

**Олимпиада студентов и выпускников «Высшая лига» – 2021 г.
Критерии оценивания олимпиадных заданий заключительного этапа
по направлению «370. Экономика»**

- Задания второго (заключительного) этапа состоят из инвариантной и вариативной частей.
- Инвариантная часть второго (заключительного) этапа включает 2 многопунктные задачи (1 по микроэкономике и 1 по макроэкономике) в сумме на 50 баллов.
- Вариативная часть второго (заключительного) этапа трека «Финансовая экономика» включает 2 задачи (1 по инвестициям/ценообразованию на активы и 1 по корпоративным финансам).
- Вариативная часть второго (заключительного) этапа трека «Экономика» включает 4 коротких задания (2 по микроэкономике и 2 по макроэкономике) в сумме на 50 баллов.
- Решение задач обеих частей (инвариантной и вариативной) должно быть хорошо структурированным, изложено грамотным языком. Ответы на качественные вопросы должны быть убедительно аргументированы, но длинные рассуждения, не относящиеся к сути дела, могут негативно повлиять на оценку. Все шаги в решении должны быть обоснованы, все вычисления должны присутствовать в работе.

Инвариантная часть направления «Экономика»

Задание 1.

Consider a benevolent central bank, which minimizes a loss function $L_t = \alpha(\pi_t - \pi^*)^2 + (y_t - y^*)^2$, where $\alpha > 0$; π_t – inflation level; y_t – output level; π^* – target level of inflation; y^* – target level of output. Aggregate supply is represented by a function $y_t = \bar{y} + z(\pi_t - \pi_t^e)$, where $z > 0$; \bar{y} – natural level of output; π_t^e – expected inflation. Suppose $y^* > \bar{y}$ and all economic agents have rational expectations.

a) (4 points) Provide economic interpretation for parameters α and z .

b) (7 points) Find equilibrium inflation and equilibrium output, if central bank conducts discretionary monetary policy. Which parameters affect equilibrium inflation? Explain intuitively.

c) (7 points) Find equilibrium inflation, if central bank conducts discretionary monetary policy and economic agents have expected inflation equal to the target level of inflation $\pi_t^e = \pi^*$. Provide economic intuition for your result, concerning dynamic inconsistency problem.

d) (7 points) Consider a situation, when monetary policy is delegated to the policymaker, which conducts discretionary monetary policy, but has a loss function $\hat{L}_t = \beta(\pi_t - \pi^*)^2 + (y_t - y^*)^2$, where $\beta > 0$. Find equilibrium inflation. Will the value of a society loss function L_t increase or decrease, compared to the result of point b), if $\beta > \alpha$? Explain intuitively.

Решение и критерий

(a) Параметр α характеризует степень консервативности центрального банка: чем больше значение данного параметра, тем больше потери центрального банка (и общества) от того, что инфляция отклоняется от своего целевого значения, а значит тем в большей степени центральный банк заботится об инфляции, стараясь не допустить её отклонение от целевого уровня, и в меньшей степени заботится о выпуске **(2 балла)**

Параметр z характеризует степень жёсткости цен: чем больше значение параметра z , тем более пологой будет кривая SRAS в координатах $(y; \pi)$, а значит тем цены более жёсткие и тем сильнее выпуск реагирует на отклонение инфляции от ожидаемого уровня **(2 балла)**

(b) Подставив совокупное предложение в функцию потерь, получим

$$L_t = \alpha(\pi_t - \pi^*)^2 + (\bar{y} + z(\pi_t - \pi_t^e) - y^*)^2$$

Поскольку центральный банк проводит дискреционную монетарную политику, он воспринимает инфляционные ожидания как заданные при минимизации данной функции. Взяв производную по инфляции и приравняв её к нулю, получим следующую зависимость оптимального значения инфляции от инфляционных ожиданий и параметров модели:

$$\pi = \frac{\alpha\pi^* + z^2\pi^e + z(y^* - \bar{y})}{\alpha + z^2} \quad \text{(2 балла)}$$

Экономические агенты имеют рациональные ожидания, следовательно взяв математическое ожидание от обеих частей данного уравнения, мы можем определить ожидаемую инфляцию. Получим, что в правой части при взятии математического ожидания ничего не изменится, а в левой части π превратится в π^e , откуда получаем, что $\pi = \pi^e$ **(1 балл)**. Интуитивно видим, что раз центральный банк не проводит никакую политику неожиданно для общества, в равновесии инфляция всегда будет равна ожидаемой. Подставив $\pi = \pi^e$ в найденное выше значение инфляции, получаем следующие равновесные значения инфляции и выпуска:

$$\pi = \pi^* + \frac{z}{\alpha}(y^* - \bar{y}) \quad \text{(1 балл)}$$
$$y = \bar{y} \quad \text{(1 балл)}$$

Чем больше значение параметра α , тем больше центральный банк заботится об инфляции и поэтому тем меньше будет отклонение инфляции от целевого значения в равновесии **(1 балл)**

Чем больше значение параметра z , тем больше будут потенциальные выгоды центрального банка от попытки стимулировать увеличение выпуска за счёт увеличения инфляции и поэтому тем больше будет отклонение инфляции от целевого уровня в равновесии **(1 балл)**

(с) Подставив $\pi_t^e = \pi^*$ в найденную в пункте б) зависимость инфляции от инфляционных ожиданий, получим, что оптимальное значение инфляции, выбранное центральным банком, составит:

$$\pi = \pi^* + \frac{z}{a+z^2} (y^* - \bar{y}) \quad (3 \text{ балла})$$

Поскольку $y^* > \bar{y}$, выбранное центральным банком значение инфляции будет отличаться от π^* (ЦБ выберет инфляцию больше, чем π^*), что демонстрирует наличие проблемы динамической несогласованности: общество понимает, что если оно сформирует инфляционные ожидания на уровне $\pi_t^e = \pi^*$, то установление инфляции на уровне π^* не будет оптимальной политикой для центрального банка. Понимание экономическими агентами свободы действий политика может приводить к тому, что общество не будет верить заявлениям центрального банка, если он заявит, что собирается установить инфляцию на уровне π^* . (2 балла) Данная проблема обусловлена тем, что целевой уровень выпуска больше потенциального и поэтому центральный банк имеет стимулы разогнать инфляцию ради увеличения выпуска (2 балла)

(d) Равновесие в данном пункте будет находиться аналогично пункту б) и теперь равновесное значение инфляции будет равно

$$\pi = \pi^* + \frac{z}{\beta} (y^* - \bar{y}) \quad (2 \text{ балла})$$

Поскольку инфляция будет, как и в пункте б), равна ожидаемой, выпуск будет равен потенциальному, и значение функции потерь в равновесии составит

$$L_t = \alpha \frac{z^2}{\beta^2} (y^* - \bar{y})^2 + (y^* - \bar{y})^2 \quad (2 \text{ балла})$$

Как видим, с ростом значения параметра β данное значение функции потерь уменьшается, то есть значение функции потерь уменьшится по сравнению с пунктом а), т.к. $\beta > \alpha$ (1 балл)

В данном случае делегирование проведения монетарной политики более консервативному центральному банкиру позволило частично сгладить негативные последствия проблемы динамической несогласованности и уменьшить значение общественных потерь (повысить общественное благосостояние) (2 балла)

Задание 2.

Consider an economy with two consumers (A and B) and one producer. Consumers' preferences are represented by the utility functions $u^A(c^A, l^A) = (c^A)^\alpha (l^A)^{1-\alpha}$ and $u^B(c^B, l^B) = (c^B)^\beta (l^B)^{1-\beta}$, where c^k is the money value of consumer k expenditures on goods, l^k denotes consumer k leisure time, $k = A, B$, $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta < 1$. There is no endowment of consumer goods (or money). Each consumer has endowment of time \bar{L} , which is allocated between leisure and time to work (labour supply).

The firm production function is given by $c = \sqrt{L}$, where c is the money value of goods produced by the firm (the same value in total is spent by the consumers in equilibrium), L denotes labour used at the wage rate w (so w is money paid to a worker per unit of time).

The share of consumer k in the firm profit is θ^k , $k = A, B$.

Suppose to encourage the firm to increase the output the government subsidizes the firm by paying it a share of firms' profit. s denotes the share of the firm's profit that is paid by the government to the firm. In order to subsidize the government imposes an equal lump-sum tax on consumers (while their income is still positive).

All components of the Walrasian equilibrium allocation are positive before and after subsidizing.

a) Is the equilibrium allocation in this model Pareto-optimal? Will the government achieve its goal (i.e., will the firm produce more)?

b) Derive the equilibrium wage rate w as a function of the subsidy rate s .

- c) Show how the wage rate changes with a small increase in the subsidy rate s . Examine the effect of the increase on the wage rate depending on the model parameters.
- d) How would your answer to point (c) change if the technology exhibited constant return to scale?
- e) How would your answer to point (c) change if there were the only consumer in the economy (so the only owner of the firm)?

Решение.

(a)

1 способ.

Введенная субсидия не изменяет дифференциальную характеристику решения задачи фирмы и задач потребителей. Во внутреннем равновесном распределении будет выполнено $MRS_{l^A, c^A}^A = MRS_{l^B, c^B}^B = f'(L)$. Равновесное распределение допустимо (выполнены условия сбалансированности рынков и ограничение в задаче фирмы). Предпочтения потребителей выпуклы и на внутренних наборах строго монотонны, производственная функция вогнута. В этом случае указанная характеристика является необходимым и достаточным условием внутреннего Парето-оптимума. Следовательно, равновесное распределение Парето-оптимально.

Комментарий. Ссылка на первую теорему общественного благосостояния (при монотонных предпочтениях равновесное распределение является ПО) является неверным ответом, поскольку сформулирована для ситуации, когда в экономике не вводится налог. При другом виде налога ответ мог бы измениться.

2 способ.

Можно было получить ответ, выводя эти характеристики для рассматриваемых функций.

(b)

Задача фирмы записывается следующим образом:
$$\begin{cases} (1+s)(c-wL) \rightarrow \max_{c, L \geq 0} \\ c = \sqrt{L} \end{cases}, \text{ откуда}$$

$(1+s)(\sqrt{L} - wL) \rightarrow \max_{c, L \geq 0}$. Условие первого порядка для внутреннего решения имеет вид:

$\frac{1}{2\sqrt{L}} - w = 0$. (Условие второго порядка выполнено: $-\frac{1}{4L^{3/2}} < 0$.) Тогда функция спроса

фирмы на труд: $L(w) = \frac{1}{4w^2}$. Функция предложения: $c(w) = \frac{1}{2w}$. Функция прибыли без

учета субсидии: $\pi(w) = \frac{1}{4w}$.

Задача потребителя A записывается следующим образом:

$$\begin{cases} (c^A)^\alpha (l^A)^{1-\alpha} \rightarrow \max_{c^A, l^A \geq 0} \\ c^A + wl^A \leq w\bar{L} + \theta^A(1+s)\pi(w) - T^A \end{cases}$$
. Так как $\pi(w) = \frac{1}{4w}$ и $T^A = \frac{s}{2} \frac{1}{4w}$, то

$$\begin{cases} (c^A)^\alpha (l^A)^{1-\alpha} \rightarrow \max_{c^A, l^A \geq 0} \\ c^A + wl^A \leq w\bar{L} + \theta^A(1+s) \frac{1}{4w} - \frac{s}{2} \frac{1}{4w} \end{cases}$$
.

Потребители, предпочтения которых представимы функцией полезности Кобба-Дугласа, тратят фиксированную долю дохода на каждое благо. Таким образом, функции спроса потребителя A имеют вид:

$$c^A(w) = \alpha \left(w\bar{L} + \theta^A(1+s) \frac{1}{4w} - \frac{s}{2} \frac{1}{4w} \right) = \alpha \left(w\bar{L} + \left(\theta^A(1+s) - \frac{s}{2} \right) \frac{1}{4w} \right),$$

$$l^A(w) = \frac{(1-\alpha)\left(w\bar{L} + \theta^A(1+s)\frac{1}{4w} - \frac{s}{2}\frac{1}{4w}\right)}{w} = \frac{(1-\alpha)\left(w\bar{L} + \left(\theta^A(1+s) - \frac{s}{2}\right)\frac{1}{4w}\right)}{w}$$

Аналогично записывается задача и функции спроса для потребителя В.

Можно уравновесить рынок времени: $l^A + l^B + L = 2\bar{L}$. Или же уравновесить рынок потребительского блага (или стоимости потребления): $c^A + c^B = c$. Так как в последнем условии меньше слагаемых и функции спроса потребителей выглядят менее громоздко, воспользуемся последним условием.

$$\alpha\left(w\bar{L} + \left(\theta^A(1+s) - \frac{s}{2}\right)\frac{1}{4w}\right) + \beta\left(w\bar{L} + \left(\theta^B(1+s) - \frac{s}{2}\right)\frac{1}{4w}\right) = \frac{1}{2w}.$$

Домножим на $4w$ правую и левую части:

$$\alpha\left(4w^2\bar{L} + \left(\theta^A(1+s) - \frac{s}{2}\right)\right) + \beta\left(4w^2\bar{L} + \left(\theta^B(1+s) - \frac{s}{2}\right)\right) = 2.$$

Отсюда получим: $4w^2\bar{L}(\alpha + \beta) + \alpha\left(\theta^A(1+s) - \frac{s}{2}\right) + \beta\left(\theta^B(1+s) - \frac{s}{2}\right) = 2$. Тогда

$$w^2 = \frac{2 - \alpha\left(\theta^A(1+s) - \frac{s}{2}\right) - \beta\left(\theta^B(1+s) - \frac{s}{2}\right)}{4\bar{L}(\alpha + \beta)}.$$

$$w = \sqrt{\frac{2 - \alpha\left(\theta^A(1+s) - \frac{s}{2}\right) - \beta\left(\theta^B(1+s) - \frac{s}{2}\right)}{4\bar{L}(\alpha + \beta)}}.$$

(с)

Воспользуемся условием, полученным в пункте (b):

$$4w^2\bar{L}(\alpha + \beta) + \alpha\left(\theta^A(1+s) - \frac{s}{2}\right) + \beta\left(\theta^B(1+s) - \frac{s}{2}\right) - 2 = 0.$$

Можем трактовать его как неявную функцию w от s :

$$F(w, s) = 4w^2\bar{L}(\alpha + \beta) + \alpha\left(\theta^A(1+s) - \frac{s}{2}\right) + \beta\left(\theta^B(1+s) - \frac{s}{2}\right) - 2, \quad F(w, s) = 0.$$

Тогда по правилу дифференцирования неявной функции:

$$\frac{\partial w}{\partial s} = -\frac{\partial F/\partial s}{\partial F/\partial w} = -\frac{\alpha\theta^A - \frac{\alpha}{2} + \beta\theta^B - \frac{\beta}{2}}{8w\bar{L}(\alpha + \beta)} = \frac{-\alpha\theta^A + \frac{\alpha}{2} - \beta\theta^B + \frac{\beta}{2}}{8w\bar{L}(\alpha + \beta)}.$$

Так как $\theta^B = 1 - \theta^A$, то числитель полученного выражения можем переписать в следующем виде: $-\alpha\theta^A + \frac{\alpha}{2} - \beta(1 - \theta^A) + \frac{\beta}{2} = (\alpha - \beta)\left(\frac{1}{2} - \theta^A\right)$. Так как знаменатель $\partial w/\partial s$ положителен, знак изменения зависит от числителя.

При $\alpha = \beta$ и при $\theta^A = \theta^B = 1/2$ ставка заработной платы не изменится. Цели государства не будут достигнуты.

При одновременном выполнении $\alpha > \beta$ и $1/2 > \theta^A$ и при одновременном выполнении $\alpha < \beta$ и $1/2 < \theta^A$ числитель положителен. В этом случае ставка возрастает с ростом субсидии. Поскольку $c(w) = \frac{1}{2w}$, то это только снизит стоимость производимой продукции.

При одновременном выполнении $\alpha > \beta$ и $1/2 < \theta^A$ и при одновременном выполнении $\alpha < \beta$ и $1/2 > \theta^A$ числитель отрицателен. В этом случае ставка снизится с ростом субсидии. В этом случае объем производимой продукции возрастет.

(d)

Если технология характеризуется постоянной отдачей от масштаба, то прибыль фирмы равна нулю и до введения субсидии и после. Таким образом, в решении задач потребителей и производителя ничего не изменится по сравнению со случаем до введения субсидии. Ставка не меняется, выпуск не изменяется. Цели государства не будут достигнуты.

(e)

Если в экономике один потребитель, то в доходе он получает $(1+s)\pi(w)$ как владелец фирмы и выплачивает трансферт для субсидирования $s\pi(w)$, таким образом, в доходе останется $\pi(w)$. Таким образом, задача потребителя не изменится по сравнению со случаем до введения субсидии. Введенная субсидия не меняет решения задачи фирмы. Таким образом, равновесие в модели до и после введения субсидии не изменится. Цели государства не будут достигнуты.

Критерий

(a) 10 баллов.

(b) 10 баллов: Задача фирмы – *3 балла*, решение для фирмы – *2 балла*. Задача индивида – *3 балла*, продвижение – *1 балл*, продвижение – *1 балл*.

(c) 3 балла: зависимость от s – *1 балл*, проверка других аргументов - по *1 баллу* за первые 2.

(d) 1 балл

(e) 1 балл

Вариативная часть трека «Экономика»

Задание 5.

IMF called on the Bank of Russia to decrease the policy rate to less than 4%, so not to allow the inflation rate to fall below 3.5% by the end of 2021. In January 2021 the inflation rate in Russia exceeded 5% due to the ruble depreciation and VAT increase, however these factors have short run effects only. However, IMF admits that the policy rate cut can lead to a further ruble depreciation and, as a result, to the inflation acceleration.

a) (5 points) Explain intuitively, how VAT increase and exogenous ruble depreciation affect the inflation rate in Russia. How IMF policy proposition will affect the Russia inflation rate?

b) (2 points) Explain intuitively, how the policy rate cut can lead to a ruble depreciation.

c) (3 points) Bank of Russian at a policy meeting on 12 February 2021 decided to leave the policy rate unchanged, in fact ended the monetary policy easing program. Explain intuitively, how this will affect deposit rates and credit volumes in the short and long run.

Answers and criteria

(a)

- Increase of VAT lead to the fall in aggregate supply (AS shifts to the left), what induces price increase (higher mark-up) – *1 point*
- Ruble depreciation lead to the increase in prices of imported goods and imported intermediate inputs, which in turn results in the higher CPI - *2 points*
- Policy rate cut lead to the rise in aggregate demand (AD shifts to the right) (investment channel, consumption channel, open economy channel), which in turn results in the higher price level in the short and long run, other things being equal – *2 points*

(b)

- Decrease in the policy rate – decrease in the short and long run economy interest rates – capital outflow – cut in the demand for ruble – ruble depreciation, other things being equal – *2 points*

(c)

- Finalization of monetary policy program – signal for the market, that policy rate will go up or be unchanged – 1 point
- Explanation for the SR – 1 point
- Explanation for the LR – 1 point

Задание 6.

The Herfindahl–Hirschman index (HHI) is a measure of industry concentration which is widely used in antitrust law. The formula for the HHI is as follows: $HHI = s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_N^2$, where s_i is the market share of firm i in the market, and N is the number of firms. It is considered that the smaller index the more competitive the market is.

Consider a measure of market dominance which is suggested to use instead of HHI. Assume that the firms are indexed in descending order of the market share: $s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_N$.

Let the threshold market share s^D by which the dominance is determined is calculated as follows:

$s^D = \frac{1}{2} \left[1 - (s_1 - s_2) \left(1 - \sum_{i=3}^N s_i \right) \right]$. The firm 1 is considered to be dominant if the calculated

threshold market share is lower than the market share of the largest firm, i.e. $s^D < s_1$. (Don't confuse the endogenously determined threshold s^D with the actual market share s_1 of the largest firm.)

Discuss distinctions and advantages of the proposed measure compared to HHI.

Решение

Идея построения критерия обосновывается следующим образом. Поскольку чем меньше доля рынка второй по объему фирмы, s_2 , тем больше оснований назвать фирму 1 доминирующей, пороговое значение s^D снижается с ростом разницы $s_1 - s_2$. Это означает,

что s^D тем меньше (а значит критерий, по которому определяется доминирование фирмы 1, строже), чем больше доля фирмы 1 относительно ее ближайшего конкурента. (1 балл)

Таким образом, не рыночная доля определяет доминирующую позицию, а относительные размеры двух самых крупных игроков на рынке. (1 балл) Кроме того, поскольку

$\left(1 - \sum_{i=3}^N s_i \right) = s_1 + s_2$, то при большем значении суммы рыночных долей двух самых крупных

фирм критерий для определения доминирования фирмы 1 строже (так как пороговое значение s^D снижается), поскольку в этом случае роль остальных фирм в поддержке уровня

конкуренции становится менее значимой. (2 балла) Так как $1 - \sum_{i=3}^N s_i = s_1 + s_2$, то выражение

для порогового значения может быть записано и только через доли двух крупнейших компаний: $s^D = \frac{1}{2} [1 - (s_1^2 - s_2^2)]$. (2 балла) Таким образом, для предложенной оценки

рыночного доминирования требуется минимум информации.

Заметим, что минимальное пороговое значение составляет $s^D = 0$ в случае, если фирма 1 монополист, а значит $s_1 = 1$. Максимальное пороговое значение $s^D = 1/2$ достигается в

случае, если $s_1 = s_2$, т.е. если две самых крупных фирмы имеют равные доли, а значит на рынке нет доминирующей компании. (1 балл) Чем ближе их доли на рынке, тем меньше их относительное доминирование и соответствующая рыночная власть. Кроме того, если

$s_1 \geq 1/2$, т.е. крупнейшая компания занимает больше половины рынка, то критерий доминирования $s^D < s_1$ всегда выполнен. (1 балл)

Существуют гипотетические рынки, для которых применение рассматриваемых показателей дают разную оценку уровня конкуренции. Особенно наглядно это в случае,

если две крупнейшие фирмы занимают значительные, близкие по размеру, доли рынка. В этом случае значение индекса Герфиндаля-Гиршмана показывает высокую концентрацию, тогда как нельзя утверждать, что одна из фирм обладает рыночной властью, что и показывает критерий доминирования. (2 балла)

Критерий

Баллы ставятся в соответствии с приведенными ниже критериями.

При выставлении баллов за каждый пункт учитывается полнота ответа и авторская аргументация. При отсутствии обоснования утверждение, попадающее под критерий, может быть не засчитано.

- Указание на различие в индексах по аспекту отражения рыночной «мощи» той или иной фирмы – **1-2 балла**
- Указание на отражение индексом наличия концентрации в отрасли без учета количества и размера фирм – **1-2 балла**
- Указание случаев равенства s^1 и s^2 – **1 балл**
- Рассмотрение случая $s^1 > 1/2$ – **1 балл**
- Указание особенностей индекса в случае олигополии – **1-2 балла**
- Указание на различие между крупнейшими фирмами – **1 балл**
- Указание на зависимость индекса от размера s^1 – **1 балл**

Задание 7.

In January 2021 US president Joe Biden presented a draft law for the US economy recovery: 1.9 trillion dollars would be provided to stimulate the economy. Proposed legislation includes direct payments to the households, benefits to the local authorities in the states, allowances to the universities. Also Biden proposed to appropriate money to the programs of COVID-19 mass-testing and mass-immunization (vaccination).

a) (5 points) Using relevant macroeconomic model explain intuitively, how these fiscal policy measures will affect output, price level and interest rate in the short and long run. Illustrate your answer with the graph.

b) (5 points) Fed began to cut down the policy rate in March 2020, when the US economy started falling into the crisis. At first, Fed decreased the policy rate from 1.5 - 1.75 % to 1 - 1.25%. Now the policy rate is stuck at 0-0.25%.

Using relevant macroeconomic model explain intuitively, how these Fed policy measures would affect output, price level and interest rate in the short run and and in the long run. Illustrate your answer with the graph.

c) (5 points) Consider the risks to the economy of Fed's and Biden's policy. Name them and explain intuitively.

Answers and criteria

(a)

- Shock recognition – **1 point** (increase in governments spending and private transfers – positive fiscal shock)
- SR explanation – **1 point** (higher output, price level and interest rate)
- SR graph – **1 point** (AD shifts to the right in the AD-SRAS-LRAS model, IS shifts to the right in the IS-LM model)
- LR explanation – **1 point** (output goes back to its natural level, price level and interest rate go up)
- LR graph – **1 point** (shift of the SRAS to the left in the AD-SRAS-LRAS model, shift of the LM to the left in the IS-LM model as prices go up further).

Graphs and intuition for the initial crisis situation are also fully correct.

IS-LM-BP model can be used only for SR analysis!

(b)

- Shock recognition – **1 point** (increase in nominal money supply – positive monetary shock/positive AD shock due to the increase in consumption, investment and net export)
- SR explanation – **1 point** (higher output and price level, lower interest rate)
- SR graph – **1 point** (AD shifts to the right in the AD-SRAS-LRAS model, LM shifts to the right in the IS-LM model)
- LR explanation – **1 point** (output goes back to its natural level, price level goes up, interest rate increases)
- LR graph – **1 point** (shift of the SRAS to the left in the AD-SRAS-LRAS model, shift of the LM to the left in the IS-LM model as prices go up further).

Graphs and intuition for the initial crisis situation are also fully correct.

IS-LM-BP model can be used only for SR analysis!

(c)

- Increase in the price level (inflation and its expectations) – **3 points**
- Increase in budget deficit and so in the debt level – **2 points**
- All other relevant risks can also be described

Задание 8.

Consider a market for a homogeneous good in the home country. There are N domestic firms and M foreign firms in the market. The inverse demand function is $p(Y)$ with $p'(Y) < 0$ and $Yp''(Y) + (N + M + 1)p'(Y) < 0$, where Y is the total output sold in the country by domestic and foreign firms. All firms (domestic and foreign) have constant unit costs. The unit cost of firm i is denoted by c_i . The domestic firms have different unit costs. Foreign firms' exports to the home country are subject to a specific tariff rate of t dollars per unit. Firms are involved in Cournot competition. Suppose that each firm produces a non-zero output. Prove that an increase in the tariff rate will increase the profit of all domestic firms.

Решение.

Задача максимизации прибыли для иностранных фирм имеет вид $\pi_i = (p(Y) - c_i - t)y_i \rightarrow \max_{y_i \geq 0}$, $i = N + 1, \dots, N + M$.

Задача максимизации прибыли для отечественных фирм записывается, как $\pi_i = (p(Y) - c_i)y_i \rightarrow \max_{y_i \geq 0}$, $i = 1, \dots, N$

При предположении, что все фирмы выбирают положительный выпуск, из условий первого порядка для $N + M$ задач находятся равновесные выпуски всех фирм:

$$\begin{cases} p'(Y)y_i + p(Y) - c_i = 0, & i = 1, \dots, N \\ p'(Y)y_i + p(Y) - c_i - t = 0, & i = N + 1, \dots, N + M \end{cases} \quad (1)$$

Условия второго порядка для задач максимизации прибыли фирмами:

$$p''(Y)y_i + 2p'(Y) < 0, \quad i = 1, \dots, N + M. \quad (2)$$

Из условий первого выразим выпуск фирмы i :

$$y_i = \frac{c_i - p(Y)}{p'(Y)} = -\frac{p(Y) - c_i}{p'(Y)}, \quad i = 1, \dots, N,$$

$$y_i = \frac{c_i + t - p(Y)}{p'(Y)} = -\frac{p(Y) - c_i - t}{p'(Y)}, \quad i = N + 1, \dots, N + M.$$

Таким образом, прибыль отечественной фирмы i записывается, как

$$\pi_i = (p(Y) - c_i)y_i = -\frac{(p(Y) - c_i)^2}{p'(Y)}, \quad i = 1, \dots, N$$

то есть прибыль отечественной фирмы – это функция совокупного выпуска и единичных издержек фирмы: $\pi_i = \pi_i(Y, c_i)$, $i = 1, \dots, n$.

Для дальнейших вычислений нам понадобятся выражения для $\frac{\partial Y}{\partial t}$, $\frac{\partial \pi_i}{\partial Y}$ и $\frac{\partial \pi_i}{\partial t}$, где $i = 1, \dots, N$.

Для того, чтобы вычислить $\frac{\partial Y}{\partial t}$ просуммируем условия первого порядка всех фирм (1) (и отечественных, и иностранных):

$$p'(Y)Y + (N + M)p(Y) = \sum_{i=1}^{N+M} c_i + tM. \quad (3)$$

Таким образом, выпуск – это функция совокупных предельных издержек с учетом выплачиваемого фирмами-нерезидентами налога: $Y = Y\left(\sum_{i=1}^{N+M} c_i + tM\right)$.

Из (3) по правилу дифференцирования неявной функции находим, что

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{M}{p''(Y)Y + (N + M + 1)p'(Y)} < 0.$$

Продифференцируем (4) по совокупному выпуску Y :

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial Y} = \frac{(p''(Y)(p(Y) - c_i) - 2 \cdot (p'(Y))^2)(p(Y) - c_i)}{(-p'(Y))^2} = (p''(Y)y_i + 2p'(Y))y_i.$$

Так как $p''(Y)y_i + 2p'(Y) < 0$ (условия второго порядка (2)), то $\frac{\partial \pi_i}{\partial Y} < 0$, $i = 1, \dots, n$. Таким образом, чем выше совокупный выпуск в отрасли, тем ниже прибыль всех отечественных фирм.

Наконец, определим, как изменится прибыль отечественной фирмы при росте величины налога. Так как прибыль отечественной фирмы является функцией совокупного выпуска и единичных издержек фирмы, а совокупный выпуск, в свою очередь, – это функция от величины налога τ , то $\frac{\partial \pi_i}{\partial t} = \frac{\partial \pi_i}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial t}$. С учетом полученных результатов, $\frac{\partial \pi_i}{\partial t} > 0$. Таким образом, все отечественные фирмы заинтересованы в росте величины налога.

Criteria

- Profit maximization problem – **2 points**
- First order condition – **2 points**
- Firm's output (or the industry's output) – **2 points**
- Firm's equilibrium profit as a function of Y – **2 points**
- Attempt to evaluate changes or progress in estimation – **3 points**
- Demonstration that the Cournot equilibrium industry output is a decreasing function of the tariff rate – **2 points**
- Demonstration that the firm's profit is a decreasing function of the industry output – **1 point**
- Conclusion – **1 point**

Вариативная часть трека «Финансовая экономика»

Задание 3.

Consider an entrepreneur who has a project that requires an investment I at date $t = 0$. At date $t = 1$ the project's cash flow is either low (failure), $X^F = 20$, or high (success), $X^S = 60$. There are no further cash flows. The probability of the high cash flow depends on the effort that the entrepreneur exerts after having invested I . If the entrepreneur exerts an effort level $e \in [0, 1]$, the project generates $X^S = 60$ with probability e and $X^F = 20$ with probability $1 - e$. The entrepreneur bears the cost of effort $c(e) = 20e^2$. The entrepreneur has neither own funds nor other assets. There is no discounting. Everybody is risk-neutral and fully rational. The financial market is perfectly competitive, meaning that, for any offered security, investors are ready to pay the expected cash flow it generates. The entrepreneur has limited liability.

Definitions:

- An equity share entitles its holder(s) to the share α of the cash flow at $t=1$. If the entrepreneur sells share α , he is left with share $1-\alpha$.
 - A zero coupon debt with face value K entitles the debtholder to receive the fixed amount K out of the realized cash flow at $t=1$, and the entrepreneur receives the rest. If the realized cash flow is less than K , the debtholder receives the whole cash flow, and the entrepreneur gets 0 (due to his limited liability).
- a) [4 pts] Suppose the entrepreneur decides to finance the project by issuing equity. He sells share α of equity and retains $1-\alpha$. Which level of effort will he choose for given α ?
 - b) [5.5 pts] Find the range of values if I for which the project can be financed with equity.
 - c) [5 pts] Suppose now that the entrepreneur decides to finance the project by issuing zero coupon debt. Assume the face value of debt $K \leq 60$. Which level of effort will the entrepreneur choose for given K ?
 - d) [5.5 pts] Find the range of values if I for which the project can be financed with debt.
 - e) [5 pts] Suppose $I < 20$. Which way of financing, debt or equity, will the entrepreneur choose? (*Hint*: recall that the financial market is assumed to be perfectly competitive).

Solution

Partial points are given for incomplete and partly correct answers

- a) Given effort e , the expected cash flow is $(1-e) \times 20 + e \times 60 = 20 + 40e$. (2 pts for showing this)
 The entrepreneur maximizes $(1-\alpha)(20+40e) - 20e^2$ with respect to e .
 The FOC yields: $e = 1-\alpha$. Denote it by $e^*(\alpha)$. (2 pts for correct maximization and solution)
- b) Given (a), the investors receive $\alpha(20+40e^*(\alpha)) = \alpha(20+40(1-\alpha))$ in expectation. (2.5 pts for showing this)
 Rewrite the expression as $60\alpha - 40\alpha^2$. It reaches the maximum of $90/4$ at $\alpha = 3/4$. (2.5 pts for correct maximization)
 Hence, the range of I for which the project can be financed with equity is $[0, 90/4]$. (0.5 pts for correct conclusion)
- c) For given K , the entrepreneur's post-investment payoff is $(1-e) \times \max\{20-K, 0\} + e \times (60-K) - 20e^2$.
 Consider first $K \leq 20$.
 The entrepreneur maximizes $(1-e) \times (20-K) + e \times (60-K) - 20e^2 = 20 + 40e - 20e^2 - K$.
 The FOC yields: $e^*(K) = 1$.
 Consider now $K \in (20, 60]$.
 The entrepreneur maximizes $e \times (60-K) - 20e^2$.
 The FOC yields: $e^*(K) = (60-K)/40 < 1$.
Each case, $K \leq 20$ and $K \in (20, 60]$, is 2.5 pts with partial points if some parts of the solution have mistakes.
- d) If $K \leq 20$, the investors receive exactly K . Hence, by offering $K \leq 20$, the maximum I the

entrepreneur can raise is 20. (1 pt for showing this)

If $K \in (20, 60]$, the investors receive $(1 - e^*(K)) \times (20 + e^*(K) \times K) = (1/40) \times [(K - 20) \times 20 + (60 - K) \times K] = (1/40) \times (-K^2 + 80K - 400)$. (2 pts for showing this)

It reaches the maximum of 30 at $K = 40$. (2 pts for correct maximization)

Hence, the range of I for which the project can be financed with debt is $[0, 30]$. (0.5 pts for correct conclusion)

- e) Given that the financial market is perfectly competitive, the investors always break-even, and, from the ex-ante perspective, the entrepreneur receives the whole value of the project net of the investment and the effort cost. Hence, he will choose the way of financing that will make the expected value of the project net of the effort cost as large as possible. (2 pts for this argument)

For $I < 20$, the entrepreneur can finance the project by offering $K = I$. In such a case, $e = 1$, as we know from (c). We also notice from (c) that $e = 1$ maximizes the whole value of the project net of the effort cost. This is the first best. (1.5 pts for this argument)

In contrast, under equity financing $e = 1 - \frac{I}{K} < 1$, which is below the first best level. (1 pt for this argument)

Thus, the entrepreneur will prefer debt financing. (0.5 pts for correct conclusion)

Задание 4 на следующей странице.

Version 1

There are two dates, $t = 0, 1$. At time 0, an investor chooses a portfolio to maximize her mean-variance objective

$$u(r_P) = E_0(r_P) - \frac{c}{2}V_0(r_P),$$

where r_P is the portfolio return at time 1. The investor has access to a risk-free asset with return r_f and two risky assets A and B that pay off at time 1. The expected returns and standard deviations of the risky assets are denoted $E(r_i)$ and σ_i , for $i \in \{A, B\}$. The correlation between the risky assets is $\rho = 0.5$. The risk aversion parameter is $c = 1$.

1. Let w_A and w_B denote the weights of the risky asset in the portfolio. The weight of the risk-free asset is $w_f = 1 - w_A - w_B$. Write the expected return as a function of the excess returns $R_i = E(r_i) - r_f$. Determine the variance of the portfolio. (4 points)
2. Write the first-order conditions of the investor's problem. (4 points)
3. Give an economic interpretation of the first-order conditions and determine the optimal portfolio of the investor. (7 points)
4. Show that there exists a scalar k such that the weights of the risky assets in the optimal portfolio can be written as $w_A = kx$ and $w_B = k(1 - x)$, where x is the weight of asset A in the tangent portfolio. What does it imply for the construction of the portfolio? (10 points)

Hint: The tangent portfolio is such that $\frac{R_A}{\text{cov}(r_A, r_t)} = \frac{R_B}{\text{cov}(r_B, r_t)}$, where r_t denotes the return of the tangent portfolio.

Solution:

1. $E(r_P) = r_f + w_A R_A + w_B R_B$, where $R_i = E(r_i) - r_f$. (2 points)

$V(r_P) = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB}$, where the covariance is $\sigma_{AB} = 0.5\sigma_A \sigma_B$, so that

$$V(r_P) = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + w_A w_B \sigma_A \sigma_B. \quad (2 \text{ points})$$

2. Investor's problem (1 point):

$$\max_{w_A, w_B} r_f + w_A R_A + w_B R_B - \frac{c}{2}(w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB})$$

FOCs (3 points):

$$R_A = c(w_A\sigma_A^2 + w_B\sigma_{A,B}) = w_A\sigma_A^2 + 0.5w_B\sigma_A\sigma_B$$

$$R_B = c(w_B\sigma_B^2 + w_A\sigma_{A,B}) = w_B\sigma_B^2 + 0.5w_A\sigma_A\sigma_B$$

3. The FOCs say that at the optimum, the marginal benefit of investing an extra unit in asset i (LHS) must be equal to the marginal disutility of an increase in risk (RHS). (3 points) Note that the RHS can be written as $c \times \text{cov}(r_i, r_P)$.

Solving the system, we get the equilibrium weights (4 points):

$$w_A^* = \frac{R_A\sigma_B^2 - R_B\sigma_{A,B}}{(1 - \rho^2)c\sigma_A^2\sigma_B^2} = \frac{R_A\sigma_B^2 - 0.5R_B\sigma_A\sigma_B}{0.75\sigma_A^2\sigma_B^2}$$

$$w_B^* = \frac{R_B\sigma_A^2 - R_A\sigma_{A,B}}{(1 - \rho^2)c\sigma_A^2\sigma_B^2} = \frac{R_B\sigma_A^2 - 0.5R_A\sigma_A\sigma_B}{0.75\sigma_A^2\sigma_B^2}$$

4. First, write the return of the tangent portfolio: $r_t = xr_A + (1 - x)r_B$. (1 point)

Then, starting from the equality $\frac{R_A}{\text{cov}(r_A, r_t)} = \frac{R_B}{\text{cov}(r_B, r_t)}$, we get (3 points (1 for using the formula, 2 to write the covariance)):

$$\frac{R_A}{x\sigma_A^2 + (1 - x)\sigma_{A,B}} = \frac{R_B}{(1 - x)\sigma_B^2 + x\sigma_{A,B}}$$

Thus, we get (3 points):

$$x = \frac{R_A\sigma_B^2 - R_B\sigma_{A,B}}{R_A\sigma_B^2 + R_B\sigma_A^2 - \sigma_{A,B}(R_A + R_B)}$$

and

$$1 - x = \frac{R_B\sigma_A^2 - R_A\sigma_{A,B}}{R_A\sigma_B^2 + R_B\sigma_A^2 - \sigma_{A,B}(R_A + R_B)}$$

Comparing to the optimal portfolio, we see that there exists (2 points)

$$k = \frac{R_A\sigma_B^2 + R_B\sigma_A^2 - \sigma_{A,B}(R_A + R_B)}{(1 - \rho^2)c\sigma_A^2\sigma_B^2} = \frac{R_A\sigma_B^2 + R_B\sigma_A^2 - 0.5\sigma_A\sigma_B(R_A + R_B)}{0.75\sigma_A^2\sigma_B^2}$$

such that the optimal portfolio scales with the tangent portfolio. The weight of the risk free asset is $1 - k$.

This result is the two-fund separation theorem. It implies that the investor may invest in two funds: one holding the risk free asset, the other one holding the tangent portfolio.
(1 point)