

### Задание 1. «Дочерние фирмы» (25 баллов)

Рассмотрим отрасль, в которой изначально действуют две фирмы (1 и 2), производящие товар  $Q$ , спрос на который задается уравнением  $Q_D(p) = 4 - p$ . Каждая фирма затрачивает 1 д.е. на производство единицы продукции. Фирмы 1 и 2 конкурируют друг с другом и максимизируют свою прибыль, выбирая объемы выпуска одновременно и независимо, тогда как равновесная цена подстраивается под суммарный выпуск исходя из рыночного спроса. Под равновесием в данной задаче понимается такая ситуация, в которой ни одной фирме не должно быть выгодно изменить выпуск, отклонившись от своей стратегии, при неизменных выпусках конкурентов.

1. Найдите объем выпуска и прибыль каждой фирмы. (8 баллов)

**Решение**

Запишем задачу фирмы 1:

$$(4 - q_1 - q_2)q_1 - q_1 \rightarrow \max_{q_1 \geq 0}$$

Условия первого порядка<sup>1</sup> имеют вид:

$$\begin{cases} 3 - 2q_1 - q_2 \leq 0 \\ 3 - 2q_1 - q_2 = 0, q_1 > 0 \end{cases}$$

Функция реакции фирмы 1 имеет вид:

$$q_1 = f(q_2) = \begin{cases} \frac{3 - q_2}{2}, q_2 < 3 \\ 0, q_2 \geq 3 \end{cases}$$

Фирмы 1 и 2 имеют одинаковые функции издержек, поэтому функция реакции фирмы 2 выглядит точно так же:

$$q_2 = g(q_1) = \begin{cases} \frac{3 - q_1}{2}, q_1 < 3 \\ 0, q_1 \geq 3 \end{cases}$$

Как следует из соображений симметрии, в равновесии объемы выпуска фирм равны и положительны. Равновесные (*по Курно*) объемы выпуска находим как решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} q_1 = \frac{3 - q_2}{2}, \\ q_2 = \frac{3 - q_1}{2} \end{cases}$$

Получим, что  $q_1^* = 1, q_2^* = 1, \pi_1^* = 1, \pi_2^* = 1$ . **Комментарий:** пункт 1 задачи можно решить и без использования производной. Целевая функция фирмы 1 квадратичная относительно  $q_1$ : ее график – парабола с ветвями, ориентированными вниз (поскольку старший коэффициент отрицательный), поэтому функция имеет глобальный максимум в вершине. Учитывая ограничение  $q_1 \geq 0$ , находим функцию реакции фирмы 1. Аналогичным образом может быть найдена функция реакции фирмы 2.

<sup>1</sup> Необходимые и достаточные в силу строгой вогнутости целевой функции

Отметим, что в данном случае имеет место именно *внутреннее* равновесие: иными словами,  $q_1^* > 0, q_2^* > 0$ . Действительно, если хотя бы одна фирма (например, фирма 1)<sup>2</sup> ничего не производит ( $q_1^* = 0$ ), то задача фирмы 2 (монополиста) принимает вид

$$(4 - q_2)q_2 - q_2 \rightarrow \max_{q_2 \geq 0}$$

Условия первого порядка имеют вид:

$$\begin{cases} 3 - 2q_2 \leq 0 \\ 3 - 2q_2 = 0, q_2 > 0 \end{cases}$$

Ясно, что в таком случае  $q_2^* = \frac{3}{2}$ , но тогда  $3 - 2 \cdot 0 - \frac{3}{2} > 0$ , противоречие.

2. Предположим, что фирма 2 может создать одну или несколько дочерних фирм (в этом случае появляются фирмы 3, 4, ...) с теми же технологиями производства, тогда как фирма 1 такой возможностью не располагает. Дочерние фирмы, если они будут созданы, «притворятся» такими же игроками рынка и будут конкурировать с уже действующими фирмами 1 и 2. Вся прибыль, заработанная дочерними фирмами, суммируется с прибылью фирмы 2 и в конце концов «оседает» у неё – именно с этой целью фирма 2 и рассматривает вариант создания дочерних фирм. *Определите оптимальное число дочерних фирм.* (12 баллов)

### Решение

Пусть фирма 2 принимает решение о создании  $n \geq 1$  дочерних фирм: присвоим им номера 3, 4, ...,  $n + 2$ . В таком случае на рынке конкурируют по Курно ( $n + 2$ ) фирмы:

- $n$  дочерних фирм;
- фирмы 1 и 2, которые функционировали в отрасли изначально

Запишем задачу  $i$ -ой фирмы ( $i \in \{1, 2, 3, \dots, n + 2\}$ ):

$$(4 - q_1 - q_2 - q_3 - \dots - q_i - \dots - q_{n+2})q_i - q_i \rightarrow \max_{q_i \geq 0}$$

Условия первого порядка имеют вид:

$$\begin{cases} 3 - q_1 - q_2 - q_3 - \dots - 2q_i - \dots - q_{n+2} \leq 0 \\ 3 - q_1 - q_2 - q_3 - \dots - 2q_i - \dots - q_{n+2} = 0, q_i > 0 \end{cases} (*)$$

Вновь воспользуемся соображениями симметрии: в равновесии объемы выпуска всех фирм равны и положительны.

Поступим следующим образом: прибавим к обеим частям равенства (\*) величину  $2q_i$ , а затем поделим обе части равенства на 2. Получим

$$q_i = \frac{3}{2} - \frac{(q_1 + q_2 + \dots + q_{i-1} + q_{i+1} + \dots + q_{n+2})}{2} \quad (**)$$

Перепишем равенство (\*\*) в виде

<sup>2</sup> Аналогичные рассуждения справедливы для случая  $q_2^* = 0$

$$q_i = \frac{3}{2} - \frac{(n+1)q_i}{2}$$

Получим, что

$$q_1 = q_2 = q_3 = \dots = q_i = \dots = q_{n+2} = \frac{3}{n+3}$$

Тогда

$$Q^* = (n+2)q_i = \frac{3(n+2)}{n+3}, \quad p = 4 - Q^* = \frac{n+6}{n+3}, \quad \pi_i = (p-1)q_i = \frac{9}{(n+3)^2}$$

Заметим, что прибыль всех дочерних фирм и прибыль фирмы 2 – это суммарная прибыль всего рынка, за исключением одной фирмы, т.е.

$$\pi_2 + \pi_3 + \dots + \pi_{n+2} = (n+1)\pi_i = \frac{9(n+1)}{(n+3)^2}$$

Максимум этой величины и будет искать фирма 2 (конечно,  $n \in N$ ). Далее можно действовать по-разному.

**Способ 1.** Рассмотрим функцию  $f(x) := \frac{x+1}{(x+3)^2}$ ,  $x \in R$ . Производная  $f'(x) = \frac{1-x}{(x+3)^3}$  данной функции обращается в нуль в точке  $x = 1$  и не существует при  $x = -3$ . Функция возрастает на тех промежутках, где производная положительна:  $(-3, 1)$ . Функция убывает на тех промежутках, где производная отрицательна:  $(-\infty, -3), (1, +\infty)$ . Функция имеет максимум в точке  $x = 1$ .

Вернемся к исходной задаче: получаем, что  $n^* = 1$ , причем требование  $n \in N$  выполнено.

**Способ 2.** Максимум можно найти и без знания производной – например, так:

$$\begin{aligned} \frac{n+1}{(n+3)^2} &= \frac{m}{(m+2)^2} = \frac{m}{m^2 + 4m + 4} = \frac{1}{m + 4 + 4/m} \rightarrow \max_{m \geq 1} \Leftrightarrow m + \frac{4}{m} \rightarrow \min_{m \geq 1} \\ m + \frac{4}{m} &= (\sqrt{m})^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{m}}\right)^2 - 2\sqrt{m} \frac{2}{\sqrt{m}} + 2\sqrt{m} \frac{2}{\sqrt{m}} = \left(\sqrt{m} - \frac{2}{\sqrt{m}}\right)^2 + 4 \rightarrow \min_{m \geq 1} \\ \sqrt{m} - \frac{2}{\sqrt{m}} &= 0 \quad m = 2 \quad n^* = m - 1 = 1 \end{aligned}$$

Итак, фирме 2 выгодно создать **одну** дочернюю фирму.

**Замечание.** Этот пункт можно решить несколько иначе, если считать, что  $n$  есть число *всех фирм, функционирующих на рынке* (среди которых  $n-2$  дочерних фирмы), а не только дочерних фирм. В таком случае, действуя аналогично, получим

$$q_i = \frac{3}{n+1}, Q^* = nq_i = \frac{3n}{n+1}, \quad p = 4 - Q^* = \frac{n+4}{n+1}, \quad \pi_i = (p-1)q_i = \frac{9}{(n+1)^2}$$

и, кроме того,

$$\pi_2 + \pi_3 + \dots + \pi_n = (n-1)\pi_i = \frac{9(n-1)}{(n+1)^2}$$

Получим, что  $n^* = 3$ . Значит, фирме 2 выгодно создать **одну** дочернюю фирму.

3. Пусть запуск каждой дочерней фирмы требует расходов в размере  $X$  д.е. *Как в таком случае изменится ваш ответ на вопрос Пункта 2 в зависимости от  $X$ ?* (5баллов)

### Решение

Очевидно, что фирма 2 точно не будет создавать больше одной дочерней фирмы (см. пункт (2) задачи): если в отсутствие издержек на создание новых фирм она открывает только одну фирму, то при ненулевых издержках она может пересмотреть своё решение разве что в меньшую сторону. А именно: она вообще не будет открывать дочерние фирмы. Ясно, что в таком случае достаточно лишь сравнить прибыли в двух ситуациях – когда дочерних фирм нет и когда дочерняя фирма одна – и выбрать наибольшую.

- Если фирма 2 не открывает дочерние фирмы, то  $\pi_2 = 1$  (см. пункт (1))
- Если фирма 2 открывает одну дочернюю фирму, то

$$\pi_2 + \pi_3 = \frac{9}{8} = 1.125$$

Разница прибылей составляет 0.125 д. е.

Таким образом, если  $X < 0.125$ , то фирма 2 создаёт единственную дочернюю фирму, а если  $X > 0.125$ , то фирма 2 вовсе не создаёт дочерних фирм; в частности при  $X = 0.125$  фирме 2 безразлично, создать одну дочернюю фирму или не создавать никаких.

### Критерии оценивания

#### *Пункт 1 (8 баллов)*

- Найден равновесный объем выпуска  $q_1^*$  фирмы 1 – 2 балла
- Найден равновесный объем выпуска  $q_2^*$  фирмы 2 – 2 балла
- Найдена равновесная прибыль  $\pi_1^*$  фирмы 1 – 2 балла
- Найдена равновесная прибыль  $\pi_2^*$  фирмы 1 – 2 балла

Предполагается, что решение участника содержит: аккуратную постановку задач оптимизации, запись необходимых и достаточных условий экстремума, запись функций реакции, процедуру поиска равновесия как решения системы линейных уравнений.

Баллы снижались в случае, если были допущены следующие недочеты (за каждый недочет снимался 1 балл):

- a) участник не проверил достаточные условия максимума (например, забыл указать, что ветви параболы ориентированы вниз)
- b) при записи функций реакции участник забыл указать, что  $q_1 = 0$  при  $q_2 \geq 3$  или  $q_2 = 0$  при  $q_1 \geq 3$  (если не указано и то, и то – штраф 2 балла)
- c) участник не проверил, что возможно лишь *внутреннее* равновесие

Если же участник 1) представил график, на котором изображены две кривые реакции, пересекающиеся в точке, соответствующей положительным (и равным) объемам выпуска

И/ИЛИ 2) представил аккуратное доказательство (наподобие приведенного в решении) И/ИЛИ 3) употребил понятие *симметрии*<sup>3</sup>, то балл за пункт с НЕ снимается

Если решение участника в целом неверное, но содержит тем не менее минимальные продвижения, то оно может быть оценено в 1 – 2 балла.

### **Пункт 2 (12 баллов)**

При любом из описанных выше способов решения:

- Найден равновесный выпуск  $q_i^*$   $i$ -ой фирмы – 3 балла
- Найдена равновесная прибыль  $\pi_i^*$   $i$ -ой фирмы – 3 балла
- Найдена равновесная прибыль  $\pi_2^*$  фирмы 2 (с учетом прибыли дочерних фирм) – 3 балла
- Определено оптимальное число дочерних фирм – 3 балла

Если 1) решение участника содержит грамотный разбор каких-либо частных случаев ИЛИ 2) решение участника в целом неверное, но содержит тем не менее минимальные продвижения, то оно может быть оценено в 1 – 4 балла

### **Пункт 3 (5 баллов)**

Упоминается идея сравнения прибыли для двух случаев (отсутствие дочерних фирм, одна дочерняя фирма) – 2 балла

Указано, при каких значениях  $X$  выгодно/невыгодно открывать дочернюю фирму – 3 балла

---

<sup>3</sup> Аккуратное математическое обоснование симметричности равновесия и положительности объемов выпуска в данной модели от участника НЕ требуется

## Задание 2. «Устойчивый экономический рост» (25 баллов)

Рассмотрим экономику, ВВП которой зависит от двух факторов производства – капитала и труда:

$$Y_t = \sqrt{K_t L_t},$$

где  $Y_t$  – уровень выпуска (ВВП),  $K_t$  – количество капитала, а  $L_t$  – количество труда в периоде  $t$ . Известно, что в течение каждого периода 10% имеющегося капитала «изнашивается» и потому не подлежит использованию в дальнейшем производстве.

Однако объем капитала можно увеличить с помощью инвестиций. Таким образом, в любой период времени объем капитала в стране определяется исключительно двумя показателями: тем, сколько капитала осталось после предыдущего периода, и тем, сколько в предыдущем периоде было совершено инвестиций. Иначе говоря:

$$K_t = 0,9K_{t-1} + I_{t-1},$$

где  $K_t$  – объем капитала в текущем периоде,  $K_{t-1}$  – объем капитала в предыдущем периоде, а  $I_{t-1}$  – инвестиции предыдущего периода.

Изначально в экономике есть некоторое положительное количество капитала. Население предпочитает сберегать 45% от суммарного дохода и направлять оставшиеся средства на текущее потребление. Все сбережения, сделанные в период  $t$ , полностью и моментально трансформируются в инвестиции.

Назовём *уровнем капиталовооружённости* отношение капитала к труду, то есть величину  $k_t = K_t / L_t$ . Назовём *устойчивым состоянием* такую ситуацию, в которой уровень капиталовооружённости не меняется от периода к периоду.

- Пусть численность рабочей силы в данной стране постоянна ( $L_t = L = \text{const}$ ), а предложение труда абсолютно неэластично. *Выведите зависимость  $k_t$  от  $k_{t-1}$  и графически покажите, что со временем экономика стабилизируется возле некоторого значения  $k^*$ .* (9 баллов)

### Решение

Рассмотрим динамику капитала:

$$K_t = 0,9K_{t-1} + I_{t-1} = 0,9K_{t-1} + S_{t-1} = 0,9K_{t-1} + sY_{t-1} = 0,9K_{t-1} + 0,45\sqrt{K_{t-1}L_{t-1}}$$

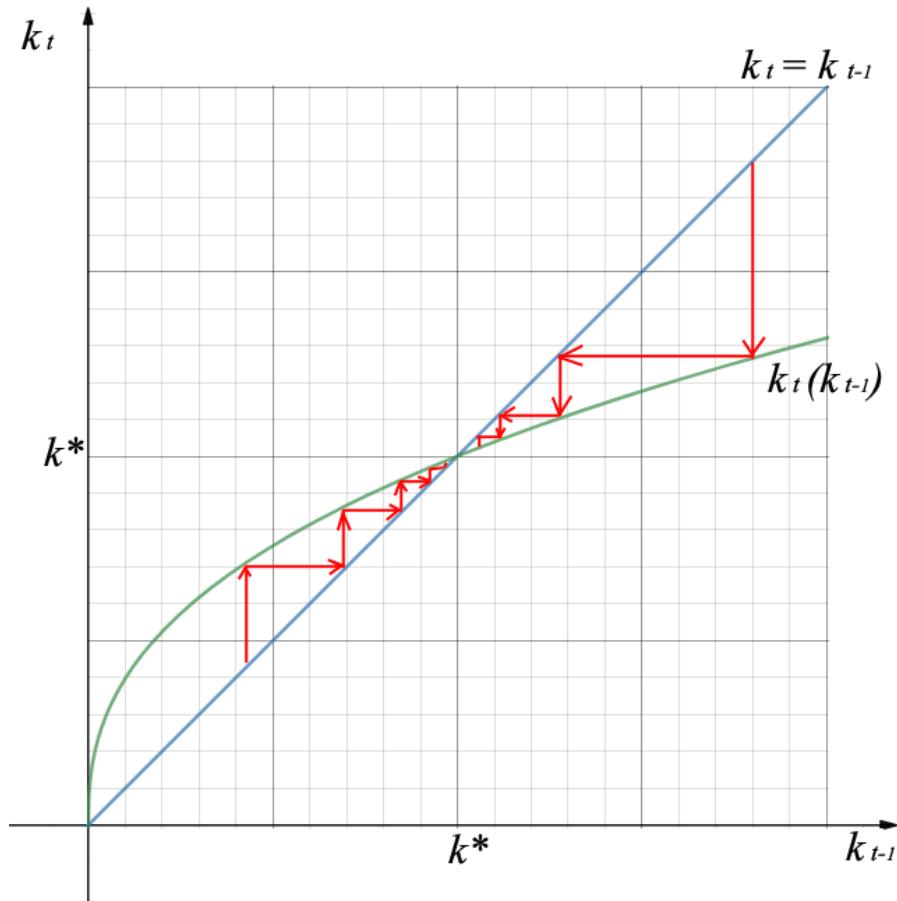
Перейдём (пока в общем виде) к динамике капиталовооружённости:

$$\begin{aligned} k_t &= \frac{K_t}{L_t} = \frac{0,9K_{t-1} + 0,45\sqrt{K_{t-1}L_{t-1}}}{L_t} = 0,9 \frac{K_{t-1}}{L_t} + 0,45 \frac{\sqrt{K_{t-1}L_{t-1}}}{L_t} = \\ &= 0,9 \frac{K_{t-1}}{L_t} \frac{L_{t-1}}{L_{t-1}} + 0,45 \frac{\sqrt{K_{t-1}L_{t-1}}}{L_t} \frac{\sqrt{L_{t-1}}}{\sqrt{L_{t-1}}} = 0,9 \frac{K_{t-1}}{L_{t-1}} \frac{L_{t-1}}{L_t} + 0,45 \frac{\sqrt{K_{t-1}}}{\sqrt{L_{t-1}}} \frac{L_{t-1}}{L_t} = \\ &= 0,9k_{t-1} \frac{L_{t-1}}{L_t} + 0,45\sqrt{k_{t-1}} \frac{L_{t-1}}{L_t} \end{aligned}$$

Если рабочая сила постоянна, то  $L_t = L_{t-1} = L = \text{const}$ , тогда  $L_{t-1}/L_t = 1$ , а значит,

$$k_t = 0,9k_{t-1} + 0,45\sqrt{k_{t-1}}$$

Это и есть траектория капиталовооружённости – зависимость текущей капиталовооружённости от её значения в предыдущем периоде. Движение в сторону равновесия показано на рисунке:



2. Найдите уровень капиталовооружённости  $k^*$ , обозначенный в Пункте 1. Чему в устойчивом состоянии будут равны темп роста ВВП и темп роста потребления на душу населения? (6 баллов)

### Решение

Со временем уровень капиталовооружённости стабилизируется:

$$k_t = k_{t-1} = k = \text{const}$$

$$k = 0,9k + 0,45\sqrt{k}$$

Решив уравнение, найдём капиталовооружённость в стационарном состоянии:  $k^* = 20,25$ . Заметим, что ВВП можно представить как

$$Y_t = \sqrt{K_t L_t} = \frac{\sqrt{K_t L_t} \sqrt{L_t}}{\sqrt{L_t}} = \frac{\sqrt{K_t}}{\sqrt{L_t}} L_t = \sqrt{k_t} L_t$$

Это значит, что в стационарном состоянии (когда  $k_t$  не меняется) выпуск будет пропорционален рабочей силе. В данном случае рабочая сила постоянна, поэтому ВВП тоже будет постоянной во времени величиной. Соответственно, потребление на душу населения, равное  $c_t = (1 - s) Y_t / L_t = (1 - s) \sqrt{k_t}$ , также будет являться постоянной величиной, не меняющейся во времени.

3. Пусть предложение труда по-прежнему абсолютно неэластично, но число работников увеличивается на 20% с каждым периодом, иными словами,  $L_t = 1,2L_{t-1}$ . Ответьте на вопросы Пункта 2 при новом допущении и аргументировано поясните, как полученные результаты отличаются от случая, где рост населения отсутствует. (10 баллов)

### Решение

Вся динамика идентична пунктам (1) и (2) до уравнения

$$k_t = 0,9k_{t-1} \frac{L_{t-1}}{L_t} + 0,45\sqrt{k_{t-1}} \frac{L_{t-1}}{L_t}$$

Рабочая сила теперь изменяется по закону  $L_t = 1,2L_{t-1}$ , тогда  $L_{t-1}/L_t = 1/1,2$ , а значит,

$$k_t = 0,9k_{t-1} \frac{1}{1,2} + 0,45\sqrt{k_{t-1}} \frac{1}{1,2} = \frac{3}{4}k_{t-1} + \frac{3}{8}\sqrt{k_{t-1}}$$

Это новая траектория капиталовооружённости – в условиях роста рабочей силы. Со временем уровень капиталовооружённости стабилизируется, т.е.  $k_t = k_{t-1} = k = const$ :

$$k = \frac{3}{4}k + \frac{3}{8}\sqrt{k}$$

Решив уравнение, найдём капиталовооружённость в стационарном состоянии:  $k^* = 2,25$ . Вспомнив, что ВВП можно представить как  $Y_t = \sqrt{k_t} L_t$ , можно увидеть, что в стационарном состоянии (когда  $k_t$  не меняется) выпуск равен произведению константы на рабочую силу, растущую постоянным темпом. Это значит, что ВВП тоже будет расти постоянным темпом – таким же, как рабочая сила. Но потребление на душу населения  $c_t = (1 - s)\sqrt{k_t}$  будет по-прежнему постоянным: для роста потребления на человека необходим технический прогресс в виде роста производительности, который в данной задаче отсутствует.

**Критерии оценивания****Пункт 1. Всего за пункт – 9 баллов:**

- Выписано соотношение  $K_t(K_{t-1})$  – **1 балл**
- Выполнен переход к соотношению  $k_t(k_{t-1})$  – **3 балла**
- График – **5 баллов**, в том числе:
  - Изображена вогнутая линия  $k_t(k_{t-1})$  – **1 балл**
  - Проведена прямая линия  $k_t = k_{t-1}$  – **2 балла**
  - Показана устойчивость равновесия (движение в направлении  $k^*$  – «ступеньки») – **2 балла**

**Пункт 2. Всего за пункт – 6 баллов:**

- Составлено уравнение относительно  $k^*$  – **1 балл**
- Решено уравнение – найдено  $k^*$  – **1 балл**
- Показано и как-либо обосновано, что  $\Delta Y_t/Y_t = \Delta L_t/L_t = 0$ , – **2 балла**
- Отражена формула потребления на душу населения  $c = (1 - s)Y/L$  – **1 балл**
- Показано, что  $\Delta c_t/c_t = 0$ , – **1 балл**

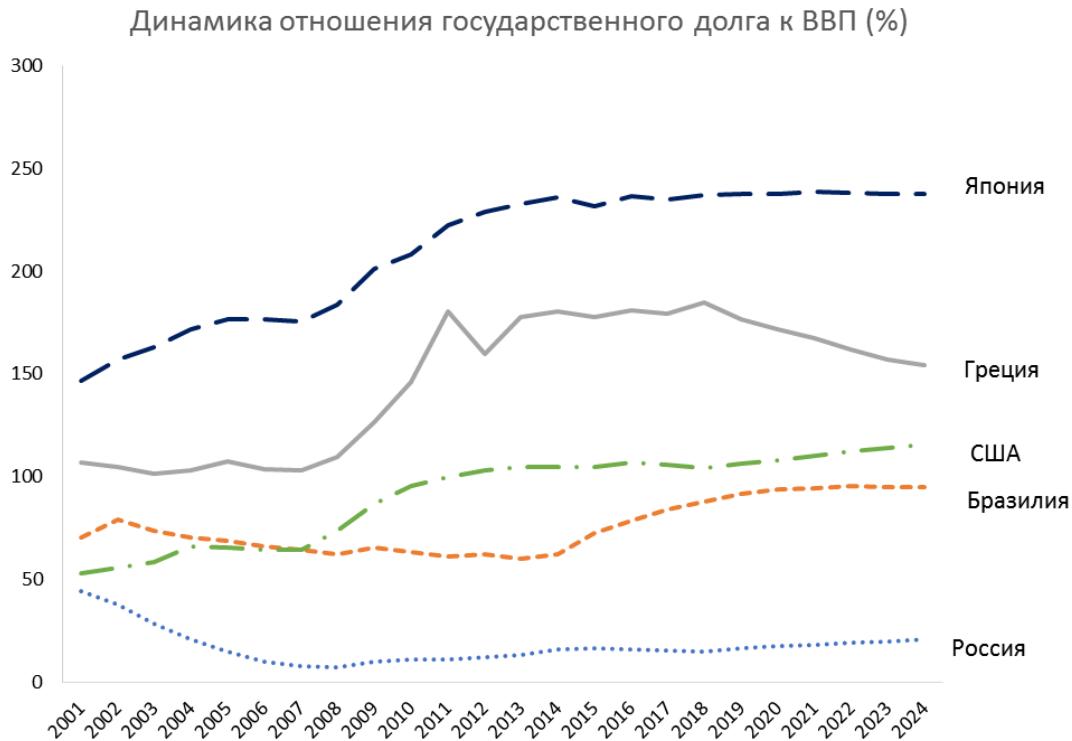
**Пункт 3. Всего за пункт – 10 баллов:**

- Выписано соотношение  $k_t(k_{t-1})$  – **4 балла**
- Составлено уравнение относительно  $k^*$  – **1 балл**
- Решено уравнение – найдено  $k^*$  – **1 балл**
- Показано, что  $\Delta Y_t/Y_t = \Delta L_t/L_t = 0,2$ , – **1 балл**
- Показано, что  $\Delta c_t/c_t = 0$ , – **1 балл**
- Комментарий о результатах пунктов (2) и (3) – **2 балла**

Арифметическая ошибка приводит к потере **1 балла** немедленно, а далее в зависимости от того, насколько сильно ошибка исказила решение и ответ.

### Задание 3. «Госдолг» (25 баллов)

Государственный долг является типичным явлением для большой части стран. По данным на графике можно увидеть, что в некоторых странах государственный долг может в два с лишним раза превышать ВВП, как в случае Японии, а в некоторых странах составлять около 15% от выпуска (как в случае России).



Источник: 2001-2018 гг. – реальные данные, 2019-2024 гг. – прогноз. Данные IMF, World Economic Outlook.

- Почему государство может иметь стимулы накапливать государственный долг? (7 баллов)

#### Ответ

Государство с помощью государственных закупок может в основном воздействовать на краткосрочную динамику выпуска. Поэтому основной целью деятельности может служить сглаживание экономических колебаний, в частности, уменьшение периодов и глубины спада в случае наступления кризиса. Заемствования могут выступать важным элементом стабилизационной экономической политики. Так, увеличение расходов бюджета и налоговые льготы помогают стимулировать спрос в экономике, тем самым положительно влияя на экономическую активность и, как следствие, рост выпуска, помогая тем самым преодолеть кризис. Таким образом, во время спада правительство склонно иметь дефицитный бюджет, в силу того, что налоговые сборы сокращаются, а трансферты и государственные закупки увеличиваются, сводится с дефицитом, и одним из способов его финансирования являются именно займы со стороны государства, что приводит к постепенному накоплению государственного долга.

## Критерии оценивания

- за мысль о том, что государственная политика направлена на стимулирование выпуска (без дальнейших продвижений в нужную сторону) +2балла
- предыдущая идея плюс обоснованное суждение о том, что налоговых поступлений в силу каких-либо ограничений недостаточно, и мы не можем к ним прибегнуть для финансирования расходов +2 балла
- если дополнительно говорится о том, что государственная политика направлена на стабилизацию экономики или выпуска в период кризиса (а не для достижения долгосрочного роста) +3 балла

*Замечания:*

Альтернативные объяснения (например, про стратегическое накопление долга, когда политик берет большой долг для каких-либо целей, понимая, что выплачивать этот долг придется уже другому) могут быть засчитан при условии наличия полного и правильного аргумента.

Аргумент «госрасходы позволяют развивать экономику» без пояснений, что это значит, засчитывался в 1 балл, поскольку слишком много всего может подразумеваться под «развитием» (возможно, кто-то считает развитым государство, в котором ничего не производится и люди только отдыхают).

Аргументы, что инфляция обесценит госдолг, или что нам его могут простить, или что мы уже взяли долг и теперь надо платить, не засчитываются. Во всех перечисленных случаях долг либо берется просто ради того, чтобы взять. Но куда идут эти деньги, либо куда уже ушли в случае с уже накопленным долгом, не говорится. Помимо этого, никто не берет в долг для того, чтобы наладить политические взаимоотношения, мотивировать страну-кредитора заботиться о экономическом развитии заемщика.

Аргумент про внезапные расходы на войну не засчитываются, потому что война – это не экономическая причина возникновения и накопления долга, поскольку она навязана внешними факторами/другой страной. Это не внутреннее решение правительства, вызванное какими-либо экономическими процессами либо экономической выгодой.

2. Помимо плюсов, которые государство может получить от накопления долга, есть также и отрицательные стороны этого явления. Так, один из отрицательных эффектов, которые регулярно встречаются в литературе, называется *эффектом вытеснения*: увеличение заимствований со стороны государства приводят к сокращению частных инвестиций. *Приведите возможное объяснение данного эффекта. (5 баллов)*

**Ответ и критерии оценивания:**

- государство заимствует деньги на финансовом рынке (+1 балл)
- при этом, выходя на рынок, оно увеличивает спрос на заемные средства (+1 балл)
- рост спроса приводит к увеличению ставки процента (+1 балл)
- чем выше ставка, тем меньше инвестиций соответствуют более высокой норме доходности (+1 балл)

- в результате инвестиции сокращаются при росте ставки процента (+1 балл)

Полный балл за пункт ставился за подробное и полное объяснение экономического механизма эффекта.

*Замечание:* Ответ, аналогичный «часть инвесторов переключится с инвестирования в частные проекты на инвестирование в государственные облигации, потому что они менее рискованные, из-за чего частные инвестиции снижаются» оценивается в 3 балла, поскольку размер оттока денег будет зависеть от степени неприятия риска инвесторами, а также эффект на ставку и т.п. может влиять на общую сумму инвестиций и не очевидно, что суммарно инвестиции точно упадут.

3. В открытой экономике увеличение государственного долга может быть связано еще и с влиянием на платежный баланс и валютный курс. *Как и почему меняется структура платежного баланса с ростом займов со стороны государства?* **(5 баллов)**

### Ответ

Рост займов государства увеличивает СF (денежный поток), поэтому счет текущих операций должен уменьшаться. Это означает сокращение чистого экспорта, которое происходит за счет укрепления курса национальной валюты из-за возросшего притока иностранных активов по счету движения капитала.

### Критерии оценивания:

- государство может заимствовать деньги за рубежом, поэтому увеличивается приток капитала в экономику (СF растет) (+1 балл)
- приток иностранных средств увеличивает спрос на отечественную валюту (+1 балл)
- возросший спрос приводит к ее укреплению (+1 балл)
- укрепление курса приводит удешевлению отечественных товаров на мировом рынке (+1 балл)
- удешевление товаров приводит к снижению чистого экспорта и счета текущих операций (+1 балл)

*Замечания.* Если из неправильной логики неправильно получен какой-то из выводов, то баллы не ставятся (например, что выросло предложение валюты, поэтому национальная валюта укрепляется). Однако если после этого дальше верные цепочки, то балл за соответствующую часть ставим. Верные альтернативные объяснения также засчитывались (сказано, что увеличилось предложение иностранной валюты, а не спрос на национальную; либо цепочка начинается не с того, что государство заимствует за рубежом, а с того, что растет ставка процента внутри страны и поэтому увеличивается приток капитала; сделано предположение о фиксированном валютном курсе и идут рассуждения про, что ЦБ для его поддержания увеличивает ЗВР и т.д.).

4. Еще одна важная взаимосвязь, которую часто выделяют в литературе, это отрицательная связь большого уровня государственного долга и темпов экономического роста. Так, например, Рейнхарт и Рогофф<sup>4</sup> приводят результаты своего исследования, которые показывают, что при объеме государственного долга выше 90% от ВВП, средние и медианные темпы роста в странах резко снижаются. *Приведите две (2) возможные причины возникновения такой взаимосвязи.* Если вы укажете три и более причины, то засчитаны будут только первые две. (8 баллов)

### Ответ

1. Влияние роста на накопление долга. Когда в стране кризис и из-за этого наблюдаются низкие темпы роста, как было сказано выше, правительство пытается стимулировать экономику и вернуть ее ближе к потенциальному уровню выпуска, для чего увеличивает расходы при сниженных налоговых поступлениях.

2. Влияние долга на рост. Большой госдолг может приводить к возникновению долгового кризиса – это ситуация, в которой государство не может расплачиваться по своим текущим обязательствам. В этом случае инвесторы не захотят выдавать государству новый долг (поскольку государство уже не может его обслуживать), а построить государственный бюджет без дефицита для страны не представляется возможным (ограничение в виде кривой Лаффера для налоговых сборов, расходные обязательства бюджета и т.д.). Поэтому в государстве возникает необходимость проводить политику, связанную со структурными изменениями в формировании бюджета (это, в частности, подразумевает резкое сокращение расходов и увеличение собираемости налогов). Помимо непосредственного отрицательного воздействия от таких мер, возникает недоверие со стороны внешних и внутренних экономических агентов, падает внутренний спрос, что может провоцировать возникновение валютного (иностранные инвесторы выводят деньги, внутренние пользователи могут предпочесть хранить сбережения в валюте другой страны), банковского кризиса (государственные облигации являются важным активом для всех финансовых институтов, и поэтому дефолт может негативно сказаться на данной отрасли), сокращение внутреннего спроса и т.д. Все это ведет к падению темпов экономического роста в стране. Таким образом, большой уже накопленный долг может приводить к долговым кризисам, которые провоцируют большую экономическую нестабильность и сокращают темпы роста выпуска.

### Критерии оценивания:

За каждую из связей 4 балла: полный балл за полную и верно описанную логическую цепочку, по 2 балла за каждую из идей в цепочке. Баллы могут быть снижены, если идея описана не полностью или с ошибками.

---

<sup>4</sup> <https://voxeu.org/article/debt-and-growth-revisited>

### Задание 4. «Налоги и пошлины» (25 баллов)

В стране N спрос и предложение на конкурентном рынке некоторого товара  $q$  определяются как  $q_d(p) = 72 - p$  и  $q_s(p) = 2p$ . Также существует мировой рынок товара  $q$ , на котором страна N выступает в качестве малой открытой экономики. Цена товара  $q$  на мировом рынке равна 16 д.е., что ниже равновесной цены страны N в условиях автаркии. Таким образом, страна N является импортером товара  $q$ . Чтобы увеличить бюджет страны N, на рынке товара  $q$  одновременно вводятся два налога:

- (1) таможенная пошлина в размере  $x$  д.е. с каждой импортируемой единицы товара  $q$  и
- (2) «внутренний» потоварный налог, который подразумевает уплату  $y$  д.е. с каждой единицы товара  $q$ , произведённой и реализованной фирмами страны N.

Таможенная пошлина вводится приграничным регионом, через который проходит вся ввозимая в страну продукция, а налог на отечественных производителей является общегосударственным, т.е. его администрирует правительство страны N. При этом государственные власти забирают в казну не только весь потоварный налог, но и долю  $\sigma$  от регионального налога. Таким образом, региональным властям достаётся лишь доля  $(1 - \sigma)$  от собранной таможенной пошлины. И региональное, и федеральное правительство стремятся достичь максимально возможных налоговых поступлений.

1. Пусть процесс принятия решения о налоговых ставках чётко не регламентирован. Иначе говоря, оба уровня власти выбирают свои налоговые ставки одновременно и независимо. *Найдите ставки налогов  $x$  и  $y$ , которые будут назначены в равновесии.*
2. В стране N приняли поправки в налоговое законодательство: сначала своё решение относительно ставки  $x$  принимает региональное правительство, и только после него федеральные власти могут выбрать ставку  $y$ . *Найдите ставки налогов  $x$  и  $y$ , которые будут назначены в равновесии при новой схеме принятия решений.*
3. *Как найденные в Пунктах 1 и 2 оптимальные ставки налогов зависят от доли изъятий в федеральный бюджет  $\sigma$  (иначе говоря, они возрастают или убывают по  $\sigma$ )? Дайте краткий интуитивный комментарий.*

#### Решение

**Общее для всех пунктов.** Во-первых, предложение отечественных производителей после введения внутреннего потоварного налога изменится:  $q_s^{new} = q_s(p - y) = 2(p - y)$ . Во-вторых, импортная пошлина фактически означает соответствующий рост равновесной цены в малой открытой экономике: если без пошлины цена в стране N была равна  $p_w = 16$ , то с ней цена повысится до  $p_w + x = 16 + x$ . Таким образом, количество, произведенное отечественными производителями, составит

$$q_h = q_s^{new}(p_w + x) = q_s^{new}(16 + x) = 2(16 + x - y)$$

Соответственно, объём импорта – это разница между величиной спроса по цене  $p_w + x$  и величиной предложения со стороны отечественных производителей по этой же цене:

$$q_f = q_d(16 + x) - q_s^{new}(16 + x) = 72 - 16 - x - 2(16 + x - y) = 24 - 3x + 2y$$

Теперь можно записать налоговые поступления по каждому налогу:

$$T_x = q_f x = (24 - 3x + 2y)x \quad T_y = q_h y = 2(16 + x - y)y$$

Соответственно, федеральные и региональные власти максимизируют

$$F = T_y + \sigma T_x \quad R = (1 - \sigma)T_x$$

**Пункт (1)** Чтобы узнать наилучший отклик федерального правительства на любое решение регионального, максимизируем  $F$  по  $y$ , считая  $x$  заданным:

$$\begin{aligned} F(y) &= 2(16 + x - y)y + \sigma(24 - 3x + 2y)x = \dots = \\ &= (32 + 2(1 + \sigma)x)y - 2y^2 + \sigma x(24 - 3x) \rightarrow \max_{y \geq 0} \end{aligned}$$

Квадратная парабола с ветвями вниз, решением является

$$y^*(x) = 8 + \frac{1 + \sigma}{2}x$$

Чтобы узнать наилучший отклик регионального правительства на любое решение федерального, максимизируем  $R$  по  $x$ , считая  $y$  заданным:

$$R(x) = (1 - \sigma)(24 - 3x + 2y)x \rightarrow \max_{x \geq 0}$$

Квадратная парабола с ветвями вниз, решением является

$$x^*(y) = 4 + \frac{y}{3}$$

В равновесии оба полученных условия выполняются одновременно: федералы оптимальным образом реагируют на действия регионалов, а регионалы оптимальным образом реагируют на действия федералов (т.е. никому невыгодно отклоняться от своей стратегии). Значит, равновесие будет описываться следующей системой:

$$\begin{cases} y = 8 + \frac{1 + \sigma}{2}x \\ x = 4 + \frac{y}{3} \end{cases}$$

Решив линейную систему относительно налоговых ставок, считая  $\sigma$  параметром, получим

$$x^* = \frac{40}{5 - \sigma} \quad y^* = 12 \frac{5 + \sigma}{5 - \sigma}$$

**Пункт (2)** Региональное правительство будет выбирать ставку своего налога, зная, как на этот выбор отреагирует федеральное правительство. Когда федералы будут принимать решение, им будет известно про выбор регионалов, т.е. чтобы узнать, как отвечает федеральная власть на выбор региональной, нужно максимизировать  $F$  по  $y$ , считая  $x$  заданным. Это уже было сделано в пункте (1):

$$y^*(x) = 8 + \frac{1 + \sigma}{2}x$$

Региональные власти это знают и будут максимизировать свою функцию с учётом этого:

$$R(x) = (1 - \sigma)(24 - 3x + 2y)x = (1 - \sigma) \left( 24 - 3x + 2 \left( 8 + \frac{1 + \sigma}{2}x \right) \right) x = \dots =$$

$$= (1 - \sigma)(40 - (2 - \sigma)x)x \rightarrow \max_{x \geq 0}$$

Квадратная парабола с ветвями вниз, решением является

$$x^* = \frac{20}{2 - \sigma}$$

Значит, ставка федерального налога составит

$$y^* = 8 + \frac{1 + \sigma}{2} \frac{20}{2 - \sigma} = \dots = 2 \frac{13 + \sigma}{2 - \sigma}$$

**Пункт (3)** Легко видеть, что в обоих пунктах обе ставки возрастают по  $\sigma$ : чем больше регионального налога отбирает федеральная власть, тем больше будут ставки налогов. В данном случае это так, потому что налогами облагаются «конкурирующие» виды деятельности – импорт и национальное производство. Очевидно, что при повышении ставки налога на внутреннее производство импорт становится относительно более выгодным. При  $\sigma = 0$  федеральная власть максимизировала только свои сборы, без оглядки на сборы от обложения налогом импорта. Но при  $\sigma > 0$  рост ставки налога на национальных производителей, как уже было сказано, автоматически увеличивает привлекательность импорта (и, соответственно, налоговые сборы с него), и федеральная власть, ранее игнорировавшая этот эффект, начинает принимать его во внимание и поднимает ставку своего налога. Высокая ставка налога на внутренних производителей «открывает дорогу» импорту и региональным властям, облагающим его налогом: увидев более высокую ставку федеральных властей и последующее переключение потребителей на импорт, региональные власти поднимут и ставку своего налога.

### Критерии оценивания

**Общая часть – всего 4 балла:**

Идея, что  $q_s^{new} = q_s(p - y)$ , – 1 балл

Идея, что новая цена внутри страны составит  $p_w + x = 16 + x$ , – 1 балл

Получена зависимость  $q_h(x, y)$  – 1 балл

Получена зависимость  $q_f(x, y)$  – 1 балл

*Примечание. Баллы за общую часть выставляются вне зависимости от того, в каком конкретно фрагменте решения присутствуют выкладки – в пункте (1), в пункте (2) или над пунктами (1) и (2), как выполнено в авторском решении.*

### Пункт (1) – всего 8 баллов:

Постановка задачи федеральной власти  $F(y)$  – 1 балл

Решение задачи федералов – нахождение их кривой реакции  $y^*(x)$  – 2 балла

Постановка задачи региональной власти  $R(x)$  – 1 балл

Решение задачи регионалов – нахождение их кривой реакции  $x^*(y)$  – **2 балла**

Идея, что в равновесии оба полученных условия выполнены одновременно, – **1 балл**

Решение системы из кривых реакций – нахождение оптимальных  $x^*(\sigma)$  и  $y^*(\sigma)$  – **1 балл**

### **Пункт (2) – всего 8 баллов:**

Постановка задачи последователя – федеральной власти – **1 балл**

Решение задачи последователя – нахождение кривой реакции федералов – **2 балла**

*Примечание. Поскольку задача федеральной власти одинакова в пунктах (1) и (2), 3 балла за постановку и решение задачи федералов в пункте (2) выставляются так же и в случае, если участник просто ссылается на выкладки пункта (1) и дублирует оттуда кривую реакции.*

Идея, что лидер инкорпорирует реакцию последователя в свою целевую функцию, – **1 балл**

Постановка задачи лидера – региональной власти – **1 балл**

Решение задачи лидера – нахождение оптимального  $x^*(\sigma)$  – **2 балла**

Подстановка  $x^*(\sigma)$  в кривую реакции федералов – нахождение оптимального  $y^*(\sigma)$  – **1 балл**

### **Пункт (3) – всего 5 баллов:**

Указание на то, что обе ставки в обоих пунктах возрастают по  $\sigma$ , – **1 балл**

Комментарий, объясняющий возрастание ставок, – **4 балла**

*Примечание. Комментарий оценивается по схеме 0-2-4, т.е. 1 балл или 3 балла за эту часть решения не выставляются.*

### **Штрафы:**

Отсутствие условия второго порядка – **минус 1 балл**, если проверка условия второго порядка отсутствует в решении (если есть хотя бы в одном случае, то баллы не снимаются).

Арифметическая ошибка – **минус 1 балл** автоматически, а дальше в зависимости от того, насколько сильно она искажила решение и ответ.

Если конкурсант решает другую модель (например, в пункте (а) последовательное взаимодействие вместо одновременного либо в пункте (б) перепутаны лидер и последователь) – **0 баллов** за пункт.