

Направление 380 «Электроника и наноэлектроника»

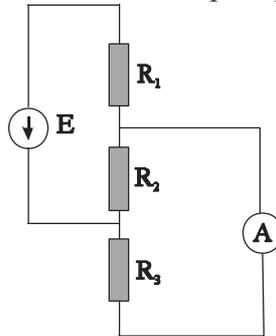
Время выполнения задания – 240 мин.

Задача №1 (5 баллов)

Какой ток J покажет амперметр в схеме, показанной на рисунке?

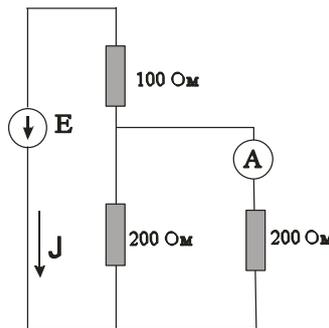
$R_1 = 100 \text{ Ом}$, $R_2 = 200 \text{ Ом}$, $R_3 = 200 \text{ Ом}$, $E = 200 \text{ В}$.

Внутренними сопротивлениями источника тока и амперметра пренебречь.



Решение:

Поскольку сопротивление идеального амперметра равно нулю, то для наглядности исходную схему можно представить в виде:

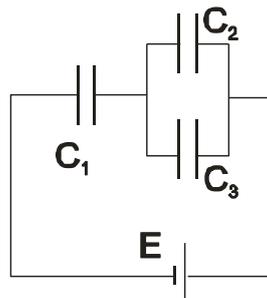


Общее сопротивление в цепи источника питания равно 200 Ом . Соответственно ток равен $(200\text{В}/200 \text{ Ом})=1 \text{ А}$.

Следовательно, амперметр покажет $0,5 \text{ А}$.

Задача 2 (5 баллов)

Для схемы, изображенной на рисунке, определить заряды на обкладках конденсаторов. Дано: $E=100 \text{ В}$, $C_1 = 500 \text{ пФ}$, $C_2 = 250 \text{ пФ}$, $C_3 = 250 \text{ пФ}$



Решение.

Олимпиада для студентов и выпускников вузов «Высшая лига» – 2021 г.

Сначала определим общую емкость системы:

Емкость параллельного соединения $C_2+C_3=500$ пФ

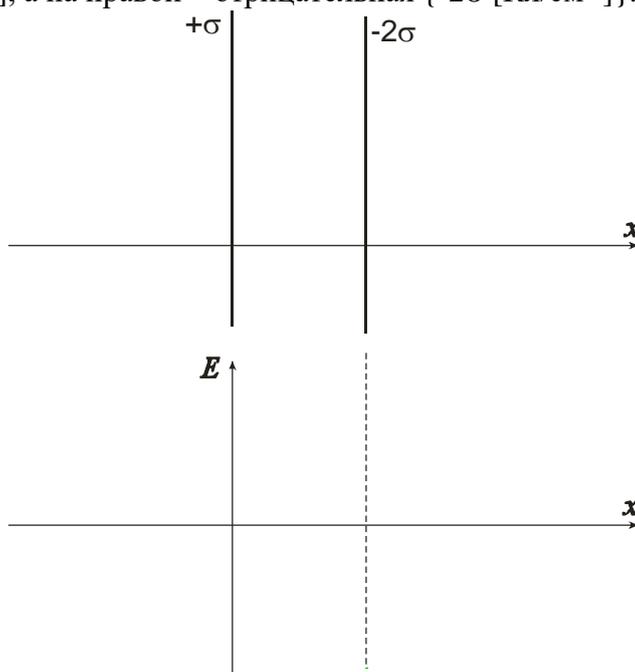
Соответственно полная емкость схемы $(1/C_{\text{эКВ}})=(1/C_1)+[1/(C_2+C_3)]$

Отсюда $C_{\text{эКВ}}=250$ пФ. Следовательно заряд на эквивалентной емкости $C_{\text{эКВ}}$, а значит и на емкости C_1 равен $Q_1 = C_{\text{эКВ}} E = 250 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} \cdot 100 \text{ В} = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$. Точно такой же заряд будет на емкостях C_2 и C_3 в сумме. Соответственно $Q_2 = Q_3 = 1,25 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$.

Ответ: $Q_1 = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$, $Q_2 = 1,25 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$, $Q_3 = 1,25 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$

Задача 3. (5 баллов)

Имеется две заряженные плоскости (см. рис.). На левой плоскости поверхностная плотность заряда положительная $+\sigma$ [Кл/см²], а на правой – отрицательная $\{-2\sigma$ [Кл/см²]}.



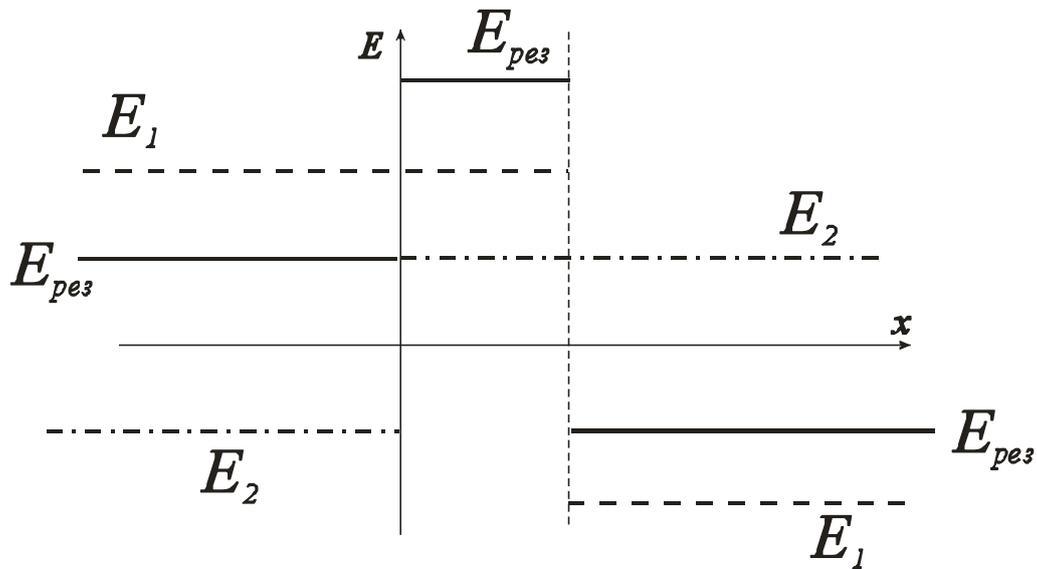
Нарисовать зависимость напряженности электрического поля E от координаты x .

Решение.

Электрическое поле от нескольких зарядов определяется векторной суммой напряженностей от каждого источника поля. Как известно поле бесконечной однородно заряженной плоскости однородно и определяется формулой $E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}$.

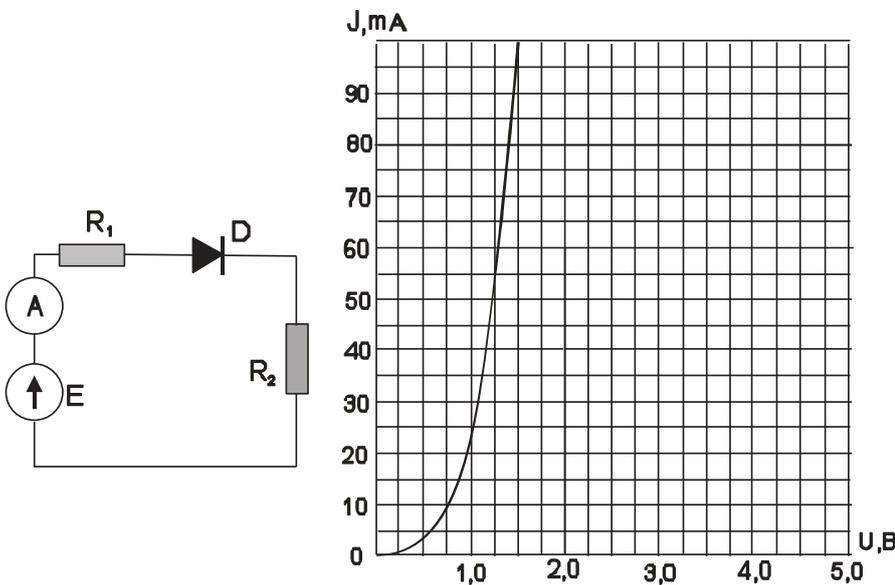
Поле считается положительным, если совпадает по направлению с осью x , и отрицательно, если против оси x .

Поле, создаваемое левой пластиной (№1) изображено на рис. штрихпунктирной линией, а поле пластины №2 – пунктирной. Результирующее поле (их суперпозиция) - сплошной линией.



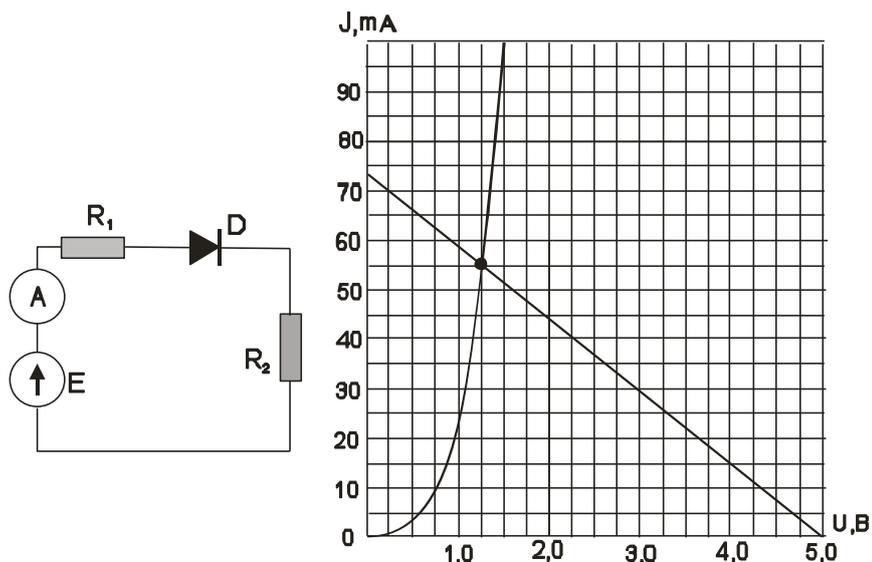
Задача 4 (15 баллов)

Для схемы, изображенной на рис. определить величину сопротивления R_2 , если известно, что $E=5$ В, $R_1=30$ Ом, амперметр показывает значение тока в цепи равное 55 мА. Вольтамперная характеристика диода изображена на рис.



Решение

Расчет электрических цепей, содержащих нелинейные элементы (например, диодов) производится графическим способом - методом нагрузочных прямых.



Как видно из схемы, ток в цепи можно определить следующим, линейным относительно V_D , уравнением:

$J = \frac{E - V_D}{R_1 + R_2}$, где V_D – напряжение на диоде. График этой зависимости прямая линия. Этот график носит название нагрузочной прямой.

Чтобы определить положение нагрузочной прямой достаточно определить координаты хотя бы двух точек. Одна из точек $\{V_D = E\}$. Вторая точка находится на вольт-амперной характеристике $\{J = 55 \text{ mA}\}$. Проведя нагрузочную прямую, найдем отсечку на оси токов $J = 73 \text{ mA}$ (см. рис.). В тоже время

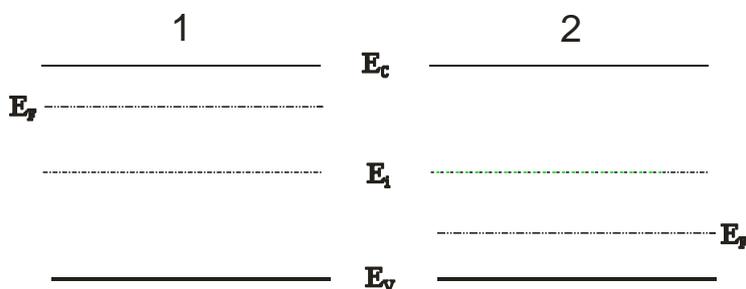
(согласно уравнению) ток отсечки $J = \frac{E}{R_1 + R_2}$. В результате получаем уравнение для определения

$$R_2: 0,073 = \frac{5}{30 + R_2}. \text{ Отсюда } R_2 \approx 36,6 \text{ Ом.}$$

Ответ: $R_2 \approx 36,6 \text{ Ом}$

Задача 5 (20 баллов)

На рисунке изображены энергетические диаграммы двух полупроводников при одинаковых температурах.



Считая эффективные массы плотности состояний электронов и дырок в этих материалах одинаковыми, нарисовать на одном графике (для сравнения) зависимости логарифма концентрации электронов от обратной температуры для обоих полупроводников для интервала температур $T_{пл} > T > T_S$ ($T_{пл}$ – температура плавления, T_S – температура истощения примеси, E_F – энергия Ферми, E_i – энергия середины запрещенной зоны, E_C – энергия дна зоны проводимости, E_V – энергия потолка

валентной зоны). Считать эффективные массы плотности состояний для электронов и дырок одинаковыми.

Решение

Как видно из энергетических диаграмм (см. положение энергии Ферми), полупроводник №1 донорный, а №2 – акцепторный. Соответственно электроны для первого полупроводника являются основными носителями заряда, а для второго – неосновными. Как следует из симметричности расположения уровня Ферми относительно зоны проводимости (для полупроводника №1) и валентной зоны (для полупроводника №2) концентрация типозадающей примеси в обоих полупроводниках одинакова. В области высоких температур (при $T_{пл} > T > T_i$) полупроводники по своим свойствам обладают собственной проводимостью и соответственно концентрация электронов и дырок одинаковы и определяются соотношением:

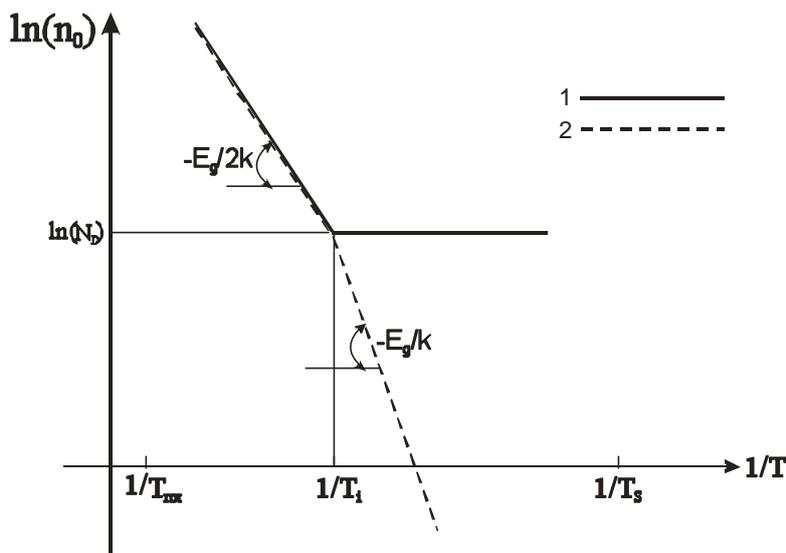
$$n_0 = p_0 = n_i = (N_c N_v)^{\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{-E_g}{2kT}\right)$$

В первом приближении температурной зависимостью предэкспоненциального множителя можно пренебречь по сравнению с экспонентой. Тогда $\ln(n_i) \approx -\frac{E_g}{2kT}$, т.е. $\ln(n_i)$ линейно зависит от обратной температуры с угловым коэффициентом $-\frac{E_g}{2k}$.

Для интервала температур $T_i > T > T_s$ (область истощения примеси) концентрация основных носителей (электронов в полупроводнике №1) с температурой не меняется и равна концентрации типозадающей примеси (на рисунке изображено сплошной линией).

Концентрация неосновных носителей заряда связана с концентрацией основных законом действующих масс $p_{p0} n_{p0} = n_{n0} p_{n0} = n_i^2 = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right)$ (здесь n_{n0} – равновесная концентрация электронов в донорном полупроводнике, n_{p0} – равновесная концентрация электронов в акцепторном полупроводнике, p_{p0} – равновесная концентрация дырок в акцепторном полупроводнике, n_{p0} – равновесная концентрация электронов в акцепторном полупроводнике). В

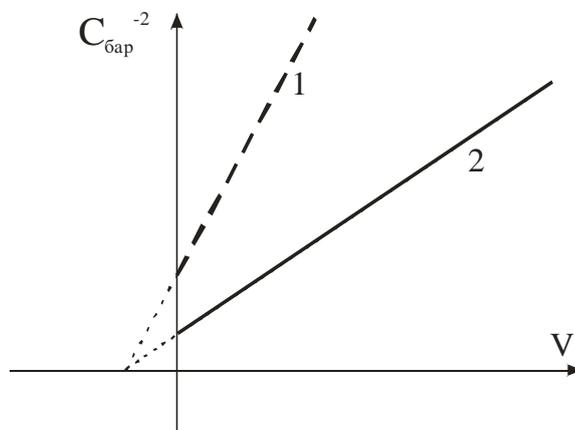
первом приближении можно считать, что концентрация электронов (неосновных носителей заряда) в полупроводнике p -типа (№2) $n_{p0} \approx \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right)$. Соответственно $\ln(n_{p0}) \approx -\frac{E_g}{kT}$, т.е. $\ln(n_{p0})$ линейно зависит от обратной температуры с угловым коэффициентом $-\frac{E_g}{k}$. (на рисунке изображено пунктирной линией 2).



Ответ: сплошной линией показана температурная зависимость концентрации электронов в полупроводнике №1, а пунктирной – температурная зависимость концентрации электронов в полупроводнике №2

Задача 6 (25 баллов)

Имеется два кремниевых выпрямительных диода, выполненных на основе плоских кремниевых p^+ - n -переходов. На рис. приведены их вольт-фарадные характеристики $C_{бар}^{-2} = f(V)$. $C_{бар}$ – барьерная (зарядовая) емкость p^+ - n -перехода, V – напряжение смещения. Температура переходов одинакова.



Требуется определить, у какого диода больше напряжение электрического пробоя.

Ответ обосновать.

Решение.

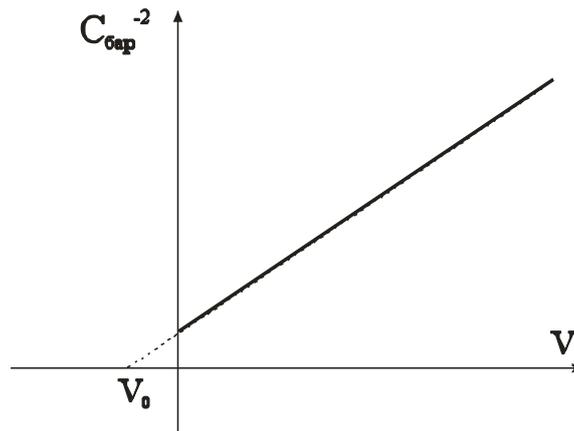
Как известно напряжение лавинного пробоя выпрямительного диода зависит от следующих факторов: какой характер имеет распределение примеси в области перехода (линейное или ступенчатое), если ступенчатое, то (в первом приближении) от величины концентрации примеси в базовой области перехода, от материала полупроводника. Ответ на эти вопросы можно получить из вида вольт-фарадной характеристики перехода. Если вольт-фарадная характеристика линейна, то это свидетельствует о том, что переход ступенчатый (рзкий).

Олимпиада для студентов и выпускников вузов «Высшая лига» – 2021 г.

Величина барьерной емкости перехода $C_{бар}$ как функции смещения V определяется по формуле: $C_{бар} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d(V)}$, где S -площадь перехода, d - толщина слоя объемного заряда, $\epsilon\epsilon_0$ – диэлектрическая проницаемость полупроводника. Поскольку переход ступенчатый и резкий, то его толщина d , как функция смещения V , определяется соотношением: $d(V) = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0(V_0 \pm V)}{qN_D}}$. С учетом этого

$C_{бар}^{-2}(V) = \frac{2(V_0 \pm V)}{\epsilon\epsilon_0 S^2 N_D}$ – линейная функция напряжения, дающая отсечку на оси абсцисс в точке V_0 , где

V_0 –равновесная контактная разность потенциалов. А угловой коэффициент зависит от площади S и от легирования базовой области перехода $N_B = N_D$.



Равновесная контактная разность потенциалов определяется соотношением:

$$V_0 = \frac{\varphi_0}{q} = \frac{|\mu_p| - |\mu_n|}{q}$$

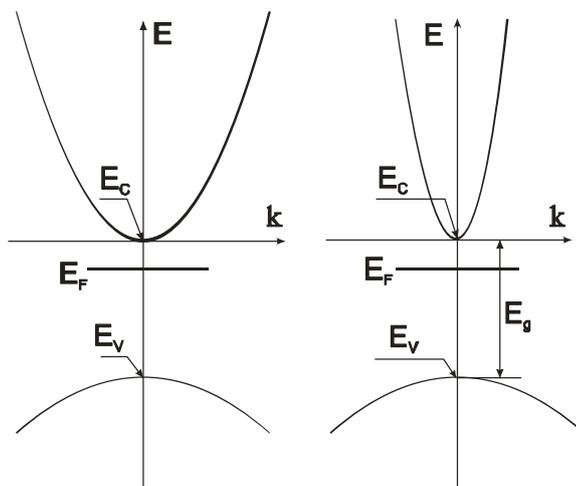
где φ_0 –равновесная контактная разность потенциальных энергий, $|\mu_n|$ – расстояние энергии Ферми от дна зоны проводимости в n -области, $|\mu_p|$ – расстояние энергии Ферми от дна зоны проводимости в p -области, q -заряд электрона. Поскольку эмиттерная область сильно легирована, то практически $|\mu_p| \approx E_g$ (где E_g –ширина запрещенной зоны полупроводника). А $|\mu_n|$ зависит от концентрации типозадающей примеси в базовой области диода. Соответственно, величина контактной разности потенциалов зависит только от уровня легирования базовой области перехода, т.е. от концентрации доноров в базе диода $N_B = N_D$

Как следует из вида заданных вольт-фарадных характеристик, у обоих диодах базовые области легированы одинаково, поскольку у них одинаково значение V_0 . Разный же наклон зависимостей $C_{бар}^{-2} = f(V)$ обусловлен исключительно различной площадью переходов.

Поскольку напряжение электрического пробоя диода зависит от концентрации типозадающей примеси в базовой области диода, то поскольку у обоих диодов этот параметр одинаков, следует, что напряжения электрического пробоя также одинаково.

Ответ: напряжения электрического пробоя обоих диодов одинаково.

Задача 7 (25 баллов)



На рисунке изображены дисперсионные зависимости – зависимости полной энергии электрона E от волнового вектора k для зоны проводимости и валентной зоны для двух гипотетических полупроводников. В обоих полупроводниках одинаковое значение ширины запрещенной зоны E_g , энергии Ферми E_F и температуры.

- Построить на одном графике (для сравнения) зависимости логарифма концентрации основных носителей заряда от обратной температуры ($1/T$) для обоих полупроводников
- В каком из полупроводников подвижность дырок больше и почему? Или подвижности дырок одинаковы?

Все ответы подробно аргументировать.

Решение.

- Положение энергии Ферми (вблизи зоны проводимости) указывает на электронную проводимость обоих полупроводников.
- Концентрация основных носителей заряда (электронов) определяется расстоянием энергии Ферми от дна зоны проводимости E_C и эффективной плотностью состояний в зоне

проводимости $N_C = \frac{2(2\pi \cdot m_n \cdot kT)^{3/2}}{h^3}$, где m_n – эффективная масса плотности состояний.

Поскольку экстремумы зависимостей $E(k)$ в зоне проводимости и в валентной зоне находятся в центре зоны Бриллюэна (при $k=0$), то эффективная масса проводимости и эффективная масса плотности состояний совпадают, как для электронов, так и для дырок.

- Сама же эффективная масса обратно пропорциональна кривизне зависимости $E(k)$. Как видно из приведенной зависимости $E(k)$, кривизна $\frac{d^2E}{dk^2}$ у потолка валентной зоны в обоих полупроводниках одинакова и, следовательно, эффективная масса дырок одинакова. В зоне же проводимости кривизна зависимости $E(k)$ во втором полупроводнике существенно больше, чем в первом полупроводнике, а значит эффективная масса электронов во втором полупроводнике меньше, чем в первом.

- Если E_C принять за ноль отсчета энергии, то $n_{n0} = N_C \cdot \exp\left(\frac{E_F}{kT}\right) = N_D$ – концентрации доноров.

Поскольку эффективная плотность состояний в первом полупроводнике больше (из-за

Олимпиада для студентов и выпускников вузов «Высшая лига» – 2021 г.

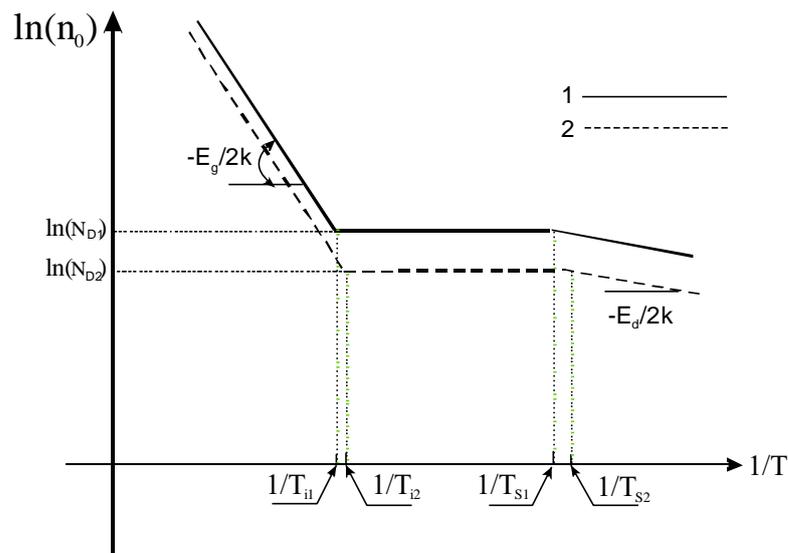
большей эффективной массы), то и концентрация электронов, а значит и доноров, в первом полупроводнике больше, чем во втором.

- Из-за того, что $N_{C1} > N_{C2}$ концентрации собственных носителей в первом полупроводнике больше, чем во втором.

- Температуры перехода к собственной проводимости $T_i = \frac{E_g}{k \cdot \ln\left(\frac{N_C \cdot N_V}{N_D^2}\right)}$. А поскольку в

области истощения примеси $N_{D1} > N_{D2}$, то $N_{C1} > N_{C2}$ и соответственно $T_{i1} > T_{i2}$

- На рисунке приведены сравнительные зависимости логарифма концентрации основных носителей заряда от обратной температуры ($1/T$) для обоих полупроводников



- Подвижность как электронов так и дырок определяется двумя факторами: эффективной массой проводимости, которая обратно пропорциональна кривизне зависимости $E(k)$, и длиной свободного пробега носителя заряда, которая в свою очередь обратно пропорциональна количеству центров рассеяния. Основными центрами рассеяния в кристалле являются фононы (концентрация которых зависит от температуры, которая в задаче предполагается для обоих полупроводников одинаковой, поскольку не оговорено иное) и ионы примесных атомов.
- Концентрация фононов одинакова в обоих полупроводниках, т.к. одинакова температура. Ионов же примеси больше в первом полупроводнике. Поэтому подвижность дырок в первом полупроводнике будет меньше.