Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 14—19 апреля 2018 года

9—11 класс

Второй тур. Задачи

Дата написания **16 апреля 2018 г.**	
Количество заданий	4
Сумма баллов	24
Время написания	**180 минут**

Класс //

Все поля ниже заполняются жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!

Задания	5	6	7	8
Баллы 1 член жюри	4	6	2	2
1 член жюри	8 4	5 1	0 1	1 3
Баллы 2 член жюри	0	6	2	2
2 член жюри	0 0	1 4	6 6	1 1

22735

+1

С чего бы?

Задача 5

а) • Бедные люди обладают меньшей уверенностью в будущем, у них редко бывает подушка безопасности в виде достаточных сбережений. Неуверенность в будущем возникает из-за высокой вероятности быть уволенным (работников низкоквалифицированного труда легко заменить) и недостаточного уровня материального обеспечения. Будучи неуверенными относительно будущего, они предпочитают потреблять в настоящем.

• ~~Бедные люди зачастую имеют низкий уровень образования и квалификации.~~

• Бедные стремятся тратить на потребление бо́льшую часть своего дохода (им нужно выжить), тре у бедных крайне высокая; потребление занимает почти все доходы ⇒ при Δ доходов нет возможности сглаживать потребление, т.к. выживание предпочитают ~~[illegible]~~ сбережениям

у богатых ниже м.б.

б) 1 способ: Данные по доходам и расходам на продукты питания

• Как можно проверить? — Если при изменении ~~[illegible]~~ доходов? расходы на продукты питания почти не меняются, то гипотеза верна

A⇒A ✓

• Недостатки: ✓ не учитываются продукты, произведённые в натуральном хозяйстве

✓ не учитывается Δ доходов, связанное с теневой экономикой (как и расходы в ней)

✓ потребление — это не только продукты питания ⇒ потребление учитывается не полностью

2 Способ. Опрос.

Как проверить?
Если гипотеза верна, то в предпосылке, что домохозяйства относительно однородны, изменение в потреблении не должно быть значимым между разными ~~[illegible]~~ по доходу домохозяйствами.

Недостатки

√ Разные домохозяйства, имеющие одинаковый доход, могут стремиться к разному уровню потребления ⇒ было бы странно сравнивать

√ Люди могут врать или просто забывать (например, тут, если продукты покупают жена) ⇒ данные могут быть неверными

√ Мы (исследователи) не видим 1 динамику изменения доходов семьи, а довольствуемся сравнительной статикой, что требует дополнительной (но верной ли?) предпосылки об относительно однородных предпочтениях.

Задача 6

а) $y = h + c \Rightarrow h = y - c$

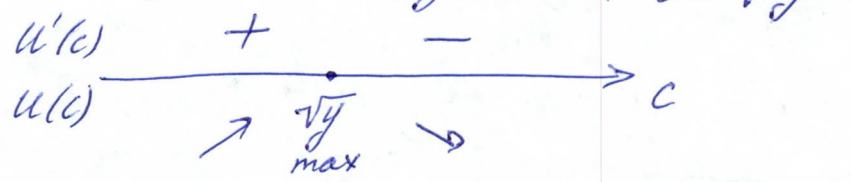
$$U = A h \cdot \left(1 - \frac{1}{c}\right) = A(y-c)\left(1 - \frac{1}{c}\right) = A\left(y - c - \frac{y}{c} + 1\right) =$$

$$= Ay - Ac - \frac{Ay}{c} + A \to \max$$

Ан y - жёстко заданные $\Rightarrow$ максимизируем по c

$$U'(c) = -A + \frac{Ay}{c^2} = 0$$

$$\frac{Ay}{c^2} = A \Rightarrow y = c^2 \Rightarrow c = \sqrt{y}$$



$$h = y - c = y - \sqrt{y}$$

Ответ: $c = \sqrt{y}$, $h = y - \sqrt{y}$ 2|2.

б) Пусть в стране А - y_a, в В - y_b, $y_a > y_b$

~~$\frac{h_a}{h_b} = \frac{y_a - \sqrt{y_a}}{y_b - \sqrt{y_b}} = \frac{y_a}{y_b}$~~

Доля расходов на здравоохранение: $\frac{h_a / y_a}{h_b / y_b}$

относятся как

$$\frac{(y_a - \sqrt{y_a})/y_a}{(y_b - \sqrt{y_b})/y_b} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{y_a}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{y_b}}} = \frac{\frac{\sqrt{y_a} - 1}{\sqrt{y_a}}}{\frac{\sqrt{y_b} - 1}{\sqrt{y_b}}} =$$

$$= \frac{(\sqrt{y_a} - 1)(\sqrt{y_b})}{(\sqrt{y_a})(\sqrt{y_b} - 1)} > 1, \text{ т.}$$

Учитывая, что индивид тратит у только на потребление и здоровье, посмотрим как изменилась доля расходов на потребление. Пусть $y_a = t y_b$, $t > 1$

$$\frac{c_a / y_a}{c_b / y_b} = \frac{\sqrt{t y_b} / t y_b}{\sqrt{y_b} / y_b} = \frac{\sqrt{t y_b} \cdot y_b}{t y_b \cdot \sqrt{y_b}} = \frac{1}{\sqrt{t}} < 1$$

Значит, доля на потребление ↓ ⇒ доля расходов на здоровье выросла при росте дохода (в А больше). +

2|2

Значит, здоровье – товар роскоши +

в) В странах существует долгосрочный экономический рост ⇒ увеличивается реальный ВВП ~~по мере роста дохода растут расходы на здравоохранение, т.к. оно товар роскоши~~

Рост реального ВВП сочетается с ростом совокупных расходов (и дохода) ⇒ общество в целом становится богаче. Значит, товар роскоши (здоровье), имеющий $\varepsilon_I^D > 1$, будет занимать всё больший % от совокупных расходов, т.к. люди, обладая большим доходом, будут желать продлить свою жизнь, чтобы потреблять в большем кол-ве периодов

2|2.

Задача 7 (см. доп. лист)

а) Для острова L (хлопья обозначим Y, мёд — M)

• Изначально производим мёда

$$Y_L = (b_L + 0{,}25\, b_R)\, x_L$$

При этом, b_L — это число улоев, а значит и число пасечников, а b_R — экзогенно задан

$$b_L + x_L = 160 \Rightarrow b_L = (160 - x_L)$$

$$Y_L = \left(160 + \frac{1}{4} b_R\right) x_L - x_L^2$$

$$M_L = b_L = 160 - x_L \Rightarrow x_L = 160 - M_L$$

$$Y_L = \left(160 + \frac{1}{4} b_R\right)(160 - M_L) - (160 - M_L)^2 =$$

$$= 160^2 + 40 b_R - 160 M_L - \frac{1}{4} b_R \cdot M_L - 160^2 - M_L^2 + 320 M_L =$$

$$= 40 b_R + \left(160 - \frac{1}{4} b_R\right) M_L - M_L^2$$

$$\boxed{Y_L = 40 b_R + \left(160 - \frac{1}{4} b_R\right) M_L - M_L^2}$$

Решение задачи здесь просто не проверять; см. доп. лист

парабола, ветви вниз. Вершина

$$M_L = \frac{\left(160 - \frac{1}{4} b_R\right)}{2}$$

Значит, $M_L \le 80 - \frac{1}{8} b_R$ не производим, т.к. в вершине $M_L \uparrow$ и $Y_L \uparrow$

~~Для острова R~~

$$\cancel{Y_R = \left(b_R + \frac{1}{4} b_L\right)(x_R) =}$$

$$\cancel{= \left(200 + \frac{1}{4} b_L - x_R\right)}$$

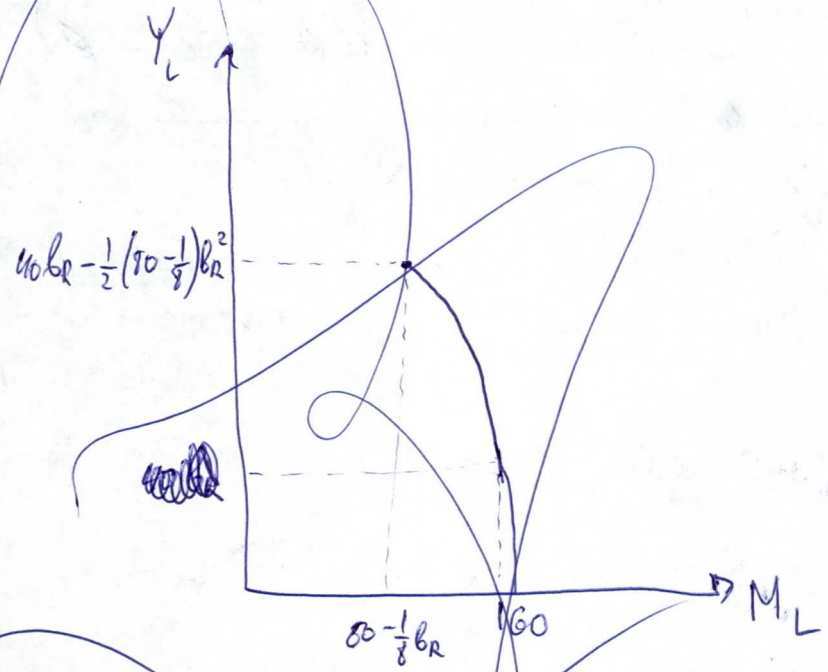
~~В этой точке (вершине~~

При этом, ~~[illegible]~~

При этом, при $b_L = 160$, $Y_L = 0$

В вершине $Y_L = 40 b_R + \left(160 - \frac{1}{4} b_R\right)\left(80 - \frac{1}{8} b_R\right) - \left(80 - \frac{1}{8} b_R\right)^2 =$

$= 40 b_R + \frac{1}{2}\left(80 - \frac{1}{8}\right) b_R^2$



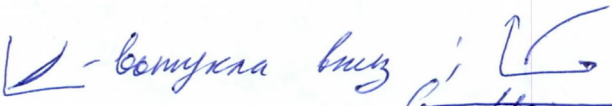
Аналогично для острова R

$M_R = b_R \quad b_R + X_R = 200$

$Y_R = \left(b_R + \frac{1}{4} b_L\right) X_R = \left(200 - M_R\right)$

$= \left(M_R + \frac{1}{4} b_L\right)\left(200 - M_R\right)$

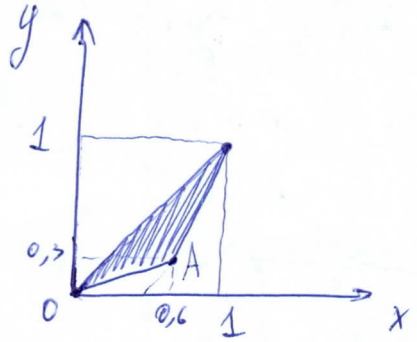
Задача 8


- выпукла вниз; выпукла вверх

~~1) Найдём max возможное значение G. 40% самых богатых владеют 70% дохода => 1% "богатого населения" владеет~~

1) Докажем, что кривая Лоренца не выпукла ~~вниз~~ вверх. Если кривая Лоренца выпукла ~~вниз~~ вверх, то вторая производная <0 => дополнительный процент населения приносит меньший прирост дохода, чем предыдущий. Значит, предыдущий процент ~~[illegible]~~ больше, чего быть не может. +1б.

2) G max-на при min возможной площади между кривой Лоренца и кривой абсолютного равенства. Кривая Лоренца в задаче проходит через (0;0), (0,6;0,3) и (1;1). наоборот



~~Если на каком-то из~~

Если на участке $x \in [0;0,6]$ или $[0,6;1]$ кривая Лоренца выпукла ~~вверх~~ вниз, то соединив 2 крайние точки (известные нам) на кривой Лоренца мы получим меньшую искомую S => G max-ен, если искомая площадь – площадь треугольника на рисунке.

Для этого ~~[illegible]~~ крайнего случая (когда $G = G_{max}$),

$G = x_{poor} - y_{poor} = 0,3$ +1б. (здесь две группы)

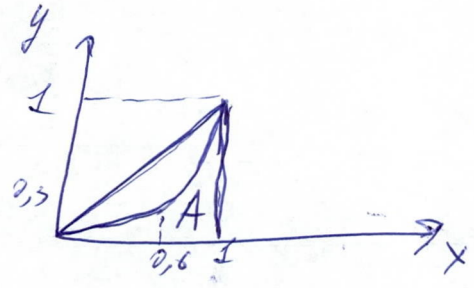
Значит, $G_{min} = 0,3$

3) Найдём G_{max}. Чем меньше площадь A, тем больше G (т.к. ↑ искомая во 2) площадь => растёт G)

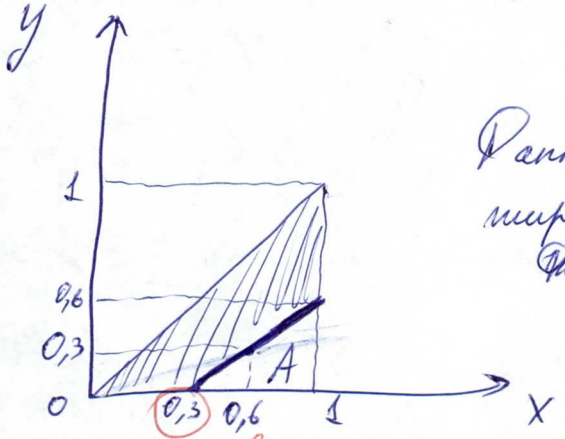
→

Как мы выяснили, кривая Лоренца не выпукла вверх
~~...~~ рассмотрим любую кривую, ограничивающую A.

1



Площадь A можно сократить, если через (0,6; 0,3) провести прямую, || кривой абсолютного равенства
не обязательно это так

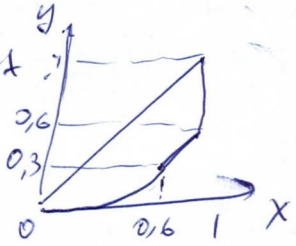


неверно

Данная прямая обозначена жирным на рисунке.
~~...~~ В этом случае

$$G = \frac{1/2 - S_A}{1/2} = 1 - 2 \cdot \frac{0,6 \cdot 0,7}{2} = 0,58$$

Если мы захотим $\downarrow S_A$, то нам надо будет провести кривую Лоренца так, что она окажется выпуклой вверх



Этого, как мы доказали, быть не может

$$\Rightarrow G_{max} = 0,58$$

2/6

Ответ: [0,3; 0,58]

Примечание: если мы захотим провести жирную линию линейно и по-другому, то это $\downarrow$ площадь Δ, если одна из сторон уменьшится в большей степени, чем другая $\uparrow$

Прямая задаётся $y = Kx + b$, ~~...~~ не обосновано, почему мы можем брать эту линию и что мы будем ее брать

но это не $\downarrow S_\Delta$ ~~...~~ $\Rightarrow G_{max} = 1 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 1$

Дополнительный лист

Задача 7

Обозначаем лёдки как M, а общую рабочую силу на берегу — L. Берег, для которого строим КПВ с индексом i, другой — $-i$.

$$Y_i = (b_i + 0{,}25\, b_{-i}) \cdot x_i$$

$b_i = M_i$, b_i также число пассажиров

$$x_i + b_i = L \Rightarrow x_i = L_i - M_i$$

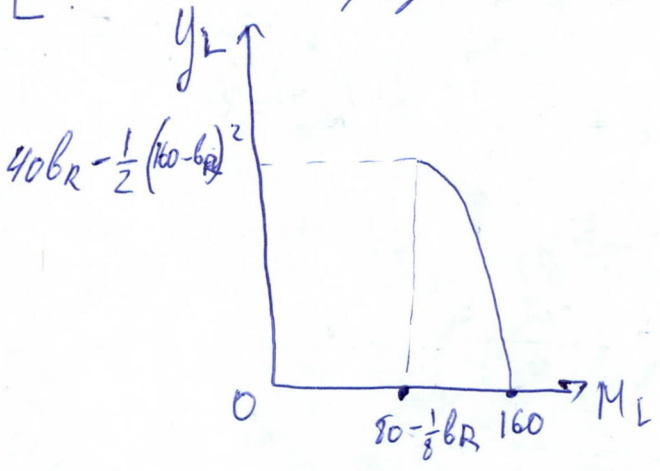
$$Y_i = (b_i + 0{,}25\, b_{-i})(L_i - M_i) = \left(M_i + \tfrac{1}{4} b_{-i}\right)(L_i - M_i) =$$

$$= \left(L_i - \tfrac{1}{4} b_{-i}\right) M_i + \tfrac{1}{4} b_{-i} \cdot L_i - M_i^2$$

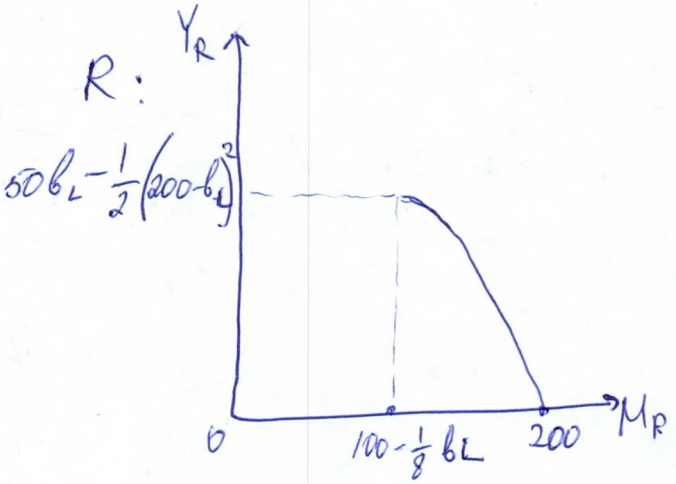
$\cap \Rightarrow$ max в вершине $M_i = \dfrac{L_i - \frac{1}{4} b_{-i}}{2} =$

$= \frac{L_i}{2} - \frac{1}{8} b_{-i}$. Значит, M_i меньше этого производить не будем (т.к. тогда прибыль в точке на вершине, $\uparrow M_i$ и Y_i)

L:



R:



В вершине $Y_i = \left(L_i - \frac{1}{4} b_{-i}\right) \cdot \frac{1}{2}\left(L_i - \frac{1}{4} b_{-i}\right) - \left(L_i - \frac{1}{4} b_{-i}\right)^2 +$

$$+ \frac{1}{4} b_{-i} \cdot L_i = -\frac{1}{2}\left(L_i - b_{-i}\right)^2 + \frac{1}{4} b_i L_i$$

→

~~$y_L = 50 M_L = \left(160 - \frac{1}{4} M_R\right) M_L + 40 M_R - M_L^2$~~

~~$y_R = 100 M_R = \left(200 - \frac{1}{4} M_L\right) M_R + 50 M_L - M_R^2$~~

~~$\left(110 = \frac{1}{4} M_R\right)$~~

~~Решая нелинейное~~

Для L в оптимуме $M_L = \frac{y}{50}$, для R $M_R = \frac{y}{100}$

$$y_L = \left(160 - \frac{1}{4} M_R\right) \cdot \frac{y_L}{50} + 40 M_R - \left(\frac{y_L}{50}\right)^2$$

~~Отсюда~~

$y_L = 50 M_L$; $y_R = 100 M_R$

26

~~$50 M_L = \left(160 - \frac{M_R}{4}\right) M_L + 40 M_R - M_L^2$~~

$100 M_R = \left(200 - \frac{M_L}{4}\right) M_R + 50 M_L - M_R^2$

Оп. доп. лист

L: решим отн. M_L

$\left(110 - \frac{M_R}{4}\right) M_L - M_L^2 + 40 M_R = 0$

$D = \left(110 - \frac{M_R}{4}\right)^2 + 160 M_R =$

$= 110^2 + \left(\frac{M_R}{4}\right)^2 + 105 M_R$

$M_L = \frac{\left(\frac{M_R}{4} - 110\right) \pm \sqrt{D}}{-2}$ берём больший корень

R: решим отн. M_R

$\left(100 - \frac{M_L}{4}\right) M_R + 50 M_L - M_R^2 = 0$

$D = \left(100 - \frac{M_L}{4}\right)^2 + 200 M_L =$

$= 100^2 + \left(\frac{M_L}{4}\right)^2 + 150 M_L$

$M_R = \frac{\left(100 - \frac{M_L}{4}\right) \pm \sqrt{D}}{-2}$. Берём больший корень.

~~найденный M_L подставим в M_R~~ и найдём оптимум

доп. лист

$\cancel{M_R = 100 - 110 - \frac{MR}{4}}$ Задача 7

Выполнить данные преобразования не вполне

г) Теперь (с учётом x_L и $b_L \le 160$ и x_R и $b_R \le 200$)

$$Y = (b_L + 0{,}25\, b_R)\, x_L + (b_R + 0{,}25\, b_L)\, x_R$$

Как с наименьшими человеческими затратами произвести M единиц M?

а) Если ~~в оптимуме~~ можно производить, получая Y в вершине, то это равновесно, т.к. большего Y не достичь.

$$Y_L = 50\, M_L = 80 - \frac{1}{8} M_R$$

$$Y_R = 100\, M_R = 100 - \frac{1}{8} M_L$$

$$\begin{cases} M_R = 640 - 400\, M_L \\ M_R = 1 - \frac{1}{800} M_L \end{cases}$$

$$640 - 400\, M_L = 1 - \frac{1}{800} M_L$$

$$639 = \frac{319999}{800} M_L$$

$M_L \approx 1{,}6 \Rightarrow$ $\boxed{\text{завтраки } b_L \approx 80}$

$\cancel{M_R \approx 0{,}02}$

$M_R \approx \frac{998}{1000} \Rightarrow$ $\boxed{\text{завтраки } b_R \approx 100}$

б) Например, при $b_L = b_R = 10$

$$y_L = 12{,}5\, x_L \qquad x_L = 150$$
$$y_R = 12{,}5\, x_R \qquad x_R = 190 \Rightarrow Y = 4250$$

При этом, имеющуюся тёда хватит, чтобы обеспечить больше завтраков вуда