

Критерии оценивания и решения олимпиадных заданий заключительного этапа по направлению «350. Финансы и инвестиции»

Инвариантная часть

Задание 1 (6 баллов).

Autonomous consumption equals 330; investment demand is described by the equation $I = 100 - 475r$; government expenditures equal 900; net autonomous taxes are initially 300; the marginal propensity to consume is 0.75; nominal money supply is set at 1600; the price level equals 2; the sensitivities of the demand for real money balances (which is a linear function) to income and the interest rate are 0.2 and 20, respectively. By how much and in what direction(s) will the equilibrium values of GDP and of the interest rate change in the short run (with constant prices) in response to an increase of net autonomous taxes to 360?

Решение:

Основной способ решения:

Запишем уравнения исходных кривых IS и LM в виде системы уравнений и решим данную систему уравнений для нахождения параметров начального совместного равновесия на рынках благ и денег (3 балла):

$$\begin{cases} IS: Y = \frac{C_a + I_a + G - MPC \cdot T_a}{1 - MPC} - \frac{d}{1 - MPC} r \\ LM: Y = \frac{1}{k} \frac{M}{P} + \frac{h}{k} r \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Y = \frac{330 + 100 + 900 - 0.75 \cdot 300}{1 - 0.75} - \frac{475}{1 - 0.75} r \\ Y = \frac{1}{0.2} \cdot \frac{1600}{2} + \frac{20}{0.2} r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = 4420 - 1900r \\ Y = 4000 + 100r \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2000r = 420 \\ Y = 4000 + 100r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 0.21 \\ Y = 4021 \end{cases}$$

Аналогично, подставив новое значение автономных налогов, найдем новые значения равновесных ВВП и процентной ставки (3 балла):

$$\begin{cases} IS: Y = \frac{C_a + I_a + G - MPC \cdot T_a}{1 - MPC} - \frac{d}{1 - MPC} r \\ LM: Y = \frac{1}{k} \frac{M}{P} + \frac{h}{k} r \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Y = \frac{330 + 100 + 900 - 0.75 \cdot 360}{1 - 0.75} - \frac{475}{1 - 0.75} r \\ Y = \frac{1}{0.2} \cdot \frac{1600}{2} + \frac{20}{0.2} r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = 4240 - 1900r \\ Y = 4000 + 100r \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2000r = 240 \\ Y = 4000 + 100r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 0.12 \\ Y = 4012 \end{cases}$$

Таким образом, равновесный ВВП сократится на 9 единиц ($\Delta Y = 4012 - 4021 = -9$), а процентная ставка сократится на 9 процентных пунктов ($\Delta r = 0.12 - 0.21 = -0.09$).

Вариация решения:

Изменение равновесного ВВП также можно найти, используя формулу мультипликатора автономных налогов с учетом эффекта вытеснения (6 баллов): $\Delta Y = m_g^{\text{эВ}} \Delta T_a$, где $m_g^{\text{эВ}} = \frac{-MPC}{1 - MPC + \frac{dk}{h}}$. В данном случае $MPC = 0.75$; $d = 475$; $k = 0.2$; $h = 20$, так что $m_g^{\text{эВ}} =$

$\frac{-0.75}{1-0.75+475 \cdot \frac{0.2}{20}} = -0.15$. Отсюда получаем, что прирост автономных налогов на 60 единиц приводит к сокращению равновесного ВВП на $60 \cdot 0.15 = 9$ единиц.

Ответ: равновесный ВВП сократится на 9 единиц(ы), а процентная ставка сократится на 9 процентных пункта(-ов).

Задание 2 (6 баллов).

The intensive form of the production function in the Solow model is $y = 4k^{0.5}$. The saving rate is 0.27, capital depreciates at the rate of 8%, the rate of population growth is 4%; assume no technical progress.

Determine the stationary levels of capital, output and consumption per unit of labor.

Решение:

$$sf(k^*) = (n + g + d)k^*$$

В нашем случае $f(k) = 4k^{\frac{1}{2}}$, $s = 0.27$, $d = 0.08$, $n = 0.04$, $g = 0$. Подставим:

$$0.27 \cdot 4k^{*0.5} = (0.08 + 0.04)k^*$$

$$1.08k^{*0.5} = 0.12k^*$$

$$\begin{cases} k^* = 0 \\ 9 = k^{*0.5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k^* = 0 \\ k^* = 81 \end{cases}$$

Из двух равновесных состояний устойчивым является только $k^* = 81$ – поэтому именно таково значение устойчивого уровня капиталовооруженности.

$$y^* = f(k^*) = 4k^{*0.5} = 4 \cdot 81^{0.5} = 4 \cdot 9 = 36$$

$$c^* = (1 - s)y^* = (1 - 0.27) \cdot 36 = 0.73 \cdot 36 = 26.28$$

Ответ: равновесная фондовооруженность равна 81 (4 балла); равновесный ВВП на одного занятого равен 36 (1,5 балла); равновесное потребление на одного занятого равно 26.28 (1,5 балла).

Задание 3 (8 баллов).

Consider a firm that sells its goods to foreign buyers on payment terms (which means that payments are made after an agreed number of days after the shipment – assume for simplicity of calculations that the payment terms are exactly 1 year).

Assume that all payments are made by the buyers exactly on schedule, without any early or overdue payments. On average, the value of each shipment is \$1m (for simplicity of calculations). Also for simplicity, assume that the firm pays its Russian suppliers in roubles on exactly the same dates when it receives payments from its foreign buyers. The current exchange rate of the rouble against the dollar on the day that a shipment is made by the firm is 50 RUR/USD; the interest rates available to the firm, given its risk level, are 10% p.a. in RUR and 5% p.a. in USD.

What can the firm do fully hedge its forex risk, besides buying a forex futures/forward contract? Suggest a detailed strategy and make the necessary calculations showing the respective cash flows for the firm. Compare the financial result of using this strategy with that which the firm would receive if it simply purchased a forex forward contract for selling USD after it receives the payment from its foreign buyer, assuming that all investors are risk-neutral and the strike price of the forward contract equals its fundamental value (please use 7 decimal points when calculating the fundamental value of the strike price). Explain the result of the comparison between the two strategies.

Решение/Ответ:

Очевидно, что валютный риск возникает у описанной фирмы ввиду того, что она несет расходы в рублях, а доходы получает в иностранной валюте (в данном случае – в долларах), чей будущий курс неизвестен. Покупка форварда или фьючерса, очевидно, могла бы на 100% захеджировать валютный риск фирмы – при этом фирме пришлось бы заплатить цену форварда/фьючерса в размере разницы в процентных ставках в России и США (т.е. 5% годовых). Однако вместо этого она может сделать следующее:

- 1) В дату поставки взять кредит в долларах на сумму \$952 380.95 ($\approx \frac{\$1\,000\,000}{1.05}$) под 5% годовых.
- 2) В ту же дату конвертировать \$952 380.95 в 47 619 047.50 руб. по текущему курсу ($952\,380.95 \cdot 50 = 47\,619\,047.50$).
- 3) Разместить 47 619 047.50 руб. в депозит под 10% годовых.
- 4) По истечении отсрочки получить от зарубежного покупателя оплату поставки в размере \$1 000 000 и использовать эту сумму для погашения взятого в долларах кредита (суммы будет достаточно ровно для того, чтобы погасить как основной долг, так и проценты по нему).
- 5) Закрыть рублевый вклад, получив 52 380 952.25 руб. ($= 47\,619\,047.50 \cdot 1.1$).
- 6) Использовать 50 000 000 руб. из суммы, полученной при закрытии депозита, для оплаты российским поставщикам и покрытия базовой рентабельности.

Таким образом, в результате реализации описанной стратегии фирма не только полностью захеджировала свой валютный риск, но и получила дополнительную прибыль в размере 2 380 952.25 руб. (6 баллов)

Рассчитаем теперь финансовый результат, который фирма получила бы, если бы она купила форвардный контракт на продажу долларов через 1 год. Запишем условие покрытого паритета процентных ставок:

$$1 + i = (1 + i^f) \frac{\bar{E}_{+1}}{E}$$

$$\Downarrow$$

$$\bar{E}_{+1} = \frac{(1 + i)E}{1 + i^f} = \frac{1.1 \cdot 50}{1.05} \approx 52.3809524$$

Итак, фундаментальная цена исполнения форварда равна примерно 52.3809524 RUR/USD. Соответственно, фирма купит данный форвард и исполнит его через 1 год (после получения платежа в \$1m от зарубежного покупателя), тем самым получив 52 380 952.24 руб. Таким образом, финансовый результат от использования стратегии с приобретением форварда точно такой же, как и при использовании стратегии без приобретения форварда (разница в 1 копейку связана с погрешностью округления). (1 балл)

Объяснение того, что обе стратегии приносят фирме одинаковую прибыль: это не странно, поскольку за стратегией с использованием форварда стоит условие покрытого паритета процентных ставок, а за стратегией без использования форварда – условие непокрытого паритета процентных ставок. При описанных в условии задачи допущениях (нейтральность инвесторов к риску, фундаментальное ценообразование валютных форвардов) эти два условия совпадают друг с другом. Поэтому и финансовый результат по обеим стратегиям получается одинаковым. (1 балл)

Задание 4 (10 баллов).

The investor has a wealth of 1000MU (monetary units). He is considering participation in two startups (Alpha and Beta).

The founders of Alpha guarantee to return the invested money with the rate of interest $r = 0,05$ (i.e., having invested in this startup, for example, 100 MU, the investor will receive 105 MU at the end of the reporting period).

Beta is less reliable. With a probability of 0.8 it won't pay additional income, but investors will return the invested money. If Beta succeed the investor will return the invested money with the rate of interest r' , $r' > r$. The investor preferences are representable by a utility function with the expected utility form (the von Neumann-Morgenstern expected utility function), and that a Bernoulli utility function is $u(x) = \ln x$. Future payments are not discounted.

a. Find all the values of the rate r' at which the investor invests only in Beta (less reliable startup). Illustrate the choice of the investor in the space of contingent goods (the figure should be clear to understand solution).

b. Let $r' = 0,3$. Find how much the investor invests in each startup. Illustrate the choice of the investor in the space of contingent goods (the figure should be clear to understand solution).

The investor has a wealth of 1000 MU (monetary units). He is considering participation in two startups (Alpha and Beta).

The founders of Alpha guarantee to return the invested money with the rate of interest $r = 0,05$ (i.e., having invested in this startup, for example, 100 MU, the investor will receive 105 MU at the end of the reporting period).

Beta is less reliable. With a probability of 0.8 it won't pay additional income, but investors will return the invested money. If Beta succeed the investor will return the invested money with the rate of interest r' , $r' > r$. The investor preferences are representable by a utility function with the expected utility form (the von Neumann-Morgenstern expected utility function), and that a Bernoulli utility function is $u(x) = \ln x$. Future payments are not discounted.

a. (5 points) Find all the values of the rate r' at which the investor invests only in Beta (less reliable startup). Illustrate the choice of the investor in the space of contingent goods (the figure should be clear to understand solution).

b. (5 points) Let $r' = 0,3$. Find how much the investor invests in each startup. Illustrate the choice of the investor in the space of contingent goods (the figure should be clear to understand solution).

Решение.

(a) 1 способ

Обозначим через x вложения в стартап Бета. Тогда вложения в стартап Альфа составят $w - x$, где w - начальное богатство инвестора.

Инвестор выбирает величину x таким образом, чтобы максимизировать функцию ожидаемой полезность:

$$U(x) = \pi u((1+r')x + (1+r)(w-x)) + (1-\pi)u(x + (1+r)(w-x)) = \\ = \pi u((1+r)w + (r'-r)x) + (1-\pi)u((1+r)w - rx) \rightarrow \max_{0 \leq x \leq w}$$

где π - вероятность благоприятного исхода для стартапа Бета, $u(x)$ - элементарная функция полезности инвестора (функция полезности Бернулли).

Граничное решение $x = w$ должно удовлетворять условию первого порядка следующим образом: $U'(x) \geq 0$, что для записанной функции ожидаемой полезности означает $U'(x) = \pi(r'-r)u'((1+r)w + (r'-r)x) - (1-\pi)ru'((1+r)w - rx) \geq 0$.

Для заданных в условии значений w , π , r и элементарной функции полезности (функции Бернулли) $u(x)$ это условие принимает вид:

$$U'(x) = \frac{0,2(r'-0,05)}{(r'-0,05)x + 1050} - \frac{0,04}{1050 - 0,05x} \geq 0.$$

Подставив значение $x = w$, получим $\frac{0,2(r'-0,05)}{(1+r')1000} - \frac{0,04}{1000} \geq 0$, откуда найдём, что инвестор

вложит все деньги в стартап Бета при ставке процента $r' \geq 5/16$.

Графическая иллюстрация в пространстве контингентных благ.

В задаче есть два состояния природы (или мира): 1) если стартап Бета не выплатил проценты («плохое» состояние природы); 2) если стартап Бета выплатил проценты («хорошее» состояние природы). Контингентные блага – богатство инвестора в указанных состояниях мира.

Обозначим x_L - богатство инвестора в случае, если стартап Бета не выплатил проценты, x_{NL} - богатство индивида в случае, если стартап Бета выплатил проценты.

Поскольку инвестор рискофоб (строго несклонен к риску – для элементарной функции полезности выполнены условия $u'(x) > 0$ и $u''(x) < 0$), кривые безразличия в пространстве контингентных благ выглядят так, как показано на рисунке. Для элементарной функции полезности, заданной в условии, можно это обосновать, тем, что функция ожидаемой полезности на наборах контингентных благ имеет следующий вид: $U(x_L, x_{NL}) = \pi \ln x_{NL} + (1 - \pi) \ln x_L$ (т.е. предпочтения на множестве наборов контингентных благ представимы функцией полезности Кобба-Дугласа).

Чтобы изобразить на рисунке бюджетную линию, отметим две крайние точки. Если инвестор ничего не вкладывает в стартап Бета, то он в обоих состояниях мира будет иметь богатство, равное $(1 + r)w = 1050$. Другими словами, этой ситуации соответствует набор контингентных благ $(x_L = (1 + r)w, x_{NL} = (1 + r)w)$ или $(x_L = 1050, x_{NL} = 1050)$. Если же инвестор все средства вложит в стартап Бета, то в случае успеха стартапа он получит $(1 + r')w = 1000(1 + r')$, а при неблагоприятном развитии событий он останется при своём исходном богатстве $w = 1000$. Таким образом, ситуации, когда инвестор все средства вкладывает в стартап Бета, соответствует набор контингентных благ $(x_L = w, x_{NL} = (1 + r')w)$ или $(x_L = 1000, x_{NL} = 1000(1 + r'))$.

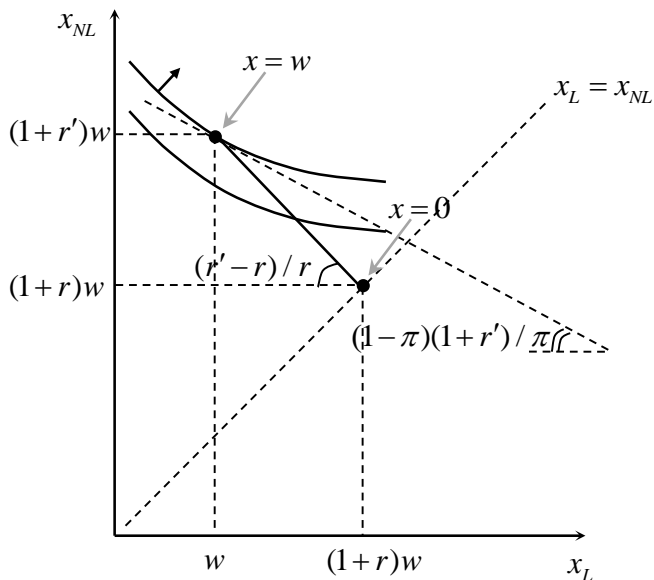
Соединив эти точки, получим все наборы контингентных благ, доступные инвестору.

На рисунке – это отрезок прямой, тангенс угла наклона которой по абсолютной величине равен $(r' - r) / r$.

Чтобы инвестор выбрал набор $(x_L = w, x_{NL} = (1 + r')w)$, он должен давать ему самое большое значение функции ожидаемой полезности (среди доступных ему вариантов). На рисунке это показано с помощью кривых безразличия. В точке $(x_L = w, x_{NL} = (1 + r')w)$ касательная к кривой безразличия должна быть более полой, чем бюджетная линия.

Тангенс угла наклона касательной к кривой безразличия по абсолютной величине равен значению предельной нормы замещения: $MRS_{x_L x_{NL}} = \frac{\partial U(x_L, x_{NL}) / \partial x_L}{\partial U(x_L, x_{NL}) / \partial x_{NL}} = \frac{1 - \pi}{\pi} \frac{x_{NL}}{x_L}$.

Таким образом, тангенс угла наклона касательной, проведенной к кривой безразличия в точке $(x_L = w, x_{NL} = (1 + r')w)$, равен $MRS_{x_L x_{NL}}(x_L = w, x_{NL} = (1 + r')w) = \frac{1 - \pi}{\pi} (1 + r')$.



2 способ

Второй способ целиком основан на графическом анализе, поэтому повторяет пояснения к графической иллюстрации, сделанные выше, при описании первого способа решения.

Ограничение для ставки процента r' при графическом анализе выводится из соотношения наклонов бюджетной линии и касательной к кривой безразличия, проведенной в точке ($x_L = w$, $x_{NL} = (1+r')w$) (т.е. в точке, которая соответствует ситуации, когда инвестор вложит все деньги в стартап Бета):

$$\frac{r' - r}{r} \geq \frac{1 - \pi}{\pi} (1 + r').$$

Подставив значения параметров, заданные в условии, получим $\frac{r' - 0,05}{0,05} \geq \frac{0,8}{0,2} (1 + r')$,

откуда найдём $r' \geq \frac{5}{16}$.

(b)

1 способ

Инвестор выбирает величину x таким образом, чтобы максимизировать функцию ожидаемой полезности:

$$U(x) = \pi u((1+r')x + (1+r)(w-x)) + (1-\pi)u(x + (1+r)(w-x)) = \\ = \pi u((1+r)w + (r'-r)x) + (1-\pi)u((1+r)w - rx) \rightarrow \max_{0 \leq x \leq w},$$

где π - вероятность благоприятного исхода для стартапа Бета, $u(x)$ - элементарная функция полезности инвестора (функция полезности Бернулли).

Найдем значение \tilde{x} , при котором выполнено условие первого порядка как равенство: $U'(x) = \pi(r'-r)u'((1+r)w + (r'-r)x) - (1-\pi)ru'((1+r)w - rx) = 0$.

Заметим, что $U''(x) = \pi(r'-r)^2 u''((1+r)w + (r'-r)x) + (1-\pi)r^2 u''((1+r)w - rx) < 0$. Это означает, что максимизируемая функция строго вогнута. Тогда, если найденное значение \tilde{x} принадлежит интервалу $(0, w)$, то оно является решением задачи.

Возможна другая аргументация, без использования условия второго порядка $U''(x) < 0$, соответствующая алгоритму максимизации непрерывной функции на отрезке.

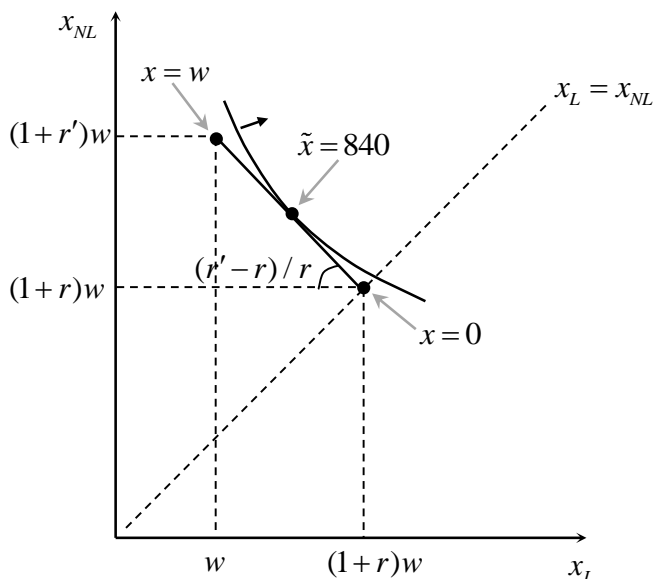
Для заданных в условии значений параметров задачи условие первого порядка записывается следующим образом:

$$U'(x) = \frac{0,2 \cdot 0,25}{1050 + 0,25x} - \frac{0,8 \cdot 0,05}{1050 - 0,05x} = 0. \text{ Откуда найдем } 0 < \tilde{x} = 840 < w = 1000. \text{ Таким}$$

образом, в стартап Бета индивид вложит 840 д.е., а в стартап Альфа, соответственно, 160 д.е.

Графическая иллюстрация в пространстве контингентных благ

На рисунке кривая безразличия касается бюджетной линии во внутреннем решении.



2 способ

Второй способ основан на максимизации ожидаемой полезности инвестора в пространстве контингентных благ. Эта задача аналогична задаче максимизации полезности потребителя при бюджетном ограничении в условиях определенности.

Выведем уравнение бюджетной линии.

Контингентные блага через x записываются следующим образом: $x_L = (1+r)w - rx$ и

$x_{NL} = (1+r)w + (r' - r)x$. Выразим x из x_L ($x = \frac{1+r}{r}w - \frac{x_L}{r}$) и подставим в x_{NL} :

$$x_{NL} = -\frac{r' - r}{r}x_L + (1+r)w + (r' - r)\frac{1+r}{r}w = -\frac{r' - r}{r}x_L + (1+r)w\frac{r'}{r}.$$

Следовательно, уравнение бюджетной линии: $x_{NL} = -\frac{r' - r}{r}x_L + (1+r)w\frac{r'}{r}$ при

$$w \leq x_L \leq (1+r)w.$$

Тогда задача инвестора, по аналогии с задачей потребителя в условиях определенности, записывается следующим образом:

$$\begin{cases} U(x_L, x_{NL}) = \pi \ln x_{NL} + (1 - \pi) \ln x_L \rightarrow \max_{x_L, x_{NL} \geq 0} \\ x_{NL} = -\frac{r' - r}{r}x_L + (1+r)w\frac{r'}{r} \\ w \leq x_L \leq (1+r)w \end{cases}.$$

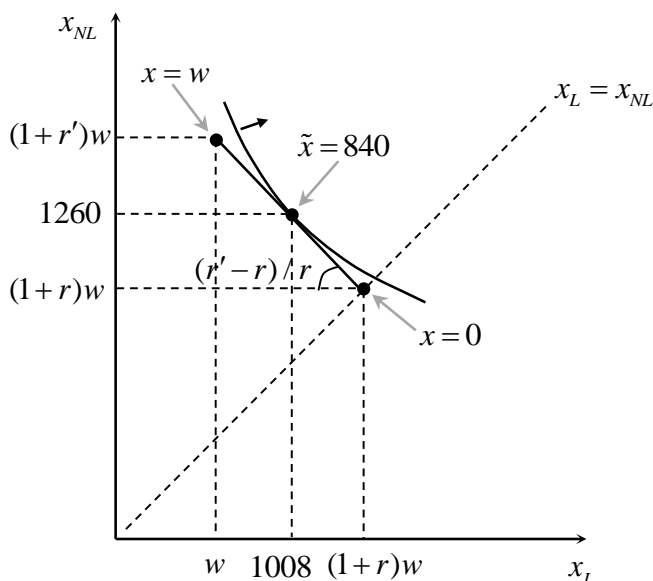
Внутреннее решение задачи удовлетворяет следующим условиям:

1) $MRS_{x_L, x_{NL}} = \frac{r' - r}{r}$ (условие касания кривой безразличия и бюджетной линии);

2) $x_{NL} = -\frac{r' - r}{r}x_L + (1+r)w\frac{r'}{r}$ (искомый набор лежит на бюджетной линии).

Поскольку инвестор является рискофобом, для внутреннего решения указанные условия являются не только необходимыми, но и достаточными.

Решив эту систему, найдем ($x_L = 1008$, $x_{NL} = 1260$). Подставив в выражение для контингентных благ, найдём $\tilde{x} = 840$.



a) Correctly written x_L and x_{NL} – **1 point**

Expected Utility – **1 point** (if a student wrote E_u without x_L and x_{NL} – **2 points overall**)

Calculated First Order Condition (the maximization procedure) – **1 point**

Calculated r' – **1 point**

Illustration – **1 point**

If a student used wrong E_u , however made an attempt to maximize the function – 1 point

If a student made a comparison using either E_x or E_u (without maximization procedure) – 0 points

b) Expected Utility – **2 points**

Calculated First Order Condition (the maximization procedure) – **1 point**

Calculated amount of money invested in each startup – **1 point**

Illustration – **1 point**

If a student used wrong E_u , however made an attempt to maximize the function – 1 point

All answers without justifications and proper solutions were not considered as right ones.

Not completed illustrations (without indicating parameters) or illustration drawn in wrong space were not considered.

Задача 5 (10 баллов). Исследователь оценил следующую регрессионную модель на основе 55 наблюдений.

$$\hat{y}_i = 5,6 + 8,9 * x_i - 1,5 * z_i$$

(a1) (a2) (a3)

В скобках указаны стандартные ошибки оценок коэффициентов. Также известно, что $TSS=2500$, а сумма квадратов остатков равна 250.

А) Рассчитайте значение коэффициента детерминации, значение скорректированного коэффициента детерминации.

В) Проверьте значимость уравнения в целом: сформулируйте нулевую гипотезу и протестируйте ее.

С) Равен ли коэффициент при переменной x девяти? Сформулируйте соответствующую гипотезу и протестируйте ее.

Д) Постройте 99-процентный доверительный интервал для коэффициента при переменной z .

Е) Далее исследователь добавил в модель еще две переменные (w и t), после чего коэффициент детерминации вырос до 0,95. Стоило ли расширять модель? Осуществите соответствующий тест.

Примечание: все гипотезы в данной задаче необходимо проверять при уровне значимости 1%.

Решение:

$$A) R^2 = 1 - \frac{250}{2500} = 0,9$$

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{RSS}{TSS} * \left(\frac{k-1}{n-k}\right) = R^2 - \frac{k-1}{n-k} * (1 - R^2) = 0,9 - \frac{3-1}{55-3} * (1 - 0,9) = 0,896$$

$$B) H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0 \quad (y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 z_i + \varepsilon_i)$$

$$F = \frac{0,9}{1 - 0,9} * \frac{55 - 3}{3 - 1} = 234$$

Это значение следует сопоставить с критическим значением при уровне значимости 1%, т.е. $F(2, 52)$. Если 234 больше критического значения $F(2,52)$, то гипотеза не принимается. В противном случае гипотеза не может быть отвергнута.

$$C) H_0: \beta_1 = 9$$

$t = \frac{8,9-9}{a_2}$, что следует сравнить по модулю с критическим значением при уровне значимости 1%: $t(52)$.

Если $|t| <$ критического значения $t(52)$, гипотеза не может быть отвергнута, т.е. коэффициент при переменной x равен 9 на 1% уровне значимости. В противном случае гипотеза не принимается.

$$D) \beta_2 \in (-1,5 - a_3 * t(52); -1,5 + a_3 * t(52))$$

Е) Новое уравнение:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 z_i + \beta_3 w_i + \beta_4 t_i + \varepsilon_i$$

$$H_0: \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$F = \frac{R_{ur}^2 - R_r^2}{1 - R_{ur}^2} * \frac{n - k}{q} = \frac{0,95 - 0,9}{1 - 0,95} * \frac{55 - 5}{2} = 25$$

что необходимо сравнить с критическим значением при уровне значимости 1%: $F(2; 50)$

Если $25 >$ критического значения $F(2,50)$, то гипотеза не принимается, расширенная модель лучше, чем короткая, т.е. новые переменные добавить стоит. В противном случае гипотеза не может быть отвергнута.

Критерии оценки. Если был решен верно хотя бы один пункт (например, пункт А, В или Е, для которого не требовались значения стандартных ошибок), то за задачу ставилась оценка 5 баллов.

Если были решены верно хотя бы два пункта (в т.ч. обозначены a_1, a_2, a_3 или другим образом стандартные ошибки и приведены корректные формулы в пунктах С и D), за задачу ставилась оценка 10 баллов.

Если не было приведено ни одной верной формулы, даны неверные ответы, то оценка составляла 0 баллов.

Задача 6 (10 баллов). Добыча нефти в РФ характеризуется следующей динамикой:

Год	2017	2018	2019
Добыча нефти, млн тонн	546	556	560

Для анализа динамики добычи нефти вычислить, приняв 2017 г. за базисный:

- 1) Цепные и базисные абсолютные приросты (по годам);
- 2) Цепные и базисные темпы роста и темпы прироста (по годам);

- 3) Среднегодовую добычу нефти и среднегодовой абсолютный прирост добычи нефти за рассматриваемый период.
- 4) Среднегодовой темп роста и прироста добычи нефти за рассматриваемый период.

Решение.

1) Рассчитаем цепные и базисные абсолютные приросты (млн тонн):

	2018	2019
Цепные абсолютные приросты, $y_i - y_{i-1}$	556-546=10	560-556=4
Базисные абсолютные приросты, $y_i - y_0$	556-546=10	560-546=14

2) Рассчитаем цепные и базисные темпы роста и темпы прироста:

	2018	2019
Цепные темпы роста, $y_i/y_{i-1} * 100$, в %	556/546*100=101.83	560/556*100=100.72
Базисные темпы роста, $y_i/y_0 * 100$, в %	556/546*100=101.83	560/546*100=102.56
Цепные темпы прироста, Цепн. темп роста – 100%	1.83	0.72
Цепные темпы прироста, Базис. темп роста – 100%	1.83	2.56

3) Среднегодовая добыча нефти и среднегодовой абсолютный прирост добычи нефти.

Среднегодовая добыча: $\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = (546+556+560)/3 = 554$ млн тонн

Среднегодовой абсолютный прирост: $\Delta y = \frac{y_n - y_1}{n-1} = (560-546)/2 = 7$ млн тонн

4) Среднегодовой темп роста и прироста добычи нефти за рассматриваемый период.

Среднегодовой темп роста: $\sqrt{1,0183 * 1,0072} = 1.0127$ или 101.27%

Среднегодовой темп прироста: 101.27%-100% = 1.27%

Критерии оценки: пункт 1 – максимум 3 балла, пункт 2 – максимум 2 балла, пункт 3 – максимум 3 балла, пункт 4 – максимум 2 балла.

Если во 2-м пункте были перепутаны темпы роста и темпы прироста, или рассчитаны только темпы роста или только темпы прироста, максимальная оценка за этот пункт составляла 1 балл.

Если в 3-м пункте одна из формул была корректна, а другая - некорректна, оценка снижалась на 1 балл.

Если в 4-м пункте использовалась формула среднегодового темпа роста $(1,0183+1,0072)/2$, то максимальная оценка за этот пункт составляла 1 балл.

Вариативная часть

Трек «Корпоративные финансы»

Below is given a mini case

Every question will be formulated in regard to the case setup

ABC company follows NO growth strategy. ABC company is financed with debt capital and equity capital. Equity consists of 2000 shares that are traded today at 400 rubles each. Debt is represented by riskless perpetual bonds which offer 6% coupon rate. In total there are 250 bonds and each has face value of 1000 rubles. ABC's management team is considering a "complex restructuring plan". Managers want to issue additional debt and use the proceeds to pay out dividends immediately. Management has decided to issue 100 risky straight coupon bonds with face value of 500 rubles with 10-year maturity. New bonds are expected to be sold at their face value and offer 7% coupon rate. Suppose you believe CAPM holds. Corporate income tax rate which is the only market

imperfection equals 20%. The risk-free rate of return is 5% and yield curve is flat. ABC management plans to retire the new risky bonds when they mature at the end of 10 year period and will finance this repayment with an additional equity issue. ABC management team will disclose the description of the whole “complex refinancing plan” tomorrow morning. Analytics assume ABC’s interest tax savings are of the same level of risk as its corresponding debt issues.

Unfortunately, you are not given the information regarding the systematic level of risk of ABC’s equity and have to deal with comparable companies. XYZ company is a perfect candidate for that. XYZ’s line of business is the same as ABC operates. However, XYZ company is 10 times greater in assets. Possibly, such a difference in size can be explained by XYZ’s longer history of operations. XYZ management team continuously reinvests 25% of its earnings. XYZ uses two types of capital. One half is equity which has beta of 1,5. The other half is perpetual debt offering 6% yield. Analytics assume XYZ’s interest tax savings are of the same level of risk as its operating assets. Expected return on the market portfolio is 15%.

Suppose, ABC’s managers will firstly disclose all the details of their “complex refinancing plan” tomorrow morning. Afterwards they will issue debt and, finally, will use the proceedings to pay out cash dividends.

Answer the following questions:

General comments:

Fines were given for “too general” and conflicting conclusions

Make sure you make conclusions under given corporate income tax imperfection. This was basic case. Other assumptions could be applied if stated

Fines were given for mistakes in calculations of fair values of debt, equity and value weighted ratios

Hamada relationships can’t be used in our case (systematic level of risk of debt is not zero).

New PVTS is limited to 10 interest tax savings ($\text{new PVTS} < \text{newD} \cdot T_c$)

Market value of existing ABC bond $>$ its face

Essay type answers were penalized for no reasoning statements or contradictions to assumptions (perfect capital market + income tax; no other taxes, no asymmetry; no agency costs)

Task 7 (10 points). Determine the ABC firm value and the ABC stock price at three important moments of time: today before the announcement, tomorrow morning after debt issue and tomorrow after dividend payment. Don’t forget to provide assumptions, explanations and calculations if needed.

Points were given to correct calculation

firm value (800+300) and the ABC stock price (400) before announcement: 2 points

firm value (increase by additional PVTS) and the ABC stock price (increase by new PVTS over number of shares) after announcement and before dividend payment: 4 points

firm value (decrease by overall dividend paid) and the ABC stock price (decrease by DPS) after announcement and after dividend payment: 4 points

Task 8 (10 points). Determine the required return on ABC equity today and tomorrow after the announcement. Don’t forget to provide assumptions, explanations and calculations if needed.

Points were given to correct calculation

Full points (cost of ABC equity before (5 points) and after (5 points) restructuring) were given in case of correct approach to risky debt characteristics of ABC and XYZ. Hamada was penalized if applied with no additional assumption and clear reasoning

Task 9 (10 points). Determine the change in ABC stock value as a result of capital structure change in 10 years when ABC is supposed to issue additional equity and repay risky debt. Present calculations if necessary.

Full 10 points were given to related to question discussion with conclusion that stock fair value should NOT change at the moment of equity issue. The main reason for that - there is no new information about capital structure changes. Every investor was given the cash flow plan at the current moment of refinancing plan announcement.

Task 10 (10 points). You probably mentioned that ABC newly issued debt is riskier than existing one. Should shareholders of ABC react somehow to this fact? If you are given the right to choose the level of risk of new debt, what is the max level shareholders can approve?

Points were given to meaningful discussion around two issues

MM relationships work not only for riskless, but also for risky debt (cost of equity increases accordingly if D/E increases): 4 points

The max level of systematic risk of debt in capital structure discussion can't exceed the value of beta of unlevered equity. The main reason here is that beta of debt is the result of shareholders' CS choice under assumption of efficient debtholders behavior. If you offer debt (with beta debt > beta of unlevered equity) potential investors will refuse to buy it. : 6 points

Task 11 (10 points). You probably mentioned that our comparable company is greater in size than ABC. Explain how this information should be accounted for by professional financial analysts. Explain the role of size factor in empirical asset pricing.

Points were given to meaningful discussion around two issues

Motivation of the general relationship – greater firm size is associated with lower risks (3 points)

The rest (7 points) is given to meaningful discussion of empirical asset pricing efforts with references to relevant literature.

Трек «Финансовые рынки и финансовые институты»

Задача 12 (6 баллов). Ожидаемая доходность рыночного портфеля из трех акций А, В и С равна 30%, безрисковая ставка - 10% годовых. Коэффициент бета для акций компании А составляет 1.3, для акций компании В составляет 1.5, а для С равен 0.7. Портфель состоит на 50% из акций А, на 30% из акций В, на 20% из акций С. Определите ожидаемую доходность портфеля из этих трех бумаг, используя уравнение SML.

Решение: Бета портфеля= $1.3*0.5+1.5*0.3+0.7*0.2=1.24$,

Ожидаемая доходность= $10+1.24(30-10)=34.8\%$

Ответ. 34,8%

Критерии оценки. Если применялись неверные формулы для расчета бета портфеля и/или ожидаемой доходности, максимальная оценка составляла 2 балла.

Если использовались верные формулы, но в них были подставлены неверные величины, то максимальная оценка составляла 3 балла.

Задача 13 (6 баллов). Инвестор ведет торговлю с использованием заемных средств. Он купил одну акцию компании по 80 у.е., взяв займы у брокера 60% от этой суммы. На

сколько процентов должна упасть цена акции, чтобы уровень маржи, предоставляемой брокером, составил 20%?

Задача: 60% от 80 руб = 48 руб.

Уровень маржи = $(P-48)/P = 20\% \rightarrow P=60$ руб, что составляет 75% от 80 руб, т.е. цена должна упасть на 25%

Ответ: на 25% должна упасть цена акции.

*Критерии оценки. За задачу ставился 1 балл, если правильно было найдено только $80*0.6=48$ руб. За дальнейшее решение ставился максимум еще один 1 балл, если была неверно записана формула уровня маржи.*

Задача 14 (5 баллов). Известно из отчетности компании, составленной по МСФО, что капитальные затраты кампании составляют 50 млн рублей, амортизация 30 млн рублей, изменения в оборотном капитале 20 млн рублей, компания платит налоги по ставке 20%. Также имеется надежный отчет аналитика, в котором указывается, что ЕБИТ составляет 100 млн рублей. Найдите свободный денежный поток для этого года.

Решение: $FCF = EBIT * (1-T) + D\&A - \Delta NWC - CAPEX = 100 * (1-0.2) + 30 - 50 - 20 = 40$ млн руб.

Ответ: 40 млн руб.

Критерии оценки. Если использовалась формула FCF, в которой были корректно учтены EBIT, D&A, delta NWC, CAPEX, но были некорректно учтены налоговые отчисления, максимальная оценка составляла 3 балла. Если использовалась другая неверная формула FCF, максимальная оценка составляла 2 балла.

Задача 15 (5 баллов). Инвестор обладает облигацией, которая в настоящий момент торгуется на рынке по 73,5% от номинала, её модифицированная дюрация равна 7. Номинал облигации равен 1000 руб. Аналитики ожидают в ближайшее время уменьшение ставок на 20 базисных пунктов. Как изменится благосостояние инвестора в случае реализации данного события:

Решение: 1 б. п. = 0.01%, 20 б.п. = 0.2%, $\Delta P / P = -MD * \Delta Y = (-7) * (-0.2\%) = +1.4\%$

$\rightarrow \Delta P = 735 * 1.4\% = +10,29$ руб.

Ответ: на 10,29 руб вырастет цена облигации.

Критерии оценки. Если базисный пункт был принят равным не одной сотой процента, а другой величине, оценка снижалась на 1 балл.

Если направление влияния изменения процентной ставки на цену облигации было определено неверно, оценка снижалась на 1 балл.

Если использовалась неверная формула для расчета изменения цены в зависимости от модифицированной дюрации, то максимальная оценка составляла 2 балла.

Задача 16 (6 баллов). Доходность портфеля А равна 15%, а стандартное отклонение доходности равно 8%. Доходность портфеля В составляет 21%, стандартное отклонение доходности равно 20%. Безрисковая ставка 11%. Какой портфель имеет лучшие характеристики управления, если оценивать с помощью коэффициента Шарпа?

Решение: Шарп для портфеля А = $(15-11)/8=0.5$, для В = $(21-11)/20=0.5$

Ответ: коэффициенты Шарпа у обоих портфелей одинаковы и равны 0.5.

Критерии оценки. Если была приведена неверная формула коэффициента Шарпа, то максимальная оценка составляла 2 балла.

Задача 17 (9 баллов). Инвестор из России купил акции компании ABC на 500 тысяч долларов. Стандартное отклонение дневной доходности акции составляет 1.3%. Курс доллара: 1 доллар = 73 рубля, стандартное отклонение дневного изменения валютного курса 0.3, коэффициент корреляции между курсом доллара и доходностью акции равен 0.2. Все показатели рассчитываются на один день. Распределение является нормальным. Найдите:

А) Стоимость пакета акций инвестора в рублях.

Б) Дисперсию и стандартное отклонение дневной рублевой доходности пакета акций.

В) Однодневный VaR пакета акций с доверительной вероятностью 95% (в рублях). Принять, что данному уровню вероятности соответствует 1,65 стандартных отклонений.

Решение: А) Рублевый эквивалент стоимости акций: $500 \text{ тыс. долларов} * 73 = 36,5 \text{ млн рублей}$.

Б) Дисперсия доходности портфеля с учетом валютного риска $= 1.3^2 + 30^2 + 2 * 1.3 * 30 * 0.2 = 917.29$.

Стандартное отклонение доходности $= \sqrt{917.29} = 30.28\%$.

В) Однодневный VaR портфеля с доверительной вероятностью 95%: $36,5 \text{ млн} * 0.3028 * 1.65 = 18,236 \text{ млн рублей}$.

Критерии оценки. Каждый пункт оценивался максимально 3 баллами.

Если были приведены неверные формулы для дисперсии доходности портфеля или VaR портфеля, то максимальная оценка за соответствующий пункт составляла 1 балл.

Задача 18 (4 балла). Ожидаемые доходности акций А и В оцениваются, соответственно, как 21% и 24% в год, их коэффициенты бета оцениваются, соответственно, как 0,9 и 1,2. Безрисковая доходность равна 6%. Используя длинные и короткие позиции, инвестор составляет рыночно-нейтральный портфель из указанных трёх активов с ожидаемой доходностью 9%. Доля безрискового актива в таком портфеле будет равна:

Решение. Рыночно-нейтральный портфель имеет нулевую бету. Доли бумаг А и В в нем пропорциональны (1,2; -0,9) или (4; -3).

Доходность портфеля из А и В в долях (4, -3) равна $= 21\% * 4 - 24\% * 3 = 12\%$.

Для получения требуемой доходности 9% нужно взять портфель 50/50 из безрискового актива и портфеля из акций (т.к. $0.5 * 12\% + 0.5 * 6\% = 9\%$).

Также можно было составить и решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \beta_A w_A + \beta_B w_B = 0 \\ r_A w_A + r_B w_B + r_f w_f = 0.09 \\ w_A + w_B + w_f = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0.9 w_A + 1.2 w_B = 0 \\ 0.21 w_A + 0.24 w_B + r_f (1 - w_A - w_B) = 0.09 \\ w_f = 1 - w_A - w_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} w_A = 2 \\ w_B = -1.5 \\ w_f = 0.5 \end{cases}$$

где w_A, w_B, w_f – доли в портфеле активов А, В и безрискового актива соответственно.

Ответ: 50% доля безрискового актива.

Критерии оценки. Если решение строилось исходя из того, что бета рыночно-нейтрального портфеля равна 1 (а не 0), то максимальная оценка составляла 2 балла.

Если были приведены неверные формулы для доходности портфеля и/или беты портфеля, то максимальная оценка составляла 2 балла.

Задача 19 (5 баллов). Цена спот акции равна 130 руб., безрисковая ставка 5%. Фактическая форвардная цена акции с поставкой через 30 дней равна 130,4 руб. Определить, какую прибыль может получить арбитражер. Принять, что в году 360 дней.

Решение. Теоретическая форвардная цена $F = 130 * (1 + 0,05 * 30/360) = 130,54 \text{ руб.}$

Прибыль арбитражера $= 130,54 - 130,4 = 0,14 \text{ руб.}$

Ответ: 0,14 руб.

Критерии оценки. Если приведенная формула для оценки прибыли арбитражера не верна, то максимальная оценка составляла 2 балла.

Задача 20 (4 балла). Определить однодневный VaR с доверительной вероятностью 95% для пакета акций компании ABC стоимостью 30 млн руб. Стандартное отклонение доходности акции в расчете на день равно 1.2%. Доверительной вероятности в 95% соответствует 1,65 стандартных отклонений.

Решение. $VaR = 30 * 0,012 * 1,65 = 0.594 \text{ млн руб.}$

Ответ: 0.594 млн руб.

Критерии оценки. Если приведенная формула для оценки VaR не верна, то максимальная оценка составляла 2 балла.