

**Время выполнения заданий — 240 минут.  
Максимальное количество баллов — 100.**

**Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. При отсутствии ответа ставьте прочерк.**

**Задача 1.** На востоке Византии в IV-V веках под влиянием религиозной мысли появилась альтернативная модель Земли, несмотря на уже имевшуюся с античных времён идею её шарообразности: Земля представляет из себя гору, помещённую в нечто вроде сундука (Косма Индикоплевст). Будем считать, что сундук представляет из себя куб с одинаковыми по массе гранями и длиной ребра 10 тыс. км; вне сундука пустота. Гора представляет из себя пирамиду с вершиной в центре куба. Основание горы совпадает с одной из граней куба. Гора имеет однородную по своему объёму плотность. Какова должна быть эта плотность для того, чтобы на вершине горы ускорение свободного падения было равно  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ? Считать, что работает закон всемирного тяготения Ньютона, гравитационная постоянная  $G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{с}^2 \cdot \text{кг})$ .

**Задача 2.** При расширении водяного пара из состояния 1 в состояние 2 по изотерме газ совершает работу 100 Дж. Если же сначала газ будет расширяться по изобаре, а потом по адиабате – в результате чего также перейдёт из состояния 1 в состояние 2, – то он совершит работу 171,8 Дж. Какую работу совершит газ, если сначала будет изобарически расширяться, а после изохорно охлаждаться, перейдя снова из состояния 1 в состояние 2? Пар считать идеальным газом.

**Задача 3.** Дан длинный тонкий прямой стержень, однородно заряженный вдоль своей длины. Противоположно заряженная маленькая частица должна вращаться в плоскости, ортогональной стержню, с угловой скоростью  $\omega$  для того, чтобы оставаться на расстоянии 1 см от неподвижного стержня. Пусть теперь система из двух параллельных стержней, разделённых расстоянием 2 см и обладающих той же погонной плотностью заряда на каждом из них, вращается с той же угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси, параллельной стержням и находящейся посередине между ними. Найдите все точки, в которых та же заряженная маленькая частица может оставаться неподвижной относительно вращающихся стержней, если к ней не прикладывать никаких дополнительных внешних сил. Силами гравитационного и магнитного взаимодействий пренебречь.

**Задача 4.** Миражи появляются из-за неоднородности распределения показателя преломления в атмосфере. Пусть показатель преломления атмосферы  $n(z)$  однороден по горизонтали, а по вертикали имеет зависимость:  $n(z) = 1 + \Delta n$  при  $z < H$ ,  $n(z) = 1 + 2\Delta n/3 + \Delta n(H + h - z)/3h$  при  $H < z < H + h$ . На высотах  $z > H + h$  показатель преломления увеличивается и постепенно возвращается на значение у поверхности Земли. Константа  $\Delta n = 3 \cdot 10^{-4}$ , высоты  $H = 200$  м,  $h = 200$  м. Каково минимальное расстояние по горизонтали, на котором предмет, расположенный на поверхности Земли, будет виден расположенным в небе? Под каким углом к горизонту он будет виден на этом расстоянии?

**Задача 5.** Известно, что для вывода спутника на определённую орбиту совершают такой алгоритм действий: сначала его выводят на круговую околоземную орбиту. Затем на короткое время включают первый раз двигатель, в результате чего спутник выходит на эллиптическую орбиту. Наконец, в точке максимального отдаления эллиптической орбиты от Земли ещё раз на короткое время включается двигатель, и спутник выходит на круговую орбиту. Считайте, что оба раза включается один и тот же двигатель, у которого тяга остаётся постоянной во времени, а изменением массы спутника можно пренебречь. Оцените силу тяги двигателя и длительность его второго включения, необходимую для того, чтобы выйти на геостационарную орбиту (орбиту, на которой период оборота равен 1 суткам). Известно, что в первый раз маневровый двигатель включали на 100 секунд. Спутник является спутником связи типа ГЛОНАСС.

