

8 класс.

Ответы во всех заданиях запишите в виде числа без пробелов, без единиц измерения и каких-либо знаков.

Если ответ является дробным числом, то его необходимо записать в виде десятичной дроби, например, «0,15». Приведённые в задачах баллы в других вариантах могут измениться. Баллы могут отражать не только сложность задачи, но и её важность с точки зрения жюри.

- 1** Петя и Вася принесли одинаковое количество N наборов плюшек к чаю. Каждый набор содержал либо 3, либо 5 плюшек. Когда каждый распаковал свои плюшки и выложил на тарелку, оказалось, что Петя принёс всего 25 плюшек, а Вася — 35. Найдите число N наборов, принесённых каждым из мальчиков.

Ответ: 7. [8 баллов]

- 2** В пельменной можно заказать пельмени порциями по 6, 9 и 20 штук. Таким образом, не всякое число пельменей можно заказать этими наборами, например 1, 2, 3, 4, 5, 7 и 8 нельзя купить. Какое самое большое число пельменей нельзя заказать в пельменной?

Ответ: 43. [8 баллов]

- 3** Найти наибольшее такое z , что существуют x и y , такие что

$$4x^2 + 4y^2 + z^2 + xy + yz + xz = 8.$$

Ответ: 3. [8 баллов]

- 4** Сколькими способами можно раскрасить грани кубика в 6 цветов таким образом, чтобы каждый цвет встречался ровно один раз? Два раскрашенных кубика считаются одинаковыми, если их можно совместить поворотами, то есть если их можно перепутать, повертев в руках.

Ответ: 30. [12 баллов]

- 5** Сколько пар взаимно простых чисел среди $1, 2, 3, \dots, 30$? Напомним, что два целых числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих натуральных делителей, отличных от единицы.

Ответ: 288. [8 баллов]

- 6** Рассмотрим угловой сектор на плоскости с вершиной в начале координат и углом 30 градусов. Положим на одну из сторон

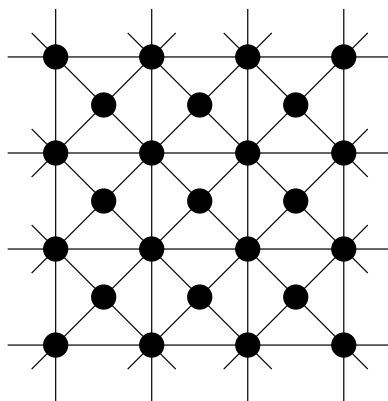
угла (луч) шарик (материальную точку, нулевого диаметра) и выпустим его с равномерной скоростью внутрь сектора под углом 110 градусов к рассматриваемому лучу. Шарик будет лететь по сектору, отражаясь упруго от его сторон с сохранением модуля скорости: угол падения равен углу отражения. Сколько раз он ударится о стенки сектора прежде, чем улететь окончательно на бесконечность? *Ответ: 3. [10 баллов]*

7 Найти наименьшее натуральное число, начинающееся в десятичной записи с пятёрки, которое уменьшается в четыре раза, если эту пятёрку стереть из начала его десятичной записи и дописать в её конец. *Ответ: 512820. [13 баллов]*

8 В равнобедренном треугольнике ABC , $AB = AC$, на сторонах AB и BC взяты точки P и Q , соответственно, так что P — середина стороны AB , а углы PQB и AQC равны. Пусть M — основание высоты треугольника BPQ , проведенной из вершины P . Найдите отношение длин отрезков CQ к QM . *Ответ: 8. [10 баллов]*

9 На параде барабанщики стоят ровным квадратным строем в 50 рядов по 50 барабанщиков. Барабанщики одеты либо в синие, либо в красные костюмы. Какое наибольшее количество барабанщиков можно одеть в синие костюмы так, чтобы каждый одетый в синее барабанщик видел только красных барабанщиков? Барабанщиков считать смотрящими во все стороны (на все 360 градусов) и точечными. *Ответ: 625. [10 баллов]*

10 Рассмотрим волейбольную сетку со сторонами 10 и 20 , разбитую на 10×20 квадратных ячеек, где каждая ячейка разбита на четыре треугольных ячейки диагоналями: вершины ячейки соединены верёвочками с центром ячейки. Узлами сетки являются вершины и центры ячеек, см. рисунок. Какое наибольшее число верёвочек, соединяющих соседние узлы сетки, можно разрезать так, чтобы сетка не распалась на отдельные куски?



Ответ: 800. [13 баллов]