

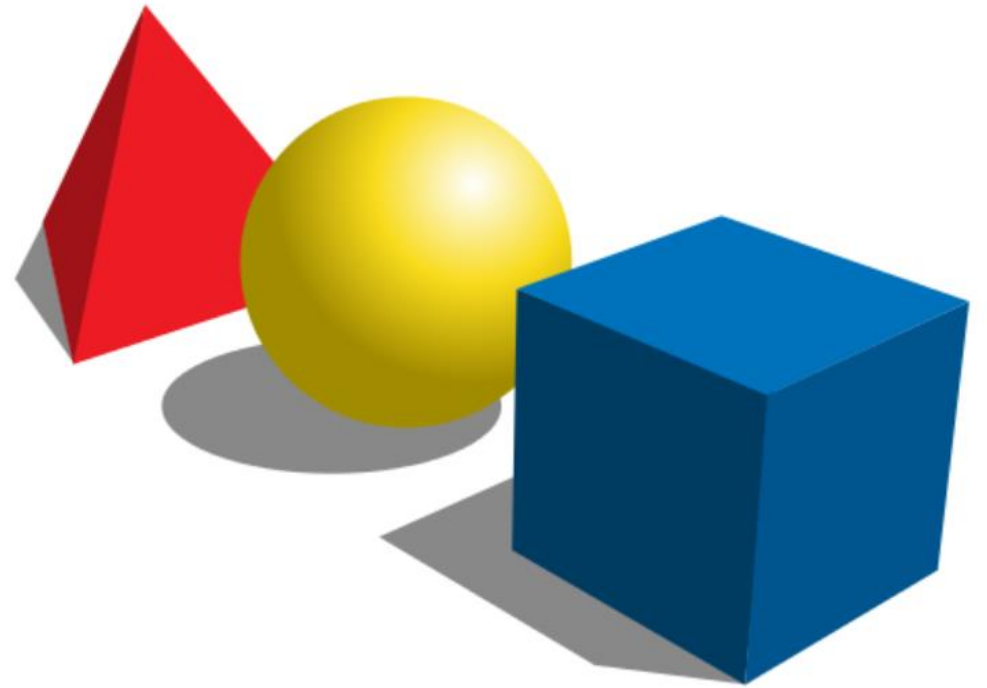
Смысл в математике

Вебинар конкурса «Высший Пилотаж» по направлению
«математика»

В.А. Тиморин, НИУ ВШЭ

Математическое творчество

- Важные компоненты: ФОРМА и СМЫСЛ.
- Форма: в том числе (но не только) отсутствие ошибок. Ашипки мешают понять смысл. Поэтому необходимо соблюдать форму.
- Однако целью творчества является передача смысла.



Чистая форма бывает в изобразительном искусстве, но намного реже в литературе или математике. Попробуйте найти ошибку: «ывпферг паравпр».

Математический результат

Хороший результат:

Формально верный

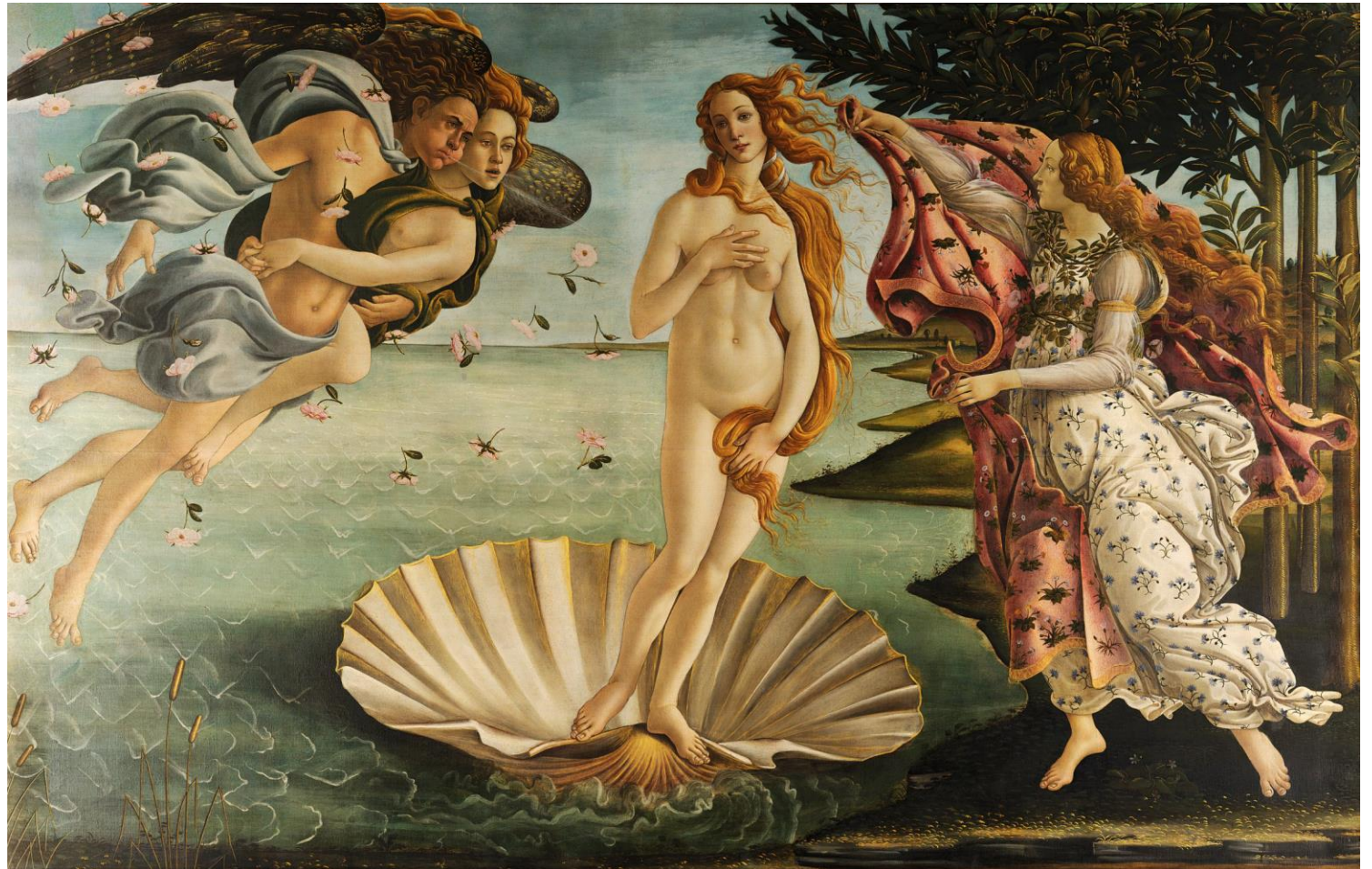
Перспективный

Красивый

Интересный

Полезный

Новый



Перспектива

- Можно решить задачу до конца, но это будет, скорее всего, не очень интересная задача.
- Можно продвинуться в решении интересной задачи, но не до последней точки. Это лучше.

Отличие учебных задач от исследовательских. Программа долгосрочных исследований, амбициозные цели.



Что значит красиво и-или интересно?

- Эстетическое чувство в математике, как и в любом другом творчестве, необходимо развивать.
- На начальном этапе важно полагаться на мнение наставников (руководителей).



Бессмысленно начинать дегустацию вин или сыров с самых дорогих.

Что значит полезно?

- Полезность математики – **глубокая истина** (в смысле Н. Бора).
- Поверхностные примеры полезности часто оказываются фальшивыми.
- Мотивировка задачи может отчасти (или даже главным образом) лежать вне математики, но без математического интереса нет математики.



Пересыпание муки, солнечные батареи на крыше, занятия сельским хозяйством или робототехникой. Но: разрезание торта и блина (не приложения).

Чистое и прикладное (по П. Халмошу)

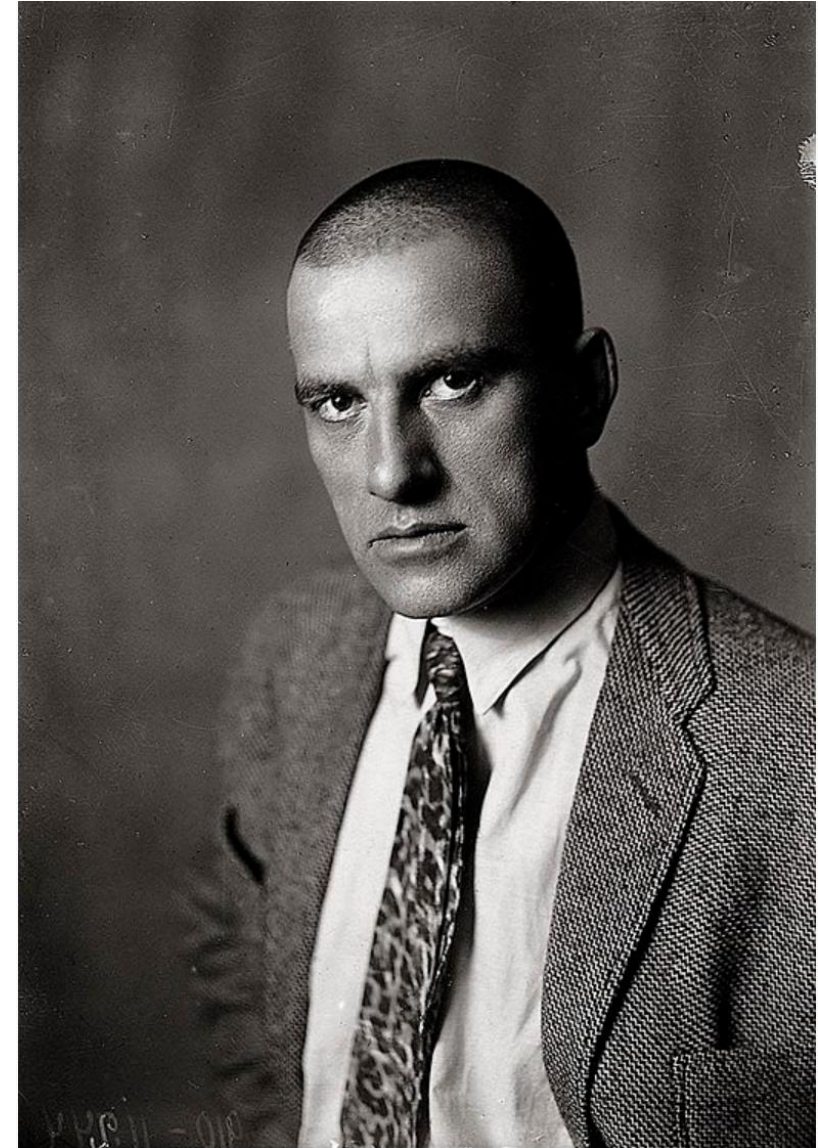
- Картина (критерий: красота) или плакат (критерий: польза).
- Бывают красивые плакаты и полезные картины.
- Бывают также безобразные картины и бесполезные плакаты.

Даже если плакат обеспечил вашему кандидату голоса 99% избирателей, мы все равно будем смотреть на то, что и как на нем изображено.



В. Маяковский о математике

«Математик – это человек, который создает, дополняет, развивает математические правила, человек, который вносит новое в математическое знание. Человек, впервые формулировавший, что «два и два четыре», – великий математик, если даже он получил эту истину из складывания двух окурков с двумя окурками. Все дальнейшие люди, хотя бы они складывали неизмеримо большие вещи, например, паровоз с паровозом, – все эти люди – не математики. Это утверждение отнюдь не умаляет труда человека, складывающего паровозы. Его работа в дни транспортной разрухи может быть в сотни раз ценнее голой арифметической истины. Но не надо отчетность по ремонту паровозов посылать в математическое общество и требовать, чтоб она рассматривалась наряду с геометрией Лобачевского. Это взбесит плановую комиссию, озадачит математиков, поставит в тупик тарификаторов.»



Что значит ново?

- Имеет значение (и ценность) новизна ПУТИ, а не только новизна конечного пункта.
- Будьте ЧЕСТНЫ: скажите, насколько независим был пройденный вами путь, и назовите предыдущих авторов, пришедших к этому же результату (даже если вы узнали об этом апостериори).



Линейное программирование позволило увеличить прибыль частной пекарни

Формальные правила

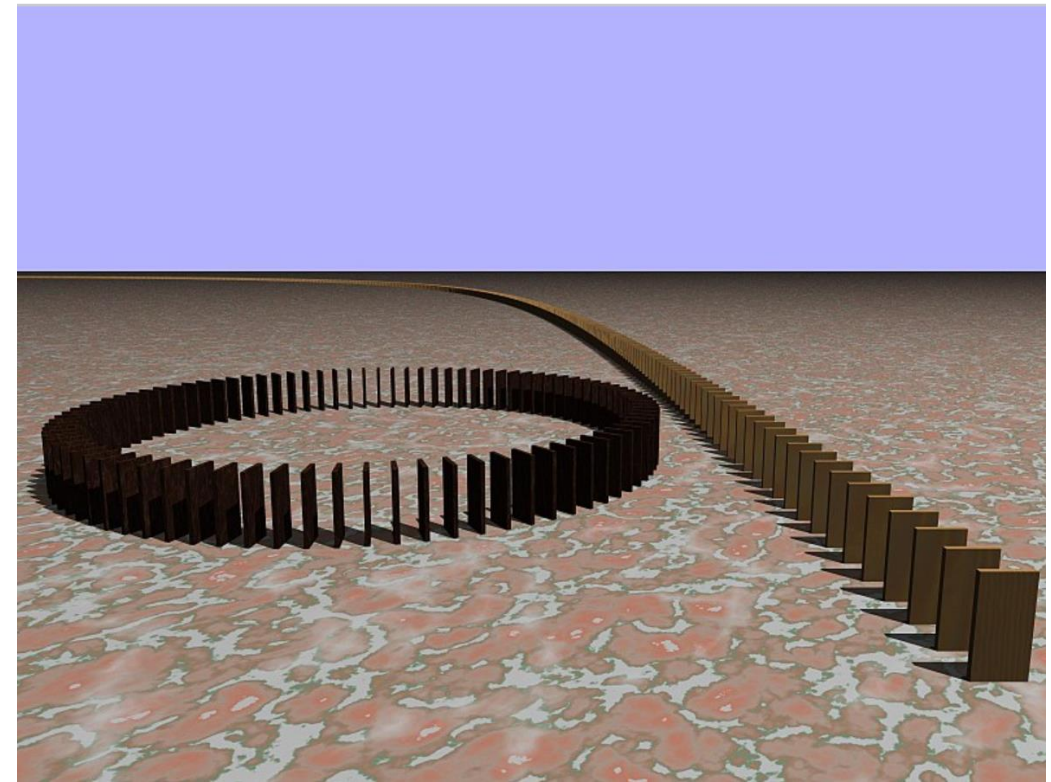
- В математике есть четкие правила.
- Но их намного сложнее объяснить и понять, чем, скажем, в шахматах.
- Каждый вывод математика, как правило, является не элементарным шагом, а многоходовой комбинацией.



Математики иногда ошибаются, но никогда не отказываются признавать найденные ошибки.

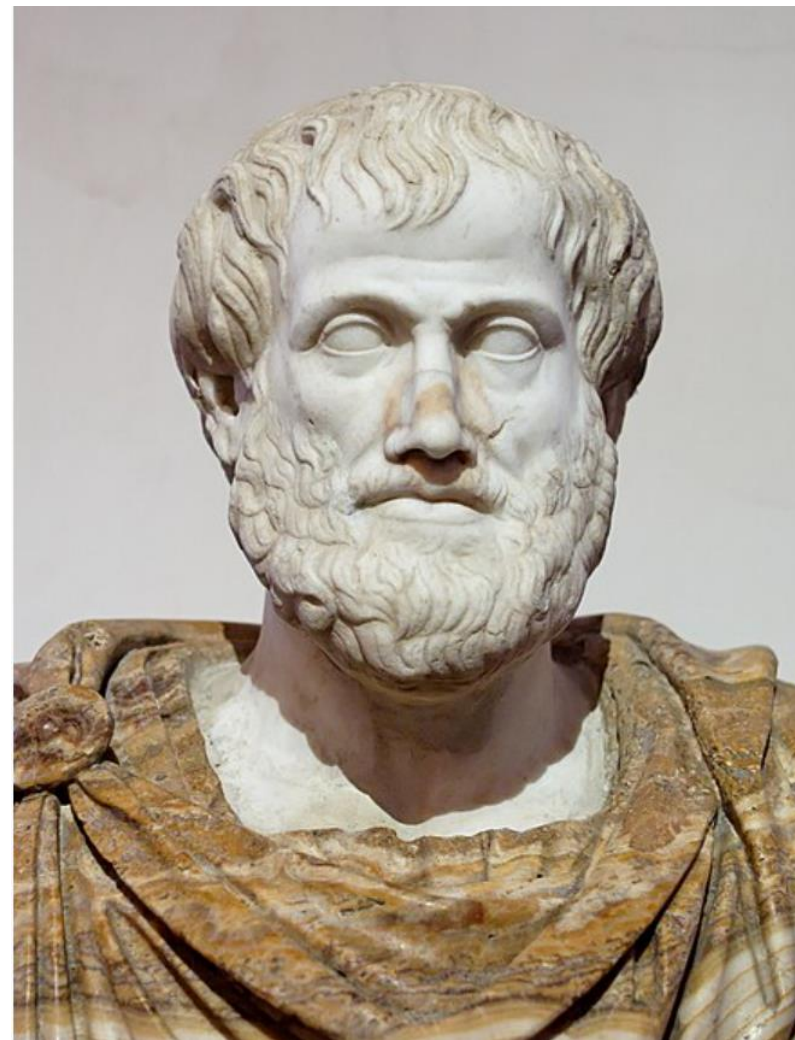
Структура математического изложения

- Определения, формулировки (теоремы, леммы, ...), доказательства.
- Если доказательство (или решение задачи) трудно объяснить, то оно, скорее всего, ошибочно.
- Нашли решение – это не конец работы.
- Про каждый шаг должно быть ясно и ЧТО, КАК (форма) и ЗАЧЕМ (смысл).



Определения

- Для каждого понятия – одно (если несколько, то с доказательством равносильности).
- Вместо понятия можно подставить его определение.
- Сводит понятие к более фундаментальным (в конечном итоге любое математическое понятие может быть сведено к понятию множества).



Почему простое число не имеет нетривиальных делителей? Почему параллельные прямые не пересекаются? Симметрично ли отношение похожести?

Простое и сложное

- Просто – это хорошо; это то, к чему нужно стремиться.
- Простота бывает формальной или интуитивной (не всегда согласуются).
- Простое = понятное и понятое.
- Сложно – это либо плохо, либо промежуточный этап на пути к простоте.



Понятие действительного числа интуитивно просто, но формально сложно. Понятие категории формально просто, но интуитивно сложно.

Общее и частное

- Понять общую концепцию нельзя, не понимая частных случаев.
- Но избегайте ненужной специализации.
- Не вводите неоправданные частные предположения, то есть те, которые не способствуют упрощению задачи.

