

Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 14—19 апреля 2018 года

9—11 класс

Второй тур. Задачи

Дата написания	16 апреля 2018 г.
Количество заданий	4
Сумма баллов	24
Время написания	180 минут

Класс

11

Все поля ниже заполняются жюри.
Никаких пометок на титульном листе быть не должно!

Задания	5	6	7	8
Баллы 1 член жюри	4	4	2	6
1 член жюри	8/4	9/4	8/4	7/4
Баллы 2 член жюри	4	4	2	6
2 член жюри	8/4	7/9	9/6	6/7

22646

Задача 5

а) I При несовпадении ожиданий действительности богатым проще будет пережить сложившуюся ситуацию, т.к. у них больше средств в запасе. откуда?

II Существуют корреляция между устойчивостью доходов и состоянием домохозяйства. Обычно высококвалифицированные работники дают стабильные доходы. Низкоквалифицированные же работники бывают разовыми или в связи с менее достойным отношением работодателя к сотрудникам, могут быть задержаны

б) 1) Тезис: можно проследить долгосрочную зависимость между потреблением и последующими расходами

Минус: выборка может изначально состоять из домохозяйств, отвергающих данную идею и действующих по иным соображениям
Учитывается только потребление продуктов питания, возможно, семьи предпочитают тратить дополнительные средства в другие отрасли

2) Тезис: такая выборка, больше семей, попадающих под опрос. широкий охват продуктами

Минус: разовая трансформация (одно опрос, а не собранные данные) также спрашивают лишь 1 раз

Изменение потребления может измениться в связи с сильными внешними факторами (мировой кризис и т.п.)

Задача 6

$$а) A h \cdot u(c) = A(y - c) \left(1 - \frac{1}{c}\right) = A \left(y + 1 - c - \frac{y}{c}\right)$$

$$\left(A \left(y + 1 - c - \frac{y}{c}\right)\right)' = A \left(-1 + \frac{y}{c^2}\right) \quad \text{НО } c^2 = y \Rightarrow \frac{y}{c^2} = 1$$

Заметим, что при малых c $\frac{y}{c^2} \gg 1 \Rightarrow$ производная > 0

Значит при $A \left(-1 + \frac{y}{c^2}\right) = 0$ будет максимум полезности

$$-1 + \frac{y}{c^2} = 0$$

$$\frac{y}{c^2} = 1 \quad y = c^2 \quad c = \sqrt{y} \quad h = y - c = y - \sqrt{y} \quad 2/2$$

б) доля расходов на потребление: $\frac{c}{y} = \frac{\sqrt{y}}{y} = \frac{1}{\sqrt{y}}$. Значит, чем больше доход, тем меньше доля потребления, а следовательно больше доля расходов на здоровье. Значит в A доля расходов на здоровье больше. Но есть здоровье \rightarrow можно считать товаром роскоши. \uparrow $2/2$

в) В данной задаче повышение дохода позволяет увеличивать продолжительность жизни с постоянными предельными значениями, при этом производная растёт, в отличие от вложений в потребление. Соответственно, в жизни также. Как только люди стали доверять медицине, зависимости продолжительности жизни от призрачных а уровень жизни в целом вырос (т.е. никто не голодает и прибыльная выгода от инвестиций в потребление уже не так высока), стало предпочтительным тратить деньги на здоровье.

0/2.

Задача 7

$$a) y_L = (v_L + 0,25v_R) x_L$$

$$L_L = 160$$

$$y_L = 50v_L$$

Смысла делать микши мед или хлопья нет, т.к. человеческий ресурс затраченный на перепроизводство можно было бы частично направить в другую отрасль работы, тем самым увеличив кол-во завтраков

Пусть завтраков y_L . Тогда $v_L = \frac{y_L}{50}$

$$x_L = 160 - \frac{y_L}{50}$$

$$y_L = (v_L + 0,25v_R) (160 - \frac{y_L}{50}) = y_L$$

$$50(160 - x_L) = (160 - x_L + 0,25v_R) x_L$$

$$8000 - 50x_L = 160x_L - x_L^2 + 0,25v_R x_L$$

Пусть мед производят v_L человек. ~~Максимизируем y_L .~~

$$y_L = (v_L + 0,25v_R)(160 - v_L) = -v_L^2 - 0,25v_R v_L + 160v_L + 40v_R$$

~~ЭПВВН \Rightarrow макс. в конце прозв.~~

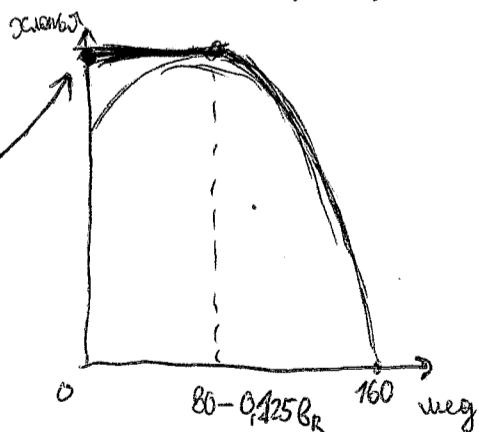
т.к. все остальные пойдут на поле кукурузы

$$y'_L = -2v_L - 0,25v_R + 160 = 0$$

$$v_L = \frac{-0,25v_R + 160}{2} = 80 - 0,125v_R$$

$$y_L = (80 + 0,125v_R)(80 + 0,125v_R)$$

\uparrow
микши



При кол-ве меда $< 80 - 0,125v_R$, все равно отправляем столько людей для макс. хлопья, а микши мед. вынуждены

Для R:

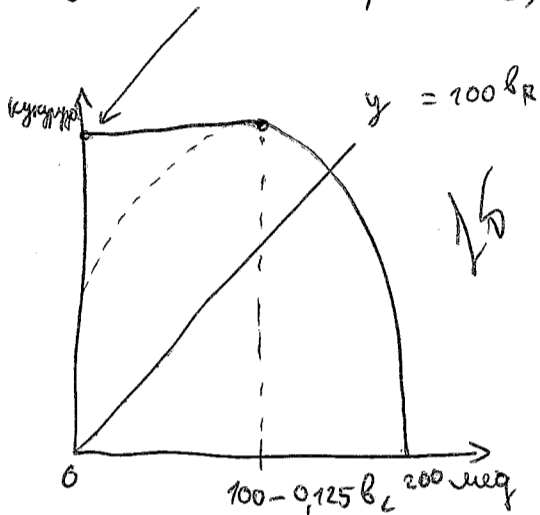
Пусть мы произведем v_R человек. Тогда

$$y_R = (v_R + 0,25v_L)(200 - v_R) = -v_R^2 - 0,25v_L v_R + 200v_R + 50v_L$$

$$\text{ЭПВЧ } y'_R = -2v_R - 0,25v_L + 200 = 0$$

$$v_R = \frac{200 - 0,25v_L}{2} = 100 - 0,125v_L$$

$$y_R = (100 + 0,125v_L)^2$$



$y_R = 100v_R$, когда узнаем v_L

$$100v_R = (v_R + 0,25v_L)(200 - v_R), v_R > 100 - 0,125v_L$$

$$v_R^2 + 0,25v_L v_R - 100v_R + 50v_L = 0$$

$$v_R = \sqrt{\frac{1}{16}v_L^2}$$

Но при этом если

Заметим, что при $v_R \leq 100 - 0,125v_L$

$$y_R \leq 10000 - 12,5v_L < (100 + 0,125v_L)^2 \Rightarrow$$

точка пересечения лежит на $[100 - 0,125v_L; +\infty)$

$$\text{Аналогично для } v_L \quad y_L \leq 6400 - \dots v_L < (80 + \dots v_L)^2$$

\uparrow 6400 \downarrow

Равновесие:

$$\begin{cases} 100v_R = (v_R + 0,25v_L)(200 - v_R) \\ 50v_L = (v_L + 0,25v_R)(160 - v_L) \end{cases}$$

$$50v_L = (v_L + 0,25v_R)(160 - v_L)$$

$$0,25v_R = \frac{50v_L}{160 - v_L} - v_L = \frac{v_L^2 - 110v_L}{160 - v_L}$$

$$v_R = \frac{4v_L^2 - 440v_L}{160 - v_L}$$

$$\frac{400v_L^2 - 44000v_L}{160 - v_L} = \left(\frac{4v_L^2 - 440v_L + 40v_L - 0,25v_L^2}{160 - v_L} \right) (200 - v_R)$$

$$\frac{400v_L^2 - 44000v_L}{800v_L^2 - 88000v_L - 4v_L^2 + 4400v_L} = \frac{375v_L^2 - 400v_L}{160 - v_L}$$

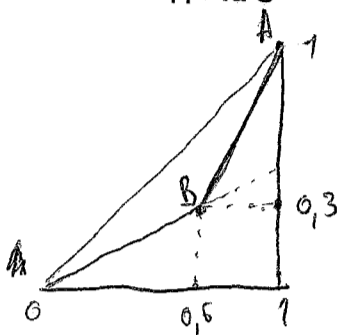
на гор. линии

16 апреля 2018 г.

6 Безыргизио

2-й тур. Задачи

Задача 8



Заметим, что кривая Лоренца должна быть волнующей, т.к. иначе у более богатой части населения будет меньше денег, чем у более бедной. Заметим, что для Δx человек ~~беднейшего~~ населения их доход пропорционален ^{значению} производной в данной точке для кривой Лоренца. Значит, из условия волнующести, производная убывает.

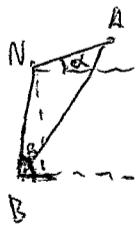
Заметим, что на участке $[0; 0,6]$ не может быть точек выше, чем AB , т.к. если такая точка $M(x, y)$ существует ($y > \frac{1}{2}x$, условие, что выше AB), тогда $\frac{y}{x} > \frac{1}{2} \Rightarrow x$ беднейших людей будет больше в среднем 60% беднейших людей, хотя $x < 0,6$.

Аналогично для $[0,6; 1]$ нет точек выше AB :

Пусть $\exists N(x, y) : y > \frac{7}{4}x - \frac{3}{4}$ (уравнение AB)

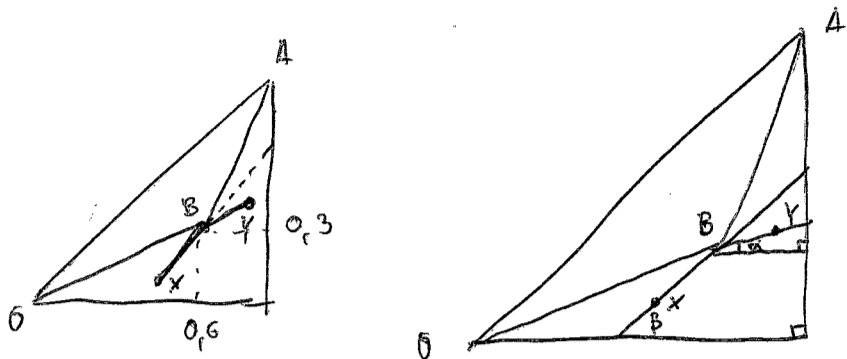
$$\frac{y}{x} > \frac{\frac{7}{4}x - \frac{3}{4}}{x} = \frac{7}{4} - \frac{3}{4x}$$

Пусть $\exists N(x, y) : y > \frac{7}{4}x - \frac{3}{4}$ (уравнение AB). Тогда:



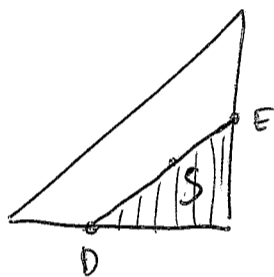
$\alpha < \beta \Rightarrow$ группа людей на NA беднее людей на NB — противоречие

Также найдём точку X на $[0; 0,6]$ такую, что $\angle OBX$ принимает максимальное значение. Заметим, что на $[0,6; 1]$ все точки будут лежать над BX , т.к. иначе:



Если Y ниже BX , то $\angle \alpha < \angle \beta \Rightarrow$ людей с участка XB будет больше людей с BX — противоречие.

Значит любую кривую можно ограничить прямой, проходящей через т. B снизу и отрезками OB и AB сверху.



Пусть $y = ax + b$ — та прямая

$$0,3 = a \cdot 0,6 + b$$

$$b = 0,3 - 0,6a$$

$$y = ax + 0,3 - 0,6a$$

$$D: 0 = ax + 0,3 - 0,6a$$

$$x = \frac{-0,3 + 0,6a}{a}$$

$$E: y = a + 0,3 - 0,6a$$

$$y = 0,4a + 0,3$$

$$S = \frac{(0,4a + 0,3) \left(1 + \frac{0,3 - 0,6a}{a}\right)}{2} = \frac{(0,4a + 0,3) \left(\frac{0,4a + 0,3}{a}\right)}{2} = \frac{(0,4a + 0,3)^2}{2a}, \quad a \in \left[\frac{1}{2}; \frac{7}{4}\right]$$

$$S' = \frac{1}{2} \left(\left(0,4 + \frac{0,3}{a}\right) (0,4a + 0,3) \right)' = \frac{1}{2} \left(-\frac{0,3}{a^2} (0,4a + 0,3) + 0,4 \left(0,4 + \frac{0,3}{a}\right) \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(-0,12 \cdot \frac{1}{a} - 0,09 \cdot \frac{1}{a^2} + 0,16 + \frac{0,12}{a} \right) = 0$$

$$\frac{-12}{a} - \frac{9}{a^2} + 16 + \frac{12}{a} = 0$$

$$\frac{9}{a^2} = 16$$

$$a = \frac{3}{4} \quad S = \frac{(0,6)^2}{\frac{3}{2}} = \frac{0,72}{3} = 0,24$$

продолжение на стр. 10

16 апреля 2018 г.

2-й тур. Задачи

Дополнительный лист

N 8.

Покажите проверки края:

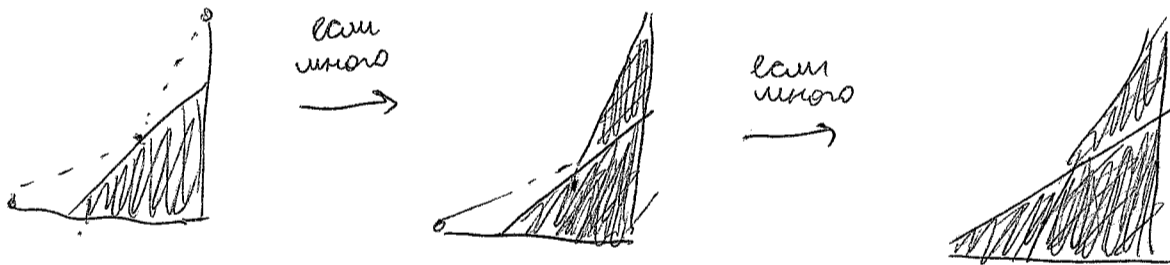
$$S\left(\frac{1}{2}\right) = 0,25$$

$$S\left(\frac{7}{4}\right) = \frac{1}{\frac{7}{2}} = \frac{2}{7} > 0,24.$$

Значит, площадь под графиком $\geq 0,24$ и $\leq \frac{0,3 \cdot 0,6}{2} + \frac{(0,3+1)}{2} \cdot (1-0,6) = 0,09 + 1,3 \cdot 0,2 = 0,35$ (под пометкой OBA)

$$\text{Значит коэф. Фурье } \in \left[\frac{\frac{1}{2} - 0,35}{\frac{1}{2}} ; \frac{\frac{1}{2} - 0,24}{\frac{1}{2}} \right] = [1 - 0,7 ; 1 - 0,48] = [0,3 ; 0,52]$$

Примеры на все коэф. строится так:



Задача N 7

$$\frac{100b_L - 11000}{199b_L - 220} = \frac{3,75b_L^2 - 400b_L}{160 - b_L}$$
$$\frac{100b_L - 11000}{199(b_L - 220)} = \frac{3,75b_L^2 - 400b_L}{160 - b_L}$$
$$\frac{2b_L^2 - 220b_L}{160 - b_L} = 375$$