Олимпиада студентов и выпускников «Высшая лига» – 2020 г.

Направление: «Прикладная математика»

Профиль: «Прикладная математика»

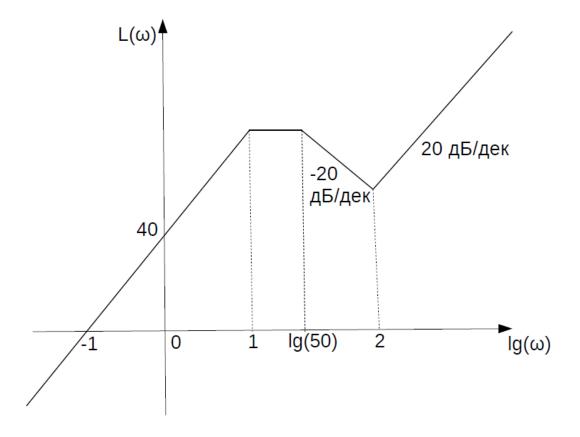
КОД – 030

Время выполнения задания — 240 мин., язык — русский. Максимальное количество баллов — 100.

Задача 1.

Задана асимптотическая логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) системы. Требуется:

- 1. Указать по виду асимптотической ЛАЧХ, на каких частотах система усиливает сигнал.
- 2. Найти сопрягающие частоты и соответствующие им постоянные времени.
- 3. Записать передаточную функцию для системы, соответствующую заданной ЛАЧХ, считая, что все элементарные звенья являются устойчивыми.
- 4. Указать, из каких типов элементарных звеньев состоит заданная система.
- 5. Составить дифференциальное уравнение системы с полученной передаточной функцией.
- 6. Исследовать устойчивость замкнутой и разомкнутой систем, если передаточная функция разомкнутой найдена в пункте 3.



Олимпиада студентов и выпускников «Высшая лига» – 2020 г.

Задача 2.

Построить график функции

$$y = \begin{vmatrix} x & x^2 & 1 \\ a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \end{vmatrix}$$

при различных значениях параметров a и b.

Задача 3.

Рассмотрим задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка

(1)
$$du/dt = f(t, u), u(t=0) = u_0$$

где u(t) неизвестная функция действительного переменного t, а правая часть f(t, u) есть известная функция двух переменных.

Для численного решения задачи Коши (1) вводится равномерная сетка $t_n = \tau n$, где n = 0, 1, 2, ..., и дифференциальное уравнение заменяется конечно-разностным уравнением на сеточную функцию y_n . Величину $\tau > 0$ назовем шагом сетки.

Рассмотрим уравнение (1) с правой частью вида

(2)
$$f(t, u) = \lambda u$$
,

где $\lambda < 0$ – заданное действительное число.

Конечно-разностную схему назовем абсолютно устойчивой если решение конечно-разностного уравнения, y_n , соответствующего задаче Коши (1)-(2) является монотонно убывающей функцией n для любых значений $\tau > 0$. В противном случае — если при достаточно больших значениях τ решение теряет свойство монотонности либо растет неограниченно — схему назовем условной устойчивой.

Определить, является ли схема

(3)
$$(y_{n+1} - y_{n-1})/2\tau = (1/6)(f_{n+1} + 4f_n + f_{n-1})$$

абсолютно или условно устойчивой.

Залача 4.

На вход 2-х канальной системы обслуживания поступают заявки согласно пуассоновскому потоку с интенсивностью a>0. Время обслуживания заявки на i - ом канале — случайная величина η_i , имеющая экспоненциальное распределение со средним значением $\frac{1}{b_i}$ ($b_i>0$, i=1,2). Случайные величины η_1,η_2 независимы и не зависят от входного потока заявок. Предполагается, что «система с отказами», то есть, заявка, застающая оба канала занятыми, уходит из системы необслуженной, т.е. «теряется». Если оба канала свободны, то заявка выбирает канал для обслуживания с вероятностью $\frac{1}{2}$.

- 1. Построить марковский случайный процесс с непрерывным временем, описывающий работу системы. Обосновать марковское свойство.
- 2. Найти в установившемся режиме распределение числа заявок в системе.
- 3. Предположим, что $b_1 + b_2 = \beta$. Найти, при каких значениях b_1 и b_2 , удовлетворяющих этому условию, в установившемся режиме достигается минимум вероятности «потери заявки», то есть, вероятности того, что заявка уйдет из системы необслуженной.

Задача 5.

Определить значения переменных a, b, c, d, a1, b1, c1, а также содержимое массивов buf и buf1 после выполнения программы на языке программирования Си в UNIX-подобной операционной системе при условии, что файла a.txt не существует в текущей директории. Что изменится при повторном запуске программы. Обосновать свое решение.

```
#include <stdio.h>
#include <unistd.h>
#include <sys/types.h>
#include <fcntl.h>
#include <string.h>
#include <stdlib.h>
#include <sys/wait.h>
int main()
       int a=4, b=4, c=4, d=4, a1=4, b1=4, c1=4, p[2];
       char buf[50], buf1[50];
       memset(buf,0,50); memset(buf1,0,50);
       close(1);
       pipe(p);
       creat("a.txt",600);
       close(0);
       dup(p[0]);
       if(fork()==0)
       {
              close(p[0]);
              dup(p[1]);
              printf("time\n");
              c=write(a,"data",5);
              a=open("a.txt",0);
              b=read(a,buf,2);
              d = write(1,"realy", 4);
              exit(2);
       }
       else
       {
              wait(&b1);
              close(p[1]);
              scanf("%s", buf);
              a1=read(p[0], buf1, 6);
              c1=open("a.txt",0);
       }
}
```