

11 класс.

Ответы во всех заданиях запишите в виде числа без пробелов, без единиц измерения и каких-либо знаков.

Если ответ является дробным числом, то его необходимо записать в виде десятичной дроби, например, «0,15». Приведённые в задачах баллы в других вариантах могут измениться. Баллы могут отражать не только сложность задачи, но и её важность с точки зрения жюри.

1 Тимур и Александр считают деревья, растущие вокруг дома. Оба двигаются в одном направлении, но начинают счёт с разных деревьев. Чему равно количество деревьев, растущих вокруг дома, если дерево, которое Тимур назвал 12-м, Александр посчитал 33-м, а дерево, которое Тимур назвал 105-м, Александр посчитал как 8-е? *Ответ: 118. [8 баллов]*

2 Сумма двух положительных несократимых дробей равна $\frac{43}{51}$. Чему равна сумма числителей этих дробей, если их знаменатели меньше 31? *Ответ: 5. [12 баллов]*

3 Даны четыре числа a, b, c, d . Каждые два из них сложили и получили 6 сумм:

$$a + b, b + c, c + d, a + c, b + d, a + d.$$

Четыре наименьших из этих сумм равны 7, 15, 43, 47. Найти сумму исходных четырех чисел $a + b + c + d$. Если ответ не целый, запишите его в виде десятичной дроби. *Ответ: 90. [8 баллов]*

4 Числа 2287, 2028, 1806 дают равные ненулевые остатки при делении на некоторое натуральное число n . Найти n . *Ответ: 37. [9 баллов]*

5 На ферме содержатся свиньи и лошади. Чему равно минимально возможное количество свиней на ферме, если свиней на ферме от 54% до 57% от общего числа животных? *Ответ: 5. [10 баллов]*

6 У Артура часы спешат на 15 минут в сутки. У Олега часы спешат на 12 минут в сутки. В определённый момент и те и другие часы показали правильное время. Через сколько суток ситуация впервые повторится, если часы отображают время в 12-часовом формате (т.е. на циферблате 12 цифр)? *Ответ: 240. [8 баллов]*

7 На координатной плоскости нарисован прямоугольник, вершины которого имеют координаты $(34, 0)$, $(41, 0)$, $(34, 9)$, $(41, 9)$. Найдите наименьшее значение параметра a , при котором прямая $y = ax$ делит этот прямоугольник на две части так, что площадь одной части в два раза больше площади другой. Если ответ не целый, запишите его в виде десятичной дроби.

Ответ: 0.08. [13 баллов]

8 Пятиугольник $ABCDE$ описан около окружности. Углы $\angle ABC$, $\angle BAE$, $\angle CDE$ равны по 104° каждый. Найдите $\angle ADB$. Ответ запишите в градусах.

Ответ: 38. [8 баллов]

9 В выпуклом 10-угольнике $A_1A_2 \dots A_{10}$ проведены все стороны, а также все диагонали, соединяющие вершины через одну (т.е. A_1A_3 , A_2A_4 и т.д.), кроме стороны A_1A_{10} и кроме диагоналей A_1A_9 , A_2A_{10} .

Назовём путём, ведущим из A_1 в A_{10} несамопересекающуюся ломаную (т.е. такую, несоседние звенья которой не имеют общих точек) с концами A_1 и A_{10} , каждое звено которой совпадает с одной из проведённых сторон или диагоналей. Найдите количество таких путей.

Ответ: 55. [11 баллов]

10 Дан правильный тетраэдр $ABCD$. Через каждое его ребро и середину противоположного ребра провели плоскость (т.е. всего провели 6 плоскостей, например одна из плоскостей проходит через ребро AB и середину ребра CD .) На сколько частей разбился тетраэдр этими плоскостями?

Ответ: 24. [13 баллов]