при хорошей выборке достаточно большое, чтобы ~~вр~~ в среднем смотреть на изменение в потреблении.

— (минусы)

~~так и не знаем отдаче~~

опять же ничего не знаем про выборку

• доходы могут не измениться за год, скорее тоже -

f:

1) Т.е первым способом мы видим сколько потребляют длительный период, а значит получаем более точную информацию, т.к ~~случайность~~ вероятность того, что всё время ~~доход~~ расходы сами по себе были одинаковы - крайне мало

2) Во втором случае мы наблюдаем все статьи расходов, а значит можем учитывать замену инфериорных благ на предмет расходы и ~~а~~ правильно оценить долю потребления за период

так же к 1, за 7 лет доход ~~точно~~ может поменять с большей вероятностью, поэтому именно таким исследованием мы учтём (изменено)

Задача 6

а) запишем полезность суммарную:

$U_{об} = A \cdot h \cdot U(C) = A \cdot h \cdot \left(1 - \frac{1}{C}\right)$, где $h + C = Y$, т.е. если потрачен не весь доход, то мы могли бы в каждом году увеличить и при неизменном Y, тогда и полезность бы выросла.

Имеем $\Rightarrow h = Y - C$

$U_{об} = A \cdot h \cdot \left(1 - \frac{1}{C}\right) = A(Y - C) \cdot \left(1 - \frac{1}{C}\right) = AY - \frac{AY}{C} - AC + A =$

$= \underbrace{AY + A}_{\text{не зависит от } C} - \frac{AY}{C} - AC$

// т.к. $A > 0$, $Y > 0$, $C > 0$, нам надо максимизировать:

$-\frac{AY}{C} - AC$, т.к. остальное константа

Т.е. минимизировать $\frac{AY}{C} + AC$, т.к. $\frac{AY}{C} + AC > 0$,

т.к. $AY + A$ - константа и не зависит от уровня C.

Заметим, что $\frac{AY}{C} + AC \geq 2\sqrt{\frac{AY}{C} \cdot AC} \geq 2\sqrt{A^2 Y}$

(по неравенству между средним арифметическим и средним геометрическим, т.к. числа положительны $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \rightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab}$)

равенство (т.е. минимум) достигается, если $a = b$, т.е.:

$\frac{AY}{C} = AC \rightarrow C^2 = Y \Rightarrow C = \sqrt{Y}$. Заметим, что т.к $Y > 1$, $\sqrt{Y} > Y$, значит C - существует, т.к. $C < Y$. Значит $h = Y - C = Y - \sqrt{Y}$ 2/2

Ответ: $C = \sqrt{Y}$; $h = Y - \sqrt{Y}$

б) из пункта а, на здоровье тратят $Y - \sqrt{Y}$.

Докажем, что это возрастающая функция на некотором промежутке:

$\left(Y - \sqrt{Y}\right)' = Y' - \left(\sqrt{Y}\right)' = 1 - \frac{1}{2\sqrt{Y}}$, заметим, т.к. $Y > 1$

$1 - \frac{1}{2\sqrt{Y}} > 0$ при всех возможных Y, т.е. $Y > 1$

т.к. $1-\frac{1}{2\sqrt{y}}$ ~~убывает~~ возрастает при возрастание ~~y~~ ?

$$\sqrt{y}\nearrow \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{y}}\searrow \Rightarrow -\frac{1}{2\sqrt{y}}\nearrow \Rightarrow 1-\frac{1}{2\sqrt{y}}\nearrow$$

а при $y=1$, $1-\frac{1}{2}>0$, значит и при $y>1$, $y-\frac{1}{2\sqrt{y}}>0$

Значит, в стране А по доказанному выше, расходы на здоровье больше, т.к. больше Y. Нужно было говорить о доле ~~т.к.~~ из доказанного выше, при возрастании дохода – ~~дохо~~ расходов. растёт потребление и спрос на здоровье, значит здоровье – товар "роскоши" (ещё при небольших доходах доля расхода на здоровье очень мала) (а при больших доходах – наоборот): $\frac{y-\sqrt{y}}{y}=1-\frac{1}{\sqrt{y}}$ из этого не следует, что это товар роскоши

Ответ: ~~А~~ в стране А, товар "роскоши"

0/2

б) при ~~на~~ росте доходов, как мы получили, расходы на здоровье растут быстрее потребительских, ~~точнее~~ откуда получается, что и доля расходов на них растёт. это связано с тем, что когда у человека появляется больше денег, он не так сильно увеличит своё потребление, потому что уже к чему-то привык, у него сложилась "норма потребления, ~~котор~~ ~~и если сейчас~~ т.е. если вырос доход, человек не так сильно увеличит своё потребление, ведь теперь он может "смотреть в будущее", т.е. больше средств уделить именно на заботу о ~~нём~~ будущем. (~~дол~~ появляется возможность заботится о будущем, комфортно потребляя сейчас)

Доля расходов росла практически во всех странах, потому что доходы так же росли практически во всех странах, добавим к этому развитие медицины (да, появилось и дорогая, но и дешевая стала доступнее, в частности, из-за того что страны стали более развитые), т.е. ~~то~~ для людей это стало доступнее и они стали тратить на это деньги

2/2

Задача 7

а) сначала построим для левого дерева.

пусть X_{L_1} - занятые кукурузой, X_{L_2} - медом, тогда

(1): $X_{L_1} + X_{L_2} \le 160$, а так же $b_L = X_{L_2}$, а $Y_L = (X_{L_2} + \frac{1}{4} b_R) \cdot X_{L_1}$

Заметим, что b_R - константа. Имеем:

$$Y_L = \left(b_L + \frac{b_R}{4}\right) \cdot X_{L_1} \Rightarrow X_{L_1} = \frac{Y_L}{b_L + \frac{b_R}{4}}$$

тогда из (1):

$$\frac{Y_L}{b_L + \frac{b_R}{4}} + b_L \le 160 \Rightarrow Y_L + b_L\left(b_L + \frac{b_R}{4}\right) \le 160 b_L + 40 b_R$$

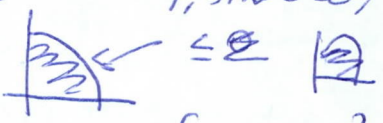
$$(2) \rightarrow Y_L + b_L^2 + b_L\left(\frac{b_R}{4} - 160\right) \le 40 b_R$$

$$Y_L + \left(b_L + \frac{b_R}{8} - 80\right)^2 - \left(\frac{b_R}{8} - 80\right)^2 \le 40 b_R$$

$$(3): Y_L + \left(b_L + \frac{b_R}{8} - 80\right)^2 \le 40 b_R + \left(\frac{b_R}{8} - 80\right)^2$$

Возможно вид (2) - лучше, чем (3), но так мы знаем, что это парабола с ветвями вниз и можем ее нарисовать.

(Знак $\le$ меняется на $=$, т.к. мы строим КПВ, а из уравнения получили множество доступных точек, это все, что находится под параболой.

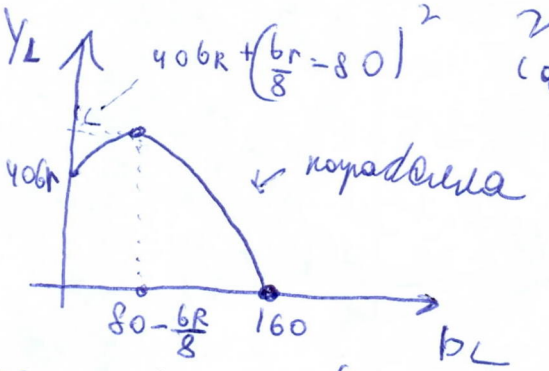


Имеем, наше КПВ: $Y_L + \left(b_L + \frac{b_R}{8} - 80\right)^2 \le 40 b_R + \left(\frac{b_R}{8} - 80\right)^2$

где $0 \le b_L \le 160$

(да, это еще и вытекает из того что $Y_L \ge 0$)

График:



b_L вершины, это при $b_L = 80 - \frac{b_R}{8}$, заметим, что так $b_L > 0$ и $b_L < 160$

для страны ~~B~~ R имеем:

если x_R мы ~~тот~~ имеем аналогично:

$$y_R \le (b_R + 0{,}25 b_L)(100 - x_{R_1})$$

т.к. можем не всё время тратить

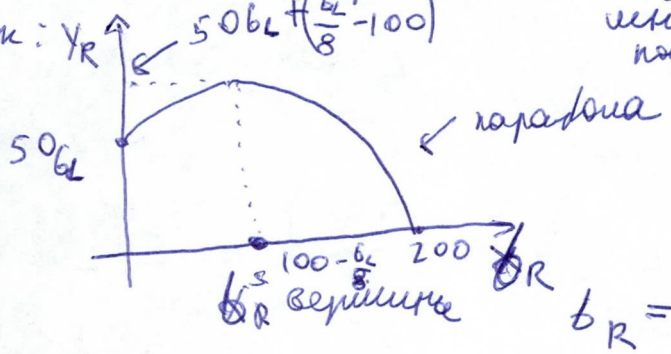
$$y_R \le \left(b_R + \frac{1}{4} b_L\right)(200 - b_R)$$

$$y_R \le -b_R^2 + 50 b_L - \frac{b_R \cdot b_L}{4} + 200 b_R$$

$$y_R + \left(b_R + \left(\frac{b_L}{8} - 100\right)\right)^2 \le 50 b_L + \left(\frac{b_L}{8} - 100\right)^2$$

(аналогично меняем на ровно, т.к. множество таких точек под параболой и ЭПСВВ

График:

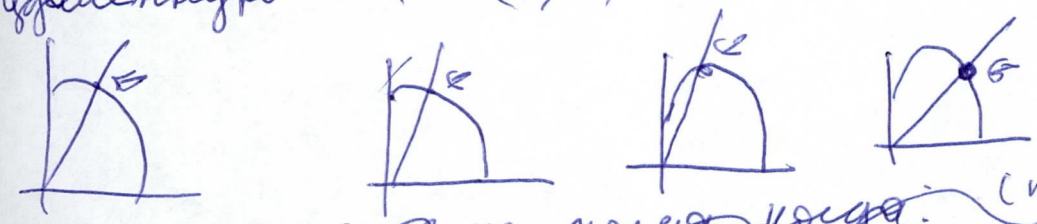


+1 за КПВ

$b_R = 100 - \frac{b_L}{8}$, $b_R > 0$, $b_L < 200$

~~Исходя из того, как потребляют на разных берегах, то есть распределение равновесное, то на каждом берегу находится на КПВ~~

Очевидно, что если мы находимся в равновесии, то каждая страна находится на своей КПВ, т.к. каждая страна выбирает из всех доступных точек максимально удалённую от (0;0) на прямой $y_L = 50 b_L$ и $y_R = 100 b_R$.



~~Значит, равновесие тогда, когда:~~ (подставим y_L и y_R)

$$\begin{cases} 50 b_L + \left(b_L + \frac{b_R}{8} - 80\right)^2 = 40 b_R + \left(\frac{b_R}{8} - 80\right)^2 \\ 100 b_R + \left(b_R + \frac{b_L}{8} - 100\right)^2 = 50 b_L + \left(\frac{b_L}{8} - 100\right)^2 \end{cases}$$

~~проверить!~~

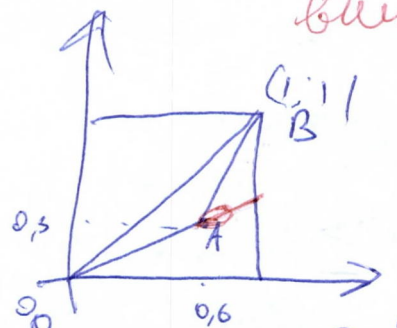
$$\begin{cases} 50 b_L + b_L^2 + b_L\left(\frac{b_R}{4} - 160\right) = 40 b_R & (1) \\ 100 b_R + b_R^2 + b_R\left(\frac{b_L}{4} - 200\right) = 50 b_L & (2) \end{cases}$$

см. продолжение

не всякая ф-ия, не являющаяся выпуклой вниз, явл. выпукл. вверх.

Задача 8

Отметим точку (0,6; 0,3)



Заметим, что кривая Лоренца не может быть выпукла вверх, коэф. лежит строго под OA и строго под AB, т.к. иначе она будет выпукла вверх на одном из участков. Значит, минимальной площадь между кривой Лоренца и абсолютным равенством это $\frac{0,3}{2}$, а значит и коэф Джини хотя бы 0,3. (так же это можно объяснить тем, что при прямых у нас в группах равный доход, а иначе нет и неравенство ещё больше)

(если то как, посчитать коэффициент Джини в случае выше не очевидно — у нас есть формула для двух групп с равными доходами — 0,6 − 0,3 = 0,3)

Теперь рассмотрим x беднейших всего населения.

Если $x \geq 0,6$, пусть $f(x)$ - уравнение кривой Лоренца.

рассмотрим группу людей состоящих из $x-0,6$ человек, где это $x-0,6$ богатейших людей среди 0,6 беднейших людей населения, т.к. их общий доход из условия хотя бы 0,3, то доход именно этих ребят (+ принцип Дирихле) хотя бы:

$$\frac{x-0,6}{0,6} \cdot 0,3 = \frac{x-0,6}{2},$$

их доля в общем числе людей

а значит, $f(x) \geq \frac{x-0,6}{2} + 0,3$

т.к. доход 0,6 беднейших мы знаем, а доход $x-0,6$ богатейших из x, больше, чем доход $x-0,6$ богатейших из 0,6.

Имеем: $f(x) \geq \frac{x}{2}$ $\frac{x}{4}$ по сути

Аналогично, если $x \leq 0,6$

Доход $0,6 - x$ богатейших от 0,6 беднейших

это ~~хотя бы~~ максимум $f(0,6+0,6-x)-f(0,6)=$

$$\cancel{=\frac{0,6-x}{2}-0,3}\quad \cancel{0,6-\frac{x}{2}+0,3=0,9-\frac{x}{2}-0,3=}$$

$$\cancel{=0,6-\frac{x}{2}}=0,6-\frac{x}{2}-0,3=0,3-\frac{x}{2}$$

тогда доход ~~0,6~~ x двухнейших хотя бы:

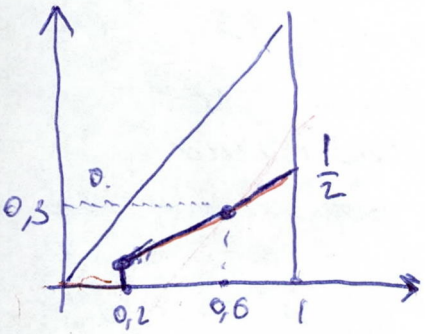
$\cancel{f(0,6)-f(}$

$$f(x)\geq f(0,6)-\left(0,3-\frac{x}{2}\right)\geq\frac{x}{2}$$

Но! т.к. $0,6+0,6-x\leq 1$, то $x\geq 0,2$, для других ничего не знаем:

Нарисуем: $f(x)\geq\frac{x}{2}$, при $0,6\geq x\geq 0,2$

$f(x)\geq\frac{x}{2}$ ~~+0,3~~, при $x\geq 0,6$.



значит кривая Лоренца лежит выше этой прямой, а максимальный коэф. Джини достигается при

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,2\\ \frac{x}{2}, & 1>x\geq 0,2\\ 1, & x=1\end{cases}$$

неккорректная функция

при этом кривая Лоренца корректна, а максимальный коэф. Джини при это:

$$0,2\cdot 0,2+\underbrace{(0,1+0,5)}_{\text{ч.д.}}\cdot 0,8=0,04+0,08+0,4=0,52$$

Ответ: $0,3\leq$ Джини $\leq 0,52$

обе ①

Дополнительный лист

Задача 6 (+ прошу проверить зачёткнутую часть работы в этой задаче)

$$\begin{cases} \cancel{b_R^2 + b_R\left(\frac{b_L}{4} - 100\right) = 50 b_L} \\ \cancel{b_L^2 + b_L\left(\frac{b_R}{4} - 110\right) = 40 b_R} \end{cases}$$

+1

~~Тогда, количество обоих тем больше, чем больше b_R и b_L, т.е.:~~

~~$b_R = \frac{b_L}{4} - 100$~~

~~т.к. мы максимизируем, то мы выбираем больший корень:~~

$$\cancel{b_R = \frac{100 - \frac{b_L}{4} + \sqrt{\left(\frac{b_L}{4} - 100\right)^2 + 200 b_L}}{2}}$$

$$\cancel{b_L = \frac{110 - \frac{b_R}{4} + \sqrt{\left(\frac{b_R}{4} - 110\right)^2 + 160 b_R}}{2}}$$

~~т.к. мы максимизируем количество потребляемых комплектов: предельное производство Y:~~

Нет! Всё же проверить зачёткнутую часть

б) объединив усилия, они будут максими