

Направление: «Экономика»

Профили: «Экономика»

КОД – 110

Время выполнения задания – 180 мин., язык – русский/английский

Решите все три задачи
Веса задач приведены в скобках

Инструкции

- Решение может быть представлено как на русском, так и на английском языке. Никаких дополнительных баллов, впрочем, как и штрафов, за решение на английском языке не предусмотрено.
- Решение должно быть хорошо структурированным, изложено грамотным языком, а почерк – распознаваемым. Ответы на качественные вопросы должны быть убедительно аргументированы, но длинные рассуждения, не относящиеся к сути дела, могут негативно повлиять на оценку.
- Все шаги в решении должны быть обоснованы, все вычисления должны присутствовать в работе. Калькуляторами пользоваться запрещено.
- Черновики не предусмотрены, решение сразу оформляется на чистовик.
- Если приведенное решение является неверным, перечеркните его (перечеркнутое решение не проверяется) и приведите корректную версию.
- При наличии нескольких вариантов решения одного и того же задания, проверяющий сам определяет, какое из решений подлежит проверке, а апелляции с просьбой проверить другой вариант решения не принимаются.

1. (40 points) Answer the following short questions

- a) Starting from January 1, 2019 new customs rules are introduced in Russia that among other things concern internet-shopping abroad. According to these rules all purchases above 500 euro are subject to a customs duty equal to 30% of the excess above this limit. In case of a violation (e.g. if a false customs declaration is submitted) not only does the customer have to pay a duty in full, but she is also fined with a half of the duty evaded.

Consider a consumer A. with a 1000 euro wealth who has made a 700 euro purchase in a foreign internet shop. Trying to save on her duty payments, A. can declare a lower sum of the purchase. Experts say that the declaration will be checked with the probability 75% and if so, the actual sum of the purchase will be revealed with the probability 80%. Assume that A's preferences are represented by an expected utility function with an elementary utility function $u(x) = \ln x$. What sum of the purchase will she state in the customs declaration she submits?

Решение (10 баллов)

Обозначим задекларированную стоимость покупки через y .

1) Пусть $500 \leq y \leq 700$.

Тогда, если будет проведена проверка декларации и она выявит фактическую стоимость покупки, то богатство потребителя А составит

$$1000 - 700 - 0,3(700 - 500) - 0,15(700 - y) = 135 + 0,15y.$$

Вероятность наступления такого состояния мира равна $0,75 \cdot 0,8 = 0,6$. Если же проверка декларации будет проведена, но она не выявит нарушений (вероятность наступления этого состояния мира равна $0,75 \cdot 0,2 = 0,15$), то богатство потребителя А составит

$$1000 - 700 - 0,3(y - 500) = 450 - 0,3y.$$

И точно такой же уровень богатства будет у потребителя в отсутствие проверки таможенной декларации – состоянии мира, которое реализуется с вероятностью $0,25$. Таким образом, потребитель А будет иметь богатство $450 - 0,3y$ с вероятностью $0,25 + 0,15 = 0,4$.

Следовательно, оптимальная декларируемая стоимость покупки при $500 < y \leq 700$ - это такая величина y из указанного интервала, которая доставляет максимум ожидаемой полезности $U(y) = 0,4 \ln(450 - 0,3y) + 0,6 \ln(135 + 0,15y)$.

2) Если потребитель укажет в таможенной декларации сумму, меньшую 500 евро, $y \leq 500$, в случае проверки, не выявляющий нарушений, как и в отсутствие проверки, он будет иметь богатство $1000 - 700 = 300$ (вероятность получения такого богатства равна $0,4$). А в случае выявления уклонения от уплаты таможенной пошлины (с вероятностью $0,6$) богатство потребителя составит $1000 - 700 - 0,3(700 - 500) - 0,15(700 - 500) = 210$.

Следовательно, потребитель получит ожидаемую полезность $0,4 \ln(300) + 0,6 \ln(210)$. И поскольку в первом случае потребитель будет иметь такую же ожидаемую полезность при $y = 500$, то окончательно выбор оптимальной суммы покупки, указываемой в таможенной декларации, сводится к решению следующей задачи:

$$U(y) = 0,4 \ln(450 - 0,3y) + 0,6 \ln(135 + 0,15y) \rightarrow \max_{500 \leq y \leq 700}.$$

Условие первого порядка этой задачи (необходимое и достаточное в силу строгой вогнутости целевой функции) для внутреннего решения задачи имеет вид:

$$\frac{0,4 \cdot (-0,3)}{(450 - 0,3y)} + \frac{0,6 \cdot 0,15}{(135 + 0,15y)} = 0,$$

откуда получаем $y = 540$. Заметим, что полученное значение, во-первых, удовлетворяет рассматриваемому интервалу, во-вторых, ожидаемая полезность в этой точке больше, чем

Олимпиада НИУ ВШЭ для студентов и выпускников – 2019 г.

в граничных точках: $U(y=540) \approx 5,490$, тогда как $U(y=500) \approx 5,489$ и $U(y=700) \approx 5,480$. Таким образом, рассматриваемый потребитель задекларирует покупку на 540 евро.

Критерии:

- *Верно определено богатство потребителя при неблагоприятном развитии событий (при выявлении уклонения от уплаты таможенной пошлины) – 1 балл.*
- *Верно определено богатство потребителя при благоприятном развитии событий (когда уклонение от уплаты таможенной пошлины не выявлено) – 1 балл.*
- *Верно определена вероятность наступления неблагоприятного развития событий – 1 балл.*
- *Верно определена итоговая вероятность благоприятного развития событий – 1 балл.*
- *Верно сделан вывод, что при декларировании любой суммы менее 500 евро ожидаемая полезность будет одинакова – 1 балл.*
- *Верно определена ожидаемая полезность при декларировании любой суммы менее 500 евро – 1 балл.*
- *Верно записана задача максимизации ожидаемой полезности при декларировании любой суммы от 500 до 700 – 1 балл.*
- *Верно записаны условия первого порядка задачи максимизации ожидаемой полезности для внутреннего решения – 1 балл.*
- *Верно найдено внутреннее решение задачи максимизации ожидаемой полезности – 1 балл.*
- *Значение ожидаемой полезности во внутреннем решении сопоставлено с ожидаемой полезностью в граничных точках и сделан верный вывод об оптимальной величине декларируемой стоимости покупки – 1 балл.*

- b) Consider a perfectly competitive market for a good, the demand for which is formed by a representative consumer, while the supply is formed by a representative firm. Suppose the government is discussing a new social program. According to it the consumer receives a specific subsidy of s currency units per every unit of the good purchased, and the producer is charged with a share γ of its profit, $0 < \gamma < 1$. Assume the equilibrium production and consumption are

positive. Is it true that such γ and s can be found that the social program will lead to an efficient (Pareto optimal) value of production and consumption?

Решение (10 баллов)

Первый вариант решения

Утверждение неверно.

Пусть предпочтения репрезентативного потребителя представимы квазилинейной функцией полезности вида $u(x, z) = v(x) + z$, где x — объем рассматриваемого блага, цену которого обозначим через p , а z — агрегированное потребительское благо, цену которого положим равной 1; $v'(x) > 0$, $v''(x) < 0$ при любом положительном объеме потребления блага. Будем считать, что потребитель не обладает запасом рассматриваемого блага, но имеет положительный запас агрегированного потребительского блага достаточный для того, чтобы потреблять оба блага в положительном количестве. Пусть технология репрезентативной фирмы описывается функцией издержек $c(y)$, где y — объем производства рассматриваемого блага, причем $c'(y) > 0$, $c''(y) \geq 0$ для любого $y > 0$.

Во внутреннем решении задачи потребителя в случае потоварной субсидии s при введенных предпосылках выполнено: $v'(x) = p - s$. Задача производителя при налоге на прибыль преобразуется к виду $(1 - \gamma)(py - c(y)) \rightarrow \max_{y \geq 0}$, и ее решение не изменится по сравнению с ситуацией без налога на прибыль, т. е. во внутреннем решении задачи производителя по-прежнему будет выполнено $c'(y) = p$. Следовательно, во внутреннем равновесии нарушается условие $v'(x) = c'(y)$, где $x = y$, которое является необходимым и достаточным условием внутреннего Парето-оптимума в рассматриваемой экономике, поскольку представляет собой условие первого порядка (для внутреннего решения) задачи максимизации индикатора общественного благосостояния (суммы излишков потребителя и производителя): $W(x) = v(x) - c(x) \rightarrow \max_{x \geq 0}$. Следовательно, не существует значений указанных параметров, при которых равновесное распределение оптимально по Парето.

Схематичная графическая иллюстрация приведена на рис. 1. Поскольку введение налога на прибыль не меняет решения задачи фирмы, то предложение фирмы будет описываться одним и тем же графиком до и после введения налога. Введение потоварной субсидии на потребление можно проиллюстрировать параллельным сдвигом графика обратной функции спроса вверх на величину ставки субсидии. На рис. 1 через (\tilde{y}, \tilde{p}) обозначено равновесие без вмешательства государства; равновесный объем при указанных мерах

правительства обозначен через \hat{y} , а через p_s и p_d — фактические равновесные цены единицы блага для производителя и потребителя соответственно. Как видно из рисунка, в результате реализации указанных мер равновесный объем производства и потребления блага отличен от равновесного объема без вмешательства государства, который Парето-оптимален, а следовательно, возникают чистые потери благосостояния, отмеченные на рисунке заштрихованным треугольником.

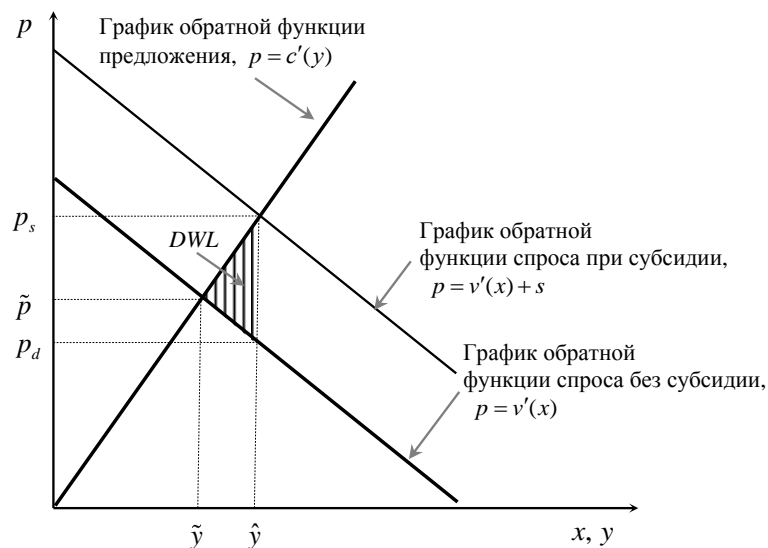


Рис. 1

Второй вариант решения

Утверждение неверно.

Пусть предпочтения репрезентативного потребителя (назовем его А) представимы функцией полезности вида $u^A(x_1^A, x_2^A)$ где x_i^A — объем потребления блага i , $i = 1, 2$.

Предположим также, что потребитель владеет положительным первоначальным запасом первого блага, $\omega_1^A > 0$, и запасом второго блага в размере $\omega_2^A \geq 0$.

Пусть технология репрезентативной фирмы, производящей второе благо (уровень выпуска которого обозначим через y_2) из первого (объем использования которого обозначим через x_1), описывается возрастающей дифференцируемой производственной функции $f(x_1)$.

Пусть p_i — цена единицы блага i , $i = 1, 2$; будем считать, что цены всех благ положительны.

Олимпиада НИУ ВШЭ для студентов и выпускников – 2019 г.

Предположим, потоварная субсидия вводится на потребление второго блага. Тогда внутреннее решение задачи потребителя удовлетворяет условию $MRS_{12}^A(x_1^A, x_2^A) = \frac{P_1}{P_2 - s}$.

Задача фирмы при налоге на прибыль имеет вид:
$$\begin{cases} (1-\gamma)(p_2 y_2 - p_1 x_1) \rightarrow \max_{x_1, y_2 \geq 0} \\ y_2 = f(x_1) \end{cases}$$
. Ее решение

не изменится по сравнению с ситуацией без налога. Внутреннее решение задачи производителя удовлетворяет условию $f'(x_1) = \frac{P_1}{P_2}$. Таким образом, во внутреннем

равновесии $MRS_{12}^A(x_1^A, x_2^A) \neq f'(x_1)$, а условие $MRS_{12}^A(x_1^A, x_2^A) = f'(x_1)$ — необходимое условие для Парето-оптимального распределения, в котором все компоненты положительны, как условие первого порядка для внутреннего задачи поиска Парето-

оптимального распределения в данной экономике:
$$\begin{cases} u^A(x_1^A, x_2^A) \rightarrow \max_{x_1^A, x_2^A, x_1, y_2 \geq 0} \\ x_1^A + x_1 = \omega_1^A \\ x_2^A = y_2 + \omega_2^A \\ y_2 = f(x_1) \end{cases}$$
. Таким

образом, не существует значений указанных параметров, при которых равновесное распределение оптимально по Парето.

Критерии

Критерий приведен для первого варианта решения, для второго – аналогично.

- *Верно записана дифференциальная характеристика внутреннего решения задачи потребителя при потоварной субсидии при введенных предпосылках – 2 балла. (Если дифференциальная характеристика внутреннего решения задачи потребителя при субсидии не записана, но графически продемонстрировано, что введение потоварной субсидии можно трактовать как сдвиг графика обратной функции спроса вправо-вверх, то 1 балл).*
- *Верно записана дифференциальная характеристика внутреннего решения задачи производителя при адвалорном налоге на прибыль – 2 балла. (Если дифференциальная характеристика внутреннего решения задачи производителя при налоге на прибыль не записана, но сказано, что введение такого налога не изменит кривую предложения фирмы, то 1 балл).*
- *Верно записана дифференциальная характеристика внутреннего равновесия или обосновано расположение равновесной точки на рисунке – 2 балла.*

- *Верно записана дифференциальная характеристика внутреннего Парето-оптимального распределения или обосновано, что Парето-оптимальному распределению соответствует точка пересечения кривых спроса и предложения – 2 балла.*
 - *Из сопоставления дифференциальных характеристик равновесного распределения при налогах и Парето-оптимального распределения верно сделан вывод, что приведенное в условии утверждение неверно – 2 балла. (Если неоптимальность равновесного распределения при налогах обосновано появлением чистых потерь благосостояния (DWL), верно отмеченных на рисунке, то ставится полный балл).*

В отсутствие аналитического решения с обоснованием полученных выводов, но при демонстрации в целом верной логики рассуждений критерий оценивания следующий:

- *Верно отмечено, что введение налога на прибыль изменит задачу производителя, но не изменит ее решения – оптимального уровня выпуска, или отмечено, что введение налога на прибыль не приведет к сдвигу кривой предложения – 1 балл.*
- *Верно отмечено, что введение потоварной субсидии приведет к сдвигу кривой спроса вправо вверх – 1 балл.*
- *Верно отмечено, что при совершенной конкуренции равновесное распределение в отсутствие вмешательства государства Парето-оптимально – 1 балл.*
- *Корректно сопоставлено Парето-оптимальное распределение и равновесное распределение при рассматриваемой социальной программе и сделан верный вывод, что не найдется таких значений параметров, при которых полученное равновесное распределение будет Парето-оптимальным – 2 балла.*

- c) Increasing treat of the US government to forbid (US residents) buying Russian government bonds made Russian Central Bank to increase it's refinancing rate in September 2018. The main argument of the Bank of Russia is that inflation expectations and so inflation can burst in the nearest future because of sanctions. Explain intuitively the mechanisms (1) how sanctions in such a form can lead to the increase in inflation in Russia and (2) how BoR struggle with it.

Решение (10 баллов)

Олимпиада НИУ ВШЭ для студентов и выпускников – 2019 г.

(1) Меры, принятые правительством США, приведут к снижению спроса российских государственных облигаций. Таким образом, рубль обесценивается. Девальвация национальной валюты ведет к росту цен на импортируемые конечные и промежуточные товары и росту чистого экспорта, что увеличивает совокупный спрос и, следовательно, повышает ИПЦ. Вот почему существует угроза более высокой инфляции и инфляционных ожиданий.

(2) Более высокая ставка рефинансирования делает кредит для коммерческих банков более дорогостоящим, поэтому денежный мультипликатор падает, а значит, и денежная масса. Последующее снижение инвестиций приводит к снижению уровня цен и тем самым уровня инфляции.

Критерии

- *Указание на то, что введение санкций ведёт к падению спроса на отечественные активы и отечественную валюту – 1 балл*
- *Удешевление рубля – 1 балл*
- *Импортные товары становятся дороже, что вызывает инфляцию – 2 балла*
- *Указание на одну из причин роста совокупного спроса (рост чистого экспорта из-за удешевления рубля, либо рост потребления из-за роста инфляционных ожиданий) – 1 балл*
- *Рост ставки рефинансирования делает для коммерческих банков привлечение кредитов у ЦБ дороже – 1 балл,*
- *что вызывает сокращение объёма кредитов – 1 балл*
- *и сокращение денежной массы + рост ставки процента – 1 балл*
- *Рост ставки процента ведёт к сокращению инвестиций и совокупного спроса – 1 балл и к сокращению инфляции – 1 балл*

d) In 2018 Russian Government introduced the new budget rule according to which all oil export revenues from oil price more than 40\$ per barrel are used to buy foreign currency and store it in the National Wealth Fund. The reason behind the rule is to decrease exchange rate volatility. However, Ministry of Finance notice, that this leads to the strengthening of turmoil in the foreign exchange market in the presence of capital outflow. Explain intuitively (1) how the use of the rule

Олимпиада НИУ ВШЭ для студентов и выпускников – 2019 г.

could decrease rouble's volatility if oil prices rise and (2) why the outcome is opposite when capital outflow is huge.

Решение (10 баллов)

(1) Без правила повышение цены на нефть приводит к росту доходов экспортеров, которые конвертируют иностранную валюту в национальную и поэтому рубль дорожает. Согласно правилу, это повышение сглаживается, поскольку Министерство финансов покупает доллары США и продает рубли из доходов от нефти. Таким образом, волатильность уменьшается, когда принимаются две противоположные меры.

(2) Отток капитала приводит к обесцениванию национальной валюты, которое усиливается вмешательствами Министерства финансов в соответствии с правилом бюджета.

Критерии

- *Рост цен на нефть ведёт к росту спроса на отечественную валюту (росту предложения иностранной валюты) – 2 балла*
- *Рубль дорожает – 1 балл*
- *Скупка иностранной валюты правительством означает рост спроса на иностранную валюту – 2 балла*
- *Таким образом правительство сглаживает рост удорожания рубля, а значит сглаживает волатильность курса рубля – 1 балл*
- *При значительном оттоке капитала растёт спрос на иностранную валюту – 2 балла*
- *Правительство своими операциями только увеличивает спрос на иностранную валюту и усиливает давление на рубль – 2 балла*

2. (30 points)

A representative consumer and a representative firm model is assumed. The consumer utility function is $u^A(q^A, l^A) = v^A(q^A) + l^A$ where q^A is the amount of an aggregate consumer good (or consumption expenditures in case the aggregate consumer good price is normalized to one), l^A is time for leisure, $(v^A(q^A))' > 0$ for all $q^A > 0$, $(v^A(q^A))'' < 0$. A time endowment is denoted by \bar{L}^A . The firm uses labor to produce the aggregate consumer good. It is required $L = c(Q)$ units of labour to produce Q units of the aggregate consumer good where $c'(Q) > 0$, $c''(Q) > 0$.

Олимпиада НИУ ВШЭ для студентов и выпускников – 2019 г.

The production of the aggregate consumer good affects the health of the consumer causing her to waste time sick reducing the time available for leisure or labour. A function $e(Q)$ represents time for illness where $e'(Q) > 0$, $e''(Q) > 0$. So the consumer divides her time endowment \bar{L}^A between leisure time (l^A), labour time (L^A), and illness time ($e(Q)$).

(a) Is the interior competitive (Walrasian) equilibrium allocation optimal from the point of view of society in the economy? The answer is acceptable only if there is a full and correct substantiation for the economy in question. If you think that the equilibrium allocation is not optimal then indicate whether the aggregate consumption good is overproduced or underproduced in equilibrium compared to the optimal amount. Explain the result.

In clauses b) and c) suppose that $v^A(q^A) = 400 \ln q^A$, $c(Q) = 8Q^2$, $e(Q) = \frac{9}{2}Q^2$, $\bar{L}^A = 500$.

(b) Find the competitive (Walrasian) equilibrium (i.e. a set that will indicate the equilibrium wage rate, the amount of aggregate good produced and consumed, the labour time, and the leisure time) and the allocation that is optimal from the point of view of society. (Note: the result obtained in (b) cannot be a proof that the statement in (a) is true because it is a special case.)

(c) Suppose that the government imposes a quantity tax on the company's product (it means that the firm has to pay a certain amount to the government for each unit of the good it produces). The tax revenue is fully transferred to the consumer in the form of a lump-sum subsidy. Is there a tax rate at which the equilibrium will be optimal from the point of view of society? If you think it is then find it. If you think it isn't then prove that is true.

Решение (30 баллов).

(a) Экстерналия (внешний эффект) возникает в производстве и отрицательно влияет на потребителя.

Обозначим повременную ставку заработной платы w , цену агрегированного потребительского блага будем считать равной единице.

Равновесием по Вальрасу в рассматриваемой экономике называется набор $(\tilde{w}, \tilde{q}^A, \tilde{l}^A, L^A, \tilde{Q}, \tilde{L})$, такой, что

1) $(\tilde{q}^A, \tilde{l}^A, \tilde{L}^A)$ – решение задачи потребителя при равновесной ставке заработной платы \tilde{w} и равновесном выпуске \tilde{Q} , создающем экстерналию для потребителя:

$$\begin{cases} v^A(q^A) + l^A \rightarrow \max_{q^A, l^A, L^A \geq 0} \\ q^A \leq \tilde{w}L^A + \pi(\tilde{w}) \\ L^A + l^A + e(\tilde{Q}) = \bar{L}^A \end{cases} .$$

2) (\tilde{Q}, \tilde{L}) – решение задачи производителя при равновесной ставке заработной платы \tilde{w} :

$$\begin{cases} Q - \tilde{w}L \rightarrow \max_{Q, L \geq 0} \\ L = c(Q) \end{cases}$$

3) выполнено условие сбалансированности рынков:

$$\tilde{q}^A = \tilde{Q}, \tilde{L}^A = \tilde{L}.$$

Выведем дифференциальную характеристику внутреннего равновесного распределения.

Начнем с задачи потребителя. Поскольку при введенных предпосылках относительно функции полезности предпочтения потребителя строго монотонны, бюджетное ограничение в задаче потребителя выполнено как равенство. Из уравнения бюджетной

линии выразим время, затрачиваемое потребителем на работу: $L^A = \frac{q^A - \pi(w)}{w}$. Подставив

полученное выражение для L^A в ограничение по времени, выразим время на отдых:

$l^A = \bar{L}^A - e(Q) - \frac{q^A - \pi(w)}{w}$. Теперь подставим выражение для l^A в целевую функцию,

чтобы свести задачу потребителя к задаче максимизации функции одной переменной:

$v^A(q^A) + \bar{L}^A - e(Q) - \frac{q^A - \pi(w)}{w} \rightarrow \max_{q^A \geq 0}$. Внутреннее решение задачи потребителя

удовлетворяет условию первого порядка (которое при введенных предпосылках относительно поведения функций является достаточным условием) для внутреннего

решения имеет вид: $(v^A(q^A))' - \frac{1}{w} = 0$. Следовательно, внутреннее решение задачи

потребителя удовлетворяет условию: $(v^A(\tilde{q}^A))' = \frac{1}{\tilde{w}}$. (2 балла верно выведенная

дифференциальная характеристика внутреннего решения задачи потребителя).

Задача фирмы может быть записана, как $Q - wc(Q) \rightarrow \max_{Q \geq 0}$. Тогда условие первого

порядка (которое в силу введенных предпосылок относительно поведения функции $c(Q)$ является не только необходимой, но и достаточной характеристикой решения задачи фирмы) для внутреннего решения имеет вид: $1 - wc'(Q) = 0$. Откуда следует, что

внутреннее решение задачи фирмы удовлетворяет условию: $\frac{1}{\tilde{w}} = c'(\tilde{Q})$. (2 балла верно

выведенная дифференциальная характеристика внутреннего решения задачи производителя).

Поскольку в равновесии выполнено $\tilde{q}^A = \tilde{Q}$, то дифференциальная характеристика равновесного распределения может быть записана следующим образом: $(v^A(\tilde{Q}))' = c'(\tilde{Q})$.

(Верно выведенная дифференциальная характеристика внутреннего равновесного распределения – 1 балл).

Выведем дифференциальную характеристику внутреннего оптимального с точки зрения общества распределения. Поскольку в экономике единственный потребитель, оптимальное состояние экономики достигается при допустимом распределении, полезность при котором максимальна. Следовательно, оптимальное распределение является решением следующей задачи:

$$\begin{cases} v^A(q^A) + l^A \rightarrow \max_{q^A, l^A, Q, L^A, L \geq 0} \\ L^A + l^A + e(Q) = \bar{L}^A \\ L = c(Q) \\ q^A = Q \\ L^A = L \end{cases} .$$

Ограничения в задаче – это условия допустимости распределения в рассматриваемой экономике.

Задача на поиск оптимального распределения может быть преобразована к следующему виду: $v^A(Q) + \bar{L}^A - c(Q) - e(Q) \rightarrow \max_{Q \geq 0}$. Условие первого порядка этой задачи (как и выше, в

силу введенных предпосылок является достаточным) для внутреннего решения имеет вид:

$$(v^A(Q))' - c'(Q) - e'(Q) = 0. \quad \text{Таким образом, дифференциальная характеристика}$$

внутреннего оптимального распределения $(\hat{q}^A, \hat{l}^A, \hat{L}^A, \hat{Q}, \hat{L})$ удовлетворяет условию:

$$(v^A(\hat{Q}))' = c'(\hat{Q}) + e'(\hat{Q}). \quad \text{\textbf{*(Верно выведенная дифференциальная характеристика оптимального распределения – 3 балла).*}$$

Поскольку $e'(Q) > 0$, то в равновесном распределении выполнено $(v^A(\tilde{Q}))' < c'(\tilde{Q}) + e'(\tilde{Q})$.

Следовательно, равновесное распределение не оптимально.

Покажем, что в равновесии имеет место перепроизводство агрегированного блага по сравнению с оптимальным.

Олимпиада НИУ ВШЭ для студентов и выпускников – 2019 г.

Рассмотрим индикатор благосостояния $W(Q) = v^A(Q) - c(Q) - e(Q)$ – это разница между выгодной общества от потребления и издержками общества, связанными с производством. Из сопоставления дифференциальных характеристик равновесия и оптимума следует, что $W'(\hat{Q}) = 0 > W'(\tilde{Q})$. Так как в силу введенных предпосылок $W''(Q) = (v^A(Q))'' - c''(Q) - e''(Q) < 0$, то $W'(Q)$ – убывающая функция. Таким образом, $\hat{Q} < \tilde{Q}$, т.е. в равновесии агрегированного блага производится больше, чем в оптимальном распределении.

Это связано с тем, что фирма создает отрицательную экстерналию для потребителя, но в равновесии не учитывает своё отрицательное влияние. **(Сравнение равновесного объема потребительского блага и оптимального объема потребительского блага – 2 балла).**

(b) Найдем равновесие по Вальрасу при заданных функциях и заданной величине распределяемого времени.

Характеристика равновесного распределения $(v^A(\tilde{Q}))' = c'(\tilde{Q})$ для заданных функций имеет следующий вид $\frac{400}{Q} = 16Q$, откуда найдем равновесное количество агрегированного потребительского блага: $\tilde{Q} = \tilde{q}^A = 5$. **(Равновесный производимый/потребляемый объем агрегированного потребительского блага – 1 балл).**

Тогда время, потраченное на больничный, составит $e(\tilde{Q}) = \frac{9}{2} \cdot 25 = 112,5$. Равновесную ставку заработной платы можно найти либо из условия $(v^A(\tilde{q}^A))' = \frac{1}{\tilde{w}}$, либо из условия $\frac{1}{\tilde{w}} = c'(\tilde{Q})$: $\tilde{w} = \frac{1}{80}$. **(Равновесная заработная плата – 1 балл).**

Подставив найденное значение агрегированного блага в функцию $c(Q)$, найдем время, затрачиваемое фирмой: $\tilde{L} = c(\tilde{Q}) = 200$. **(Равновесное время на труд, затрачиваемое фирмой в качестве фактора – 1 балл).**

Поскольку в равновесии объем спроса на труд со стороны фирмы должен быть равен объему предложения труда со стороны потребителя, то $\tilde{L}^A = 200$. **(Равновесное время на труд, предоставляемое потребителем – 1 балл).**

Олимпиада НИУ ВШЭ для студентов и выпускников – 2019 г.

Из ограничения по времени в задаче потребителя можем найти время на отдых:

$$\tilde{l}^A = \bar{L}^A - L^A - e(\tilde{Q}) = 187,5 \text{ (Равновесное время на отдых – 1 балл)}.$$

Таким образом, равновесие в рассматриваемой экономике – это набор $(\tilde{w} = 1/80, \tilde{q}^A = \tilde{Q} = 5, \tilde{l}^A = 187,5, \tilde{L}^A = \tilde{L} = 200)$.

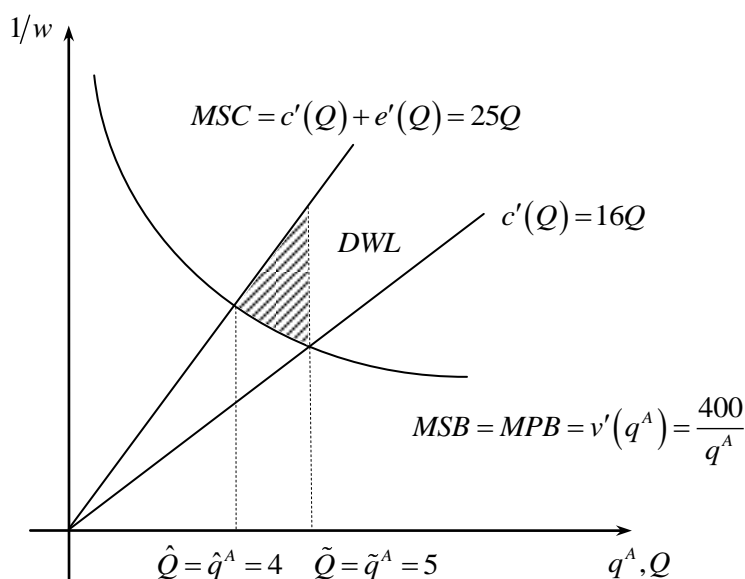
Найдем теперь распределение (состояние экономики) оптимальное с точки зрения общества.

Дифференциальная характеристика оптимального распределения $(v^A(\hat{Q}))' = c'(\hat{Q}) + e'(\hat{Q})$

для рассматриваемых функций имеет вид: $\frac{400}{Q} = 16Q + 9Q$. Отсюда найдем оптимальное

количество агрегированного потребительского блага: $\hat{Q} = \hat{q}^A = 4$. **(Оптимальный производимый/потребляемый объем агрегированного потребительского блага – 1 балл).**

Из условий допустимости найдем остальные параметры распределения: $\hat{L}^A = \hat{L} = 128$, $\hat{l}^A = 300$. **(Время на труд, затрачиваемое фирмой в качестве фактора, в оптимальном распределении – 1 балл, время на труд, предоставляемое потребителем, в оптимальном распределении – 1 балл, оптимальное время на отдых – 1 балл).**



(Верный рисунок с отмеченными чистыми потерями (DWL) – 3 балла).

(с) Покажем, что внутреннее оптимальное распределение $(\hat{q}^A, \hat{l}^A, \hat{L}^A, \hat{Q}, \hat{L})$ реализуемо как равновесное в экономике с налогами на экстерналии.

Задача фирмы, при потоварном налоге на продукцию, записывается следующим образом:

$$\begin{cases} Q(1-t) - wL \rightarrow \max_{Q, L \geq 0} \\ L = c(Q) \end{cases}. \text{ Приведем задачу к следующему виду: } Q(1-t) - wc(Q) \rightarrow \max_{Q \geq 0}.$$

(Верно записана задача фирмы с учетом налога – 1 балл).

Тогда условие первого порядка для внутреннего решения имеет вид: $(1-t) - wc'(Q) = 0$.

(Дифференциальная характеристика задачи фирмы – 1 балл).

При каком значении величины налога решением уравнения $\frac{1-t}{w} = c'(Q)$ будет значение

\hat{Q} ? Во внутреннем оптимальном распределении выполнено $(v^A(\hat{Q}))' = c'(\hat{Q}) + e'(\hat{Q})$,

т.е. $(v^A(\hat{Q}))' - e'(\hat{Q}) = c'(\hat{Q})$. Следовательно, при ставке заработной платы

$w = 1/(v^A(\hat{Q}))' = 0,01$ и величине налога $t = e'(\hat{Q})/(v^A(\hat{Q}))' = 9\hat{Q}^2/400 = 9/25 = 0,36$

фирма выберет объем $\hat{Q} = 4$. *(Верно найденная величина налога – 4 балла).*

Заметим, что при таком объеме фирма предъявляет спрос на $\hat{L} = 128$ единиц труда.

Теперь можно показать, что при указанной ставке заработной платы и указанной величине налога потребитель выберет компоненты оптимального распределения $(\hat{q}^A, \hat{l}^A, \hat{L}^A)$. При

$w = 1/(v^A(\hat{Q}))' = 0,01$ из дифференциальной характеристики внутреннего решения задачи потребителя $(v^A(q^A))' = 1/w$ следует, что потребитель выберет $\hat{q}^A = 4$. Время, которое

потребитель будет тратить на работу найдем из уравнения бюджетной линии: $\hat{L}^A = 128$

(что согласуется с тем, что $\hat{L} = 128$). Время на отдых найдем из ограничения по времени:

$\hat{l}^A = 300$. *(Обоснование, почему при найденном налоге решением задачи потребителя*

будут компоненты оптимального распределения – 2 балла).

3. (30 points)

There are two types of individuals in the economy: rich and poor. The consumption expenditures of the rich and the poor are given by $C^r = 400 + 0,4Y(1 - t^r)$ and $C^p = 50 + 0,8Y(1 - t^p)$ respectively. Investment and government expenditures are exogenous and equal to 80 and 120 respectively.

- (a) Explain, why marginal propensity to consume is higher for the poor individuals, than for the rich?
- (b) Find the equilibrium values of income and consumption of both rich and poor, if the tax rates are the following: $t^r = t^p = \frac{1}{2}$.
- (c) Suppose, that the government wants to equalize consumption of both types of individuals and so introduces two following schemes:
 - (i) Rich individuals pay lump-sum tax Tx and it is transferred to the poor individuals as lump-sum transfer Tr . Find the value of this tax.
 - (ii) Poor individuals are granted with the lump-sum transfer. Find the value of the transfer.
 - (iii) Find analytical expressions for the transfers multiplier in (i) and (ii) and compare. Find the values of these multipliers and explain the difference intuitively.
 - (iv) Compare the equilibrium values of income using transfer multiplier and government budget balance. Explain your results intuitively.

Решение (30 баллов)

(a) Так как располагаемый доход бедных индивидуумов гораздо меньше, чем располагаемый доход богатых индивидуумов, то бедняки тратят большую долю своего располагаемого дохода на потребление и имеют меньше возможностей для сбережений (5 баллов за объяснение).

(b) Построим уравнения равенства доходов и расходов для такой экономики (2 балла за вывод правильного условия равновесия)

$$Y = C + I + G \text{ or } Y = AE$$

$$C = C^r + C^p$$

$$Y = 400 + 0,4Y(1 - 0,5) + 50 + 0,8Y(1 - 0,5) + 80 + 120$$

$$Y^* = 1625; C^{r*} = 725; C^{p*} = 700 \text{ (3 балла: 1 - правильная величина общего дохода, 1 - правильная величина потребления бедных, 1 - правильная величина потребления богатых)}$$

(c) (i) У нас есть три уравнения, которые должны выполняться одновременно (3 балла за правильное описание уравнений):

$$Y = 400 + 0,4(Y - t^r Y - Tx) + 50 + 0,8(Y - t^p Y + Tr) + 80 + 120$$

$$400 + 0,4(Y - t^r Y - Tx) = 50 + 0,8(Y - t^p Y + Tr)$$

$$Tx = Tr$$

Олимпиада НИУ ВШЭ для студентов и выпускников – 2019 г.

Из которых мы получаем: $Tr^* = Tx^* = \frac{500}{28}$ (2 балла за корректный подсчет величины трансфертов)

(d) (ii) У нас есть два уравнения, которые должны выполняться одновременно (3 балла за правильное описание уравнений):

:

$$Y = 400 + 0,4(Y - t^r Y) + 50 + 0,8(Y - t^p Y + Tr) + 80 + 120$$

$$400 + 0,4(Y - t^r Y) = 50 + 0,8(Y - t^p Y + Tr) \text{ (3 grades for the correct description of the equilibrium)}$$

Из которых мы получаем: $Tr^* = \frac{500}{24}$ (2 балла за корректный подсчет величины трансфертов)

$$(iii) \frac{\partial Y^*(i)}{\partial Tr} = \frac{mpc^p - mpc^r}{1 - (1-t)(mpc^p + mpc^r)} = 1 \text{ (1 балл за аналитический вывод выражение, 1 балл за правильное значение мультипликатора)}$$

$$\frac{\partial Y^*(ii)}{\partial Tr} = \frac{mpc^p}{1 - (1-t)(mpc^p + mpc^r)} = 2 \text{ (1 балл за аналитический вывод выражение, 1 балл за правильное значение мультипликатора)}$$

Мультипликатор трансферта выше для второй схемы выравнивания, поскольку эта схема позволяет увеличить располагаемый доход бедных, не уменьшая располагаемый доход богатых, что не так для первой схемы выравнивания (1 балл за объяснение)

$$(iv) Y^*(i) = 1625 + \frac{125}{7}$$

$$Y^*(ii) = 1625 + \frac{125}{3}, \text{ so } Y^*(i) < Y^*(ii) \text{ (2 балла за правильные значения дохода по обеим схемам)}$$

Равновесная стоимость дохода в (ii) выше, чем стоимость дохода в (i), поскольку выравнивающие трансферты в (ii) выше для бедных, которые имеют большую склонность к потреблению, а также в (ii) нет изъятия из дохода богатых) (1 балл за объяснение разницы между значениями общего дохода)

$$G + Tr(i) - Tx(i) - t^p Y(i) - t^r Y(i) = 120 - (1625 + \frac{125}{7})$$

$$G + Tr(ii) - t^p Y(ii) - t^r Y(ii) = 120 - (1625 + \frac{125}{6}), \text{ таким образом, профицит бюджета выше для первой схемы выравнивания, чем для второй (2 балла за правильные значения профицита бюджета по обеим схемам)}$$