Критерии оценки задач олимпиады "Высшая лига" по направлению "Математика"

Задача 1

[-1 или -2 балла] Верный ответ, но имеются небольшие пробелы в рассуждениях (например, не объяснено, почему какие-то два класса не эквивалентны друг другу и остальным);
[-3 балла] Потерян 1 класс эквивалентности (например, не рассмотрены вырожденные рогатки, либо два разных класса эквивалентности объявлены эквивалентными);
[-6 баллов] Потеряно 2 класса эквивалентности;
[1 балл] Учтены параллельные переносы (в явном виде сформулировано, что без ограничения общности достаточно рассматривать рогатки с центром в нуле);
[1 балл] Учтены гомотетии (в явном виде сформулировано, что длину отрезка можно сделать единичной);
[3 балла] Невырожденный случай сводится к рассмотрению рогаток с лучами вдоль координатных осей;
[1 балл] В дополнение к предыдущему: подмечено, что отражением можно менять оси местами;
[2 балла] Рассмотрен какой-то из вырожденных случаев (отрезок на продолжении одного из лучей, либо лучи на одной прямой), но не доказано, что он образует класс эквивалентности (то есть, что любые две таких рогатки эквивалентны и при этом не эквивалентны другим классам);
[4 балла] Рассмотрен какой-то из вырожденных случаев (отрезок на продолжении одного из лучей, либо лучи на одной прямой) и доказано, что он образует класс эквивалентности.

Задача 2

[1 балл] Пример для n = 2 или для $n = 3$;
[2 балла] Показано, что матрица X невырождена;
[2 балла] Показано, что X имеет неполный ранг;
[4 балла] Показано, что матрица X нильпотентна. Если показано, что матрица нильпотентна - то баллы за невырожденность и неполный ранг не ставятся;
[-2 балла] При объяснении, почему ЖНФ нильпотентной матрицы имеет строго верхнетреугольный вид ничего не сказано о нулевых собственных значениях;
[-2 балла] Без доказательства написано, что $X^{n+1} = 0$, поэтому матрица нильпотентна;
[-2 балла] Прямой переход от нильпотентности к характеристическому многочлену x^4, без использования, например, того, что все собственные зна-

чения нулевые;
[-2 балла] Получено, что собственные значения нулевые и сразу применена теорема Гамильтона- Кэли, без указания, что характеристический многочлен равен x^4;
[-2 балла] Утверждение про стабилизацию рангов степеней X неточно.

Задача 3

[3 балла] Доказана независимость от выбора треугольника;
[3 балла] В формуле площади треугольника доказано, что мат. ожидание равно произведению мат. ожиданий основания и высоты;
[2 балла] Доказано, что мат. ожидание длины AX равно $\frac{1}{2}AB$;
[12 балла] Доказано, что мат.ожидание длины высоты треугольника AXY, проведенной к стороне AX равна $\frac{1}{3}CH$, где CH – высота треугольника ABC, проведенная к AB.
Частичные баллы за предыдущий пункт:
[10 баллов] указано на центр масс треугольника ABC без дальнейшего обоснования при отдельно доказанной независимости мат. ожидания от выбора треугольника;
[7 баллов] указано на центр масс треугольника ABC без дальнейшего обоснования при отсутствии отдельного доказательства независимости мат. ожидания от выбора треугольника;
[2 балла] Дан результат без обоснования;
[-5 баллов] Ошибка в записи идейно верного интеграла (пределы/порядок интегрирования и т.п.);
[-2 балла] Арифметическая ошибка в вычислениях.

Задача 4

[10 баллов] Получено рекуррентное соотношение или вычисление значения интеграла при фиксированном n как функции от n;
[-2 балла] При арифметических ошибках в предыдущем пункте;
[7 баллов] Идея решения без обоснования + верный ответ;
[5 баллов] Идея решения без обоснования приводящая к верному ответу;
[5 баллов] Идея решения через вычет, не доведённая до конца (вычет не посчитан или посчитан с существенной ошибкой);
[-2 балла] Арифметическая ошибка в применении формулы Стирлинга;
[-3 балла] Не доказано, что интеграл по дуге контура интегрирования равен нулю;
[0 баллов] Ответ 0 или ∞.

Задача M1

[5 баллов] Доказательство корректности определения φ;

[3 балла] Корректность не доказана, но доказано, что φ совпадает с морфизмом Фробениуса ;
[3 балла] Доказательство $\mathbb{F}_p$ линейности φ;
[8 баллов] Доказана оценка снизу на степень минимального многочлена φ;
[14 баллов] Показано, что многочлен $t^n - 1$ является аннулирующим многочленом φ. Из них 1 балл ставился за оценку сверху на степень минимального многочлена, и 3 балла – если участник заметил, что $F_p[x]/(q(x))$, т.к. $q(x)$ – неприводим.;
[до -3 баллов] Использование неприводимости $q(x)$ без явного указания или совпадения φ с морфизмом Фробениуса без объяснения.

Задача М2

Пункт а)
[0 баллов] Неверный контрпример;
[0 баллов] Попытка доказательства, не включающая классификацию квадратичных форм.
Пункт б)
[0 баллов] Отсутствует контрпример;
[10 баллов] Верный пример без доказательства негомеоморфности.

Задача Ф1

[2 балла] Замечание о плоском движении в центральном поле, выбор цилиндрических координат;
[5 баллов] Сведение задачи к одномерной с помощью закона сохранения углового момента;
[5 баллов] Критерий существования финитных траекторий в виде требования положительности производной эффективного потенциала;
[18 баллов] Анализ полученного неравенства и ограничение на величину углового момента.

Задача Ф2

[10 баллов] Анализ квазистатического приближения в случае малых колебаний и нахождение угловой частоты;
[15 баллов] Анализ излучения системы в дипольном приближении, нахождение потери энергии за период;
[5 баллов] Полная энергия осциллятора и нахождение отношения энергии излучения к полной энергии осциллятора.