Олимпиада «Высшая проба» проводится при поддержке Сбера, приветствуем участников соревнования!

Сбер – лидер по созданию инноваций, которые эффективно интегрируются в жизнь людей.

Поздравляем – ты являешь участником заключительного этапа олимпиады по направлению «Инженерные науки».

Вперед к наукоемким технологиям! Желаем тебе блистательной победы!

Время выполнения – 200 минут.

Пишите разборчиво. Ответ пишите на странице с соответствующим номером вопроса. Если используете дополнительный лист, обязательно напишите об этом на основном листе ответа. Если не знаете ответа, ставьте прочерк. Черновики не оцениваются.

(Максимальное количество баллов – 100)

Задача 1 (Максимум – 25 баллов).

Городская дорожная сеть представлена ориентированным графом, где узлы 1, 2, 3, 4, 5 — это перекрёстки, перегоны между узлами дорожной сети обозначены рёбрами графа, которые имеют веса, которые записаны в различных системах счисления, обозначающие время проезда (в минутах).

Матрица смежности графа:

	1	2	3	4	5
1	0	11100_2	52_8	0	0
2	0	0	11000_2	$1F_{16}$	0
3	0	0	0	10100_2	20_8
4	0	0	0	0	20_{16}
5	0	0	0	0	0

Ответьте на следующие вопросы:

1. Переведите все веса в десятичную систему счисления и определите, сколько минут занимает кратчайший перегон между двумя узлами.
2. По матрице смежности отобразите дорожную сеть в виде ориентированного графа, веса должны быть обозначены в десятичной системе счисления.
3. Определите минимальный путь (время) от узла А до узла Е.
4. Найдите сумму времени перегонов по всем возможным маршрутам, если маршрут проходит от 1 к 4 узлу через три перегона.
5. Сколько байт потребуется для хранения строки весов ребер в десятичной системе счисления, если записать веса без разделителей от наименьшего к наибольшему? (1 байт = 2 символа).

Ответы должны сопровождаться подробной аргументацией. В бланке ответов участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

1. Переведем значения в десятичную систему счисления:

$11100_2 = 28$,

$52_8 = 42$,

$11000_2 = 24$,

$1F_{16} = 31$,

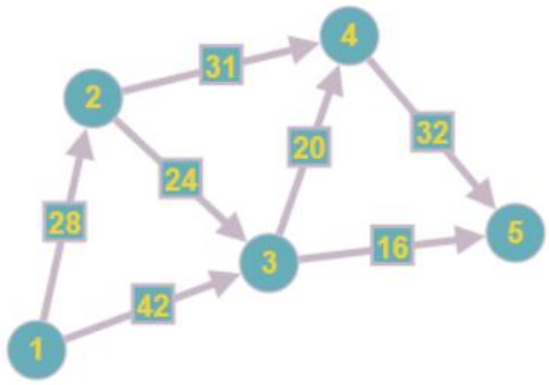
$10100_2 = 20$,

$20_8 = 16$,

$20_{16} = 32$.

Таким образом, ответ на первый вопрос: 16.

2. Веса переведены в десятичную систему счисления.



3. Минимальный путь от 1 до 5

Необходимо применить алгоритм Дейкстры, рассмотрев возможные пути:

1. Из 1:

До 2: 28,

До 3: 42.

2. Из 2:

До 3: 28 + 24 = 52,

До 4: 28 + 31 = 59.

3. Из 3:

До 4: 42 + 20 = 62,

До 5: 42 + 16 = 58.

4. Из 4:

До 5: 59 + 32 = 91.

Минимальный по времени путь: 1 - 3 - 5 - 58 минут.

4. Единственный путь длиной 3 рёбра:

1 - 2 -3 -4: 28 + 24 + 20 = 72 (минуты).

5. Каждое ребро записано двумя символами в десятичной системой счисления (1 байт = 2 символа).

Упорядочим рёбра по возрастанию их десятичных значений: 16, 20, 24, 28, 31, 32, 42, тогда строка будет выглядеть 16202428313242, всего 14 символов, поэтому 7 байтов.

Критерии оценки

Для каждого вопроса:

1 б - есть крупица верных рассуждений, однако множество логических и арифметических ошибок, либо верный ответ без пояснений

2 б - есть верные рассуждения, частично верный ответ, однако есть существенные логические/арифметические ошибки

3 б - частично/полностью верный ответ, но в логике/вычислениях есть незначительные ошибки

4 б - ответ верный, допущена описка

5 б - без замечаний

Задача 2 (Максимум – 25 баллов).

Инженеры разработали сверхбыструю зарядную станцию для электромобилей на основе ускорителя частиц. Зарядная станция в зависимости от значений двух зарядов в вакууме определяет режим работы. Рассмотрим два случая:

1. Первый заряд Q1= $2 \cdot 10^{-5}$ Кл расположен на расстояние 1,5 метра от второго заряда Q2. Модуль силы, с которой первый заряд действует на второй, равен 0,2 Н.
2. Первый заряд Q1= $5 \cdot 10^{-5}$ Кл расположен на расстояние 0,5 метра от второго заряда Q2. Модуль силы, с которой первый заряд действует на второй, равен 10 мН.

Режимы работы:

Режим работы			U1, В	R1, Ом	Время полной зарядки, мин
Название	Диапазон значений заряда Q2, Кл				
Молниеносный	$1 \cdot 10^{-3}$ –	1	1 000	100	2
Турбо	$1 \cdot 10^{-6}$ –	$9{,}99 \cdot 10^{-4}$	600	100 000	60
Оптимальный	$1 \cdot 10^{-9}$ –	$9{,}99 \cdot 10^{-7}$	380	6 000	180
Бережный	$1 \cdot 10^{-12}$ –	$9{,}99 \cdot 10^{-10}$	24	10 000	360

Упрощенная электрическая схема, на основе которой функционирует зарядная станция, представлена на рисунке 1. Номиналы резисторов R2=10 кОм, R3=8 кОм, R4=5 кОм.

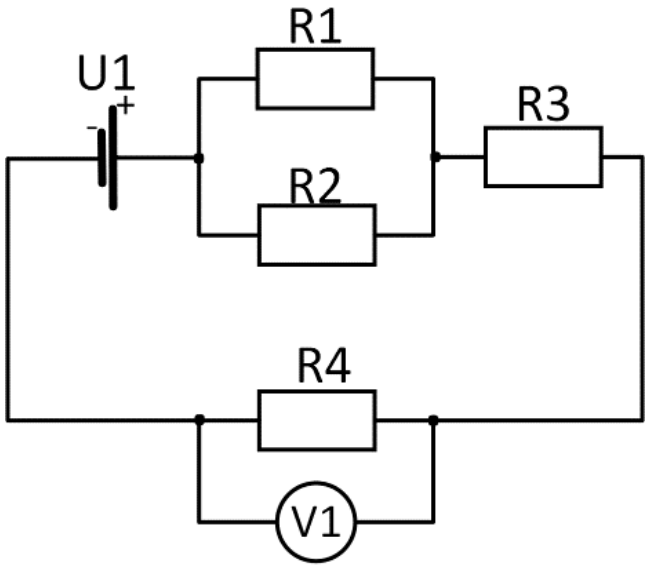


Рисунок 1. Упрощенная электрическая схема.

Ответьте на следующие вопросы:

1. Рассчитайте значение заряда Q2 и запишите название режима, соответствующего значению заряда Q2 для первого случая.
2. Рассчитайте значение заряда Q2 и запишите название режима, соответствующего значению заряда Q2 для второго случая.

3. Определите показание вольтметра V1 для схемы, соответствующей первому полученному случаю.
4. Определите показание вольтметра V1 для схемы, соответствующей второму полученному случаю.
5. Определить в каком из двух случаев количество теплоты, выделяемое на резисторе R4, будет больше и почему.

Ответы должны сопровождаться подробной аргументацией. В бланке ответов участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

Решение

1. Значение заряда Q2 определяется из закона Кулона:

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$Q_2 = \frac{F \cdot r^2}{k \cdot Q_1}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}99 \cdot 10^9 \ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$$

Подставляем значения:

$$Q_{2_I} = \frac{0{,}2 \cdot 1{,}5^2}{8{,}99 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-5}} \approx 2{,}5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

Данное значение заряда соответствует режиму «Турбо».

2. Значение заряда Q2 для второго случая определяется аналогично пункту 1:

$$Q_{2_II} = \frac{F_{II} \cdot r_{II}^2}{k \cdot Q_{1_II}} = \frac{0{,}01 \cdot 0{,}5^2}{8{,}99 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-5}} \approx 5{,}56 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

Данное значение заряда соответствует режиму «Оптимальный».

3. Показания вольтметра V1 соответствуют падению напряжения на резисторе R4. Падение напряжение на резисторе R4 определяется с помощью закона Ома.

Определим ток протекающей по всей цепи:

$$I = \frac{U1}{R_{\text{экв}}}$$

U1 для случая режима «Турбо» равно 600 В.

Эквивалентное сопротивление рассчитывается следующим образом:

$$R_{\text{экв}} = R_{12} + R_3 + R_4$$

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Значение сопротивления R1 для случая режима «Турбо» равно 100 кОм.

Эквивалентное сопротивление равно:

$$R_{\text{экв}} = R_{12} + R_3 + R_4 = 9\,091 + 8\,000 + 5\,000 = 22{,}09 \text{ кОм}$$

Общий ток цепи равен:

$$I_{\text{Турбо}} = \frac{U1}{R_{\text{экв}}} = \frac{600}{22\,090} \approx 0{,}02716\ A$$

Падение напряжение на резисторе R4 составит:

$$U_{R4} = R4 \cdot I_{\text{Турбо}} \approx 135{,}8 \text{ Ом}$$

4. Ход решения для данного пункта полностью аналогичен пункту 3. Отличается только значения напряжения U1=380 В и сопротивления R1=6 кОм для «Оптимального» режима.

$$R_{\text{экв}} = R_{12} + R_3 + R_4$$

Эквивалентное сопротивление равно:

$$R_{\text{экв}} = R_{12} + R_3 + R_4 = 3\,750 + 8\,000 + 5\,000 = 16{,}75 \text{ кОм}$$

Общий ток цепи равен:

$$I_{\text{Опт}} = \frac{U1}{R_{\text{экв}}} = \frac{380}{16\,750} \approx 0{,}02269\ A$$

Падение напряжение на резисторе R4 составит:

$$U_{R4} = R4 \cdot I_{\text{Опт}} \approx 113{,}43 \text{ Ом}$$

5. Количество теплоты, выделяемое на резисторе, определяется с помощью закона Джоуля-Ленца:

$$Q = I^2Rt = IUt$$

Определим количество теплоты для двух случаев:

$$Q_{\text{Турбо}} = I_{\text{Турбо}} U_{R4} t_{\text{Турбо}} = 0{,}02716 \cdot 135{,}8 \cdot 3\,600 \approx 13\,238 \text{ Дж}$$

$$Q_{\text{Опт}} = I_{\text{Опт}} U_{R4} t_{\text{Опт}} = 0{,}02269 \cdot 113{,}43 \cdot 10\,800 \approx 27\,296 \text{ Дж}$$

Таким образом, количество теплоты, выделяемое на резисторе R4 будет больше для «Оптимального» режима.

Критерий оценивания

1. Верна записана формула силы взаимодействия электрических зарядов (Закон Кулона) для первого случая – +2 балла
2. Верна рассчитан заряд Q2 для первого случая – +2 балла
3. Верна записана формула силы взаимодействия электрических зарядов (Закон Кулона) для второго случая – +2 балла
4. Верна рассчитан заряд Q2 для второго случая – +2 балла
5. Верна записана формула эквивалентного сопротивления для первого случая – +2 балла
6. Верна определено показание вольтметра V1 для схемы, соответствующей первому полученному случаю – +3 балла
7. Верна записана формула эквивалентного сопротивления для второго случая – +2 балла
8. Верна определено показание вольтметра V1 для схемы, соответствующей второму полученному случаю – +3 балла
9. Верна записана формула для расчета количества теплоты (Закон Джоуля-Ленца) – +3 балла.
10. Верна указано в каком случае количество теплоты будет больше – +4 балла.

Задача 3 (Максимум – 25 баллов).

На заводе работает автоматизированная конвейерная линия, транспортирующая грузы массой 10 кг, представляющие собой кубы красного, зеленого или синего цвета. Конвейер состоит из нескольких участков, на каждом из которых изменяются параметры движения.

1. На первом участке конвейера груз разгоняется с постоянным ускорением $a = 0{,}5\ м/с^2$ из состояния покоя. Вычислите скорость груза через 10 секунд. Затем найдите, какое расстояние груз пройдет за это время.
2. На втором участке груз поднимается конвейером по наклонной плоскости с углом наклона 30° к горизонту. Сила тяги, действующая на груз, равна $F=120\ Н$ и направлена вдоль наклонной поверхности, сила трения, действующая на груз на данном участке, составляет $Fтр=50\ Н$. Найдите ускорение, с которым груз движется по наклонной плоскости.
3. Третий участок конвейера состоит из двух параллельных конвейерных лент, которые стыкуются между собой без зазоров. Грузы красного цвета останавливаются на этом участке, после чего специализированный толкатель передает грузу импульс, которого хватает равно для перемещения груза из центра первой конвейерной ленты шириной 1 метр в центр второй конвейерной ленты шириной 3 метра. Определите этот импульс, если коэффициент трения μ между грузом и каждой лентой равен 0,2.
4. Для определения цвета груза на третьем участке используется система распознавания цвета, которая считывает цвет груза, сохраняет его в формате RGB, и передает в базу данных в шестнадцатеричной системе счисления. Определите, какие значения могут быть переданы в базу данных.
5. Детально опишите алгоритм работы всей конвейерной линии в виде блок-схемы, если после прохождения третьего участка конвейера грузы красного цвета попадают в контейнер 1, а грузы зеленого и синего цветов в контейнер 2.

Ответы должны сопровождаться подробной аргументацией. В бланке ответов участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

Решение

1. Первый участок: Разгон груза
Дано:

• Ускорение: $a = 0.5$ м/с²

• Начальная скорость: $v_0 = 0$ м/с

• Время: $t = 10$ с

Решение:

1. Скорость груза через 10 секунд:

$v = v_0 + a * t = 0 + 0.5 * 10 = 5$ м/с

2. Пройденное расстояние:

$x = v_0 * t + (1/2) * a * t^2 = 0 * 10 + (1/2) * 0.5 * 10^2 = 25$ м

Ответ:

• Скорость: $v = 5$ м/с

• Пройденное расстояние: $x = 25$ м

2. Второй участок: Движение по наклонной плоскости
Дано:

• Масса груза: $m = 10$ кг

• Угол наклона: $\alpha = 30°$

• Сила тяги: $F = 120$ Н

• Сила трения: $F_{тр} = 50$ Н

• Ускорение свободного падения: $g = 9.8$ м/с²

Решение:

1. Проекция силы тяжести:

$F_{тяж, накл} = m * g * \sin(\alpha) = 10 * 9.8 * 0.5 = 49$ Н

2. Равнодействующая сила:

$F_{рез} = F - F_{тяж, накл} - F_{тр} = 120 - 49 - 50 = 21$ Н

3. Ускорение:

$a = F_{рез} / m = 21 / 10 = 2.1$ м/с²

Ответ:

• Ускорение груза: $a = 2.1$ м/с²

3. Третий участок: Передача импульса толкателем

Дано:

• Масса груза: $m = 10$ кг

• Ширина первой ленты: $L_1 = 1$ м

• Ширина второй ленты: $L_2 = 3$ м

• Коэффициент трения: $\mu = 0.2$

• Ускорение свободного падения: $g = 9.8$ м/с²

Решение:

1. Расстояние перемещения:

$d = (L_1 / 2) + (L_2 / 2) = 0.5 + 1.5 = 2$ м

2. Сила трения:

$F_{тр} = \mu * m * g = 0.2 * 10 * 9.8 = 19.6$ Н

3. Работа силы трения:

$W_{тр} = F_{тр} * d = 19.6 * 2 = 39.2$ Дж

4. Скорость груза после толчка:

$v = \sqrt{2 * W_{тр} / m} = \sqrt{2 * 39.2 / 10} = 2.8$ м/с

5. Импульс:

$p = m * v = 10 * 2.8 = 28$ кг·м/с

Ответ:

• Импульс: p = 28 кг·м/с

4. Определение цвета груза в шестнадцатеричном формате

RGB (Red, Green, Blue) – это цветовая модель, используемая для кодирования цветов на экранах. В этой модели каждый цвет представлен тремя компонентами:

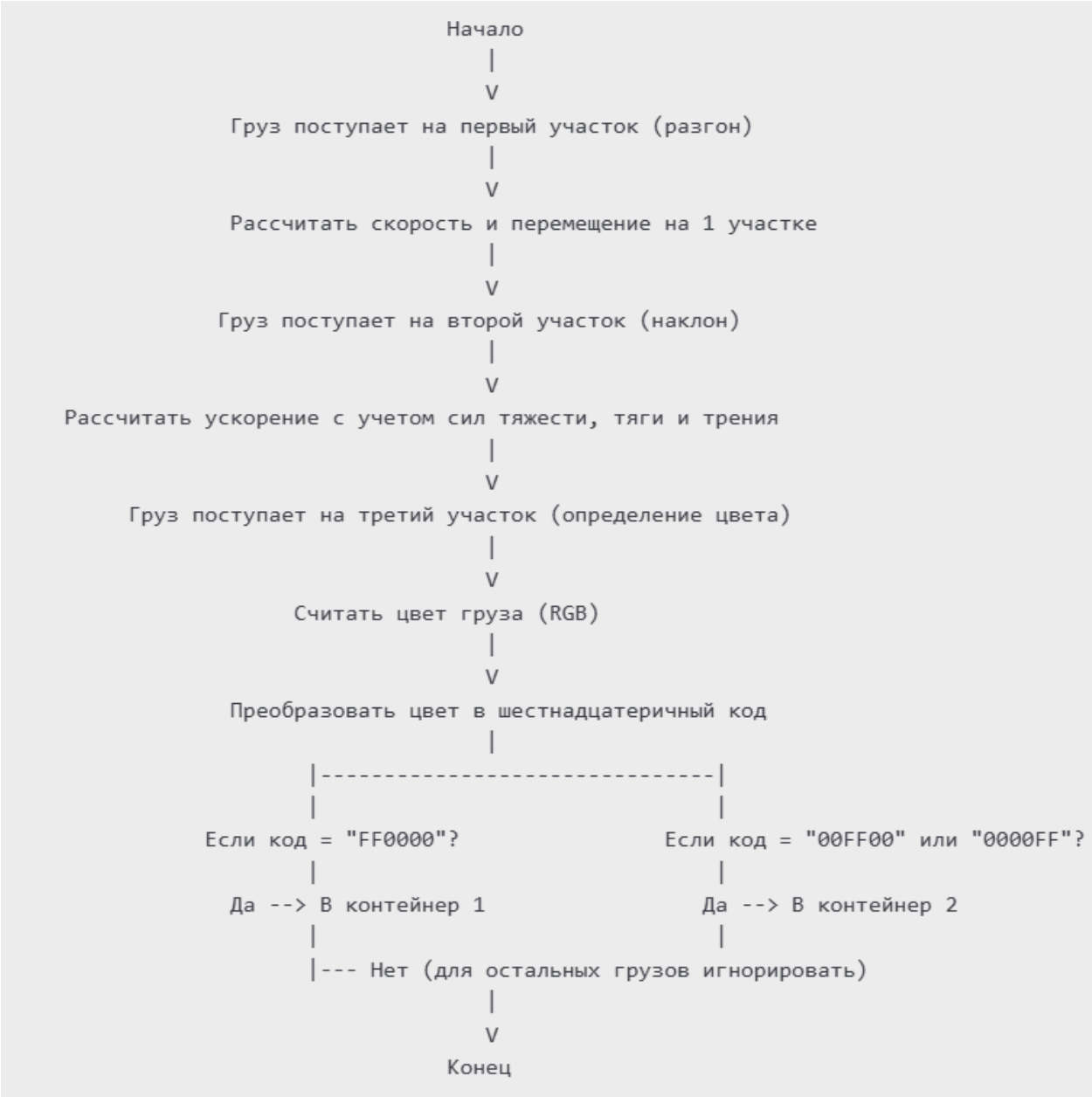
- R (Red, красный)
- G (Green, зелёный)
- B (Blue, синий)

Каждая компонента принимает значения от 0 до 255 (в десятичной системе) или от 00 до FF (в шестнадцатеричной системе).

Ответ: В базу данных передаются следующие значения:

- Красный: FF0000
- Зелёный: 00FF00
- Синий: 0000FF

5. Блок-схема алгоритма


Начало
Груз поступает на первый участок (разгон)
Рассчитать скорость и перемещение на 1 участке
Груз поступает на второй участок (наклон)
Рассчитать ускорение с учетом сил тяжести, тяги и трения
Груз поступает на третий участок (определение цвета)
Считать цвет груза (RGB)
Преобразовать цвет в шестнадцатеричный код
Если код = "FF0000"?
Да --> В контейнер 1
Если код = "00FF00" или "0000FF"?
Да --> В контейнер 2
--- Нет (для остальных грузов игнорировать)
Конец

Критерии оценивания

Номер вопроса	Макс балл	Начисление баллов
1	3	Формула равноускоренного движения: 1 балл. Скорость груза рассчитана верно: 1 балл Расстояние рассчитано верно: 1 балл
2	5	Проекция силы тяжести формула и расчет: 2 балл. Равнодействующая сила формула и расчет: 2 балл Найдено ускорение: 1 балл
3	7	Правильно записана формула для Расстояния перемещения: 1 балл. Записана формула для Силы трения: 1 балл Записана формула Работы силы трения: 2 балл Выражена формула скорости груза: 2 балла Найден импульс: 1 балл
4	5	Даны пояснения про формат RGB: 2 балла Представлены RGB коды красного, зеленого и синего цветов в шестнадцатеричной системе: 3 балла
5	5	Блок-схема имеет начало и конец алгоритма: 1 балл Описан первый участок конвейера (действие): 1 балл Описан второй участок конвейера (действие): 1 балл Описан третий участок конвейера (условие): 2 балла

Задача 4 (Максимум – 25 баллов).

Некоторая установка фиксирует модуль скорости (в дм/с) летящего по вертикали объекта каждые 50 см от уровня земли. Все данные арифметически округляются до целых.

Проводятся эксперименты по подбрасыванию полукилограммового груза с земли около установки. После его падения устройство формирует строку по алгоритму, блок-схема которого представлена на рисунке 2.

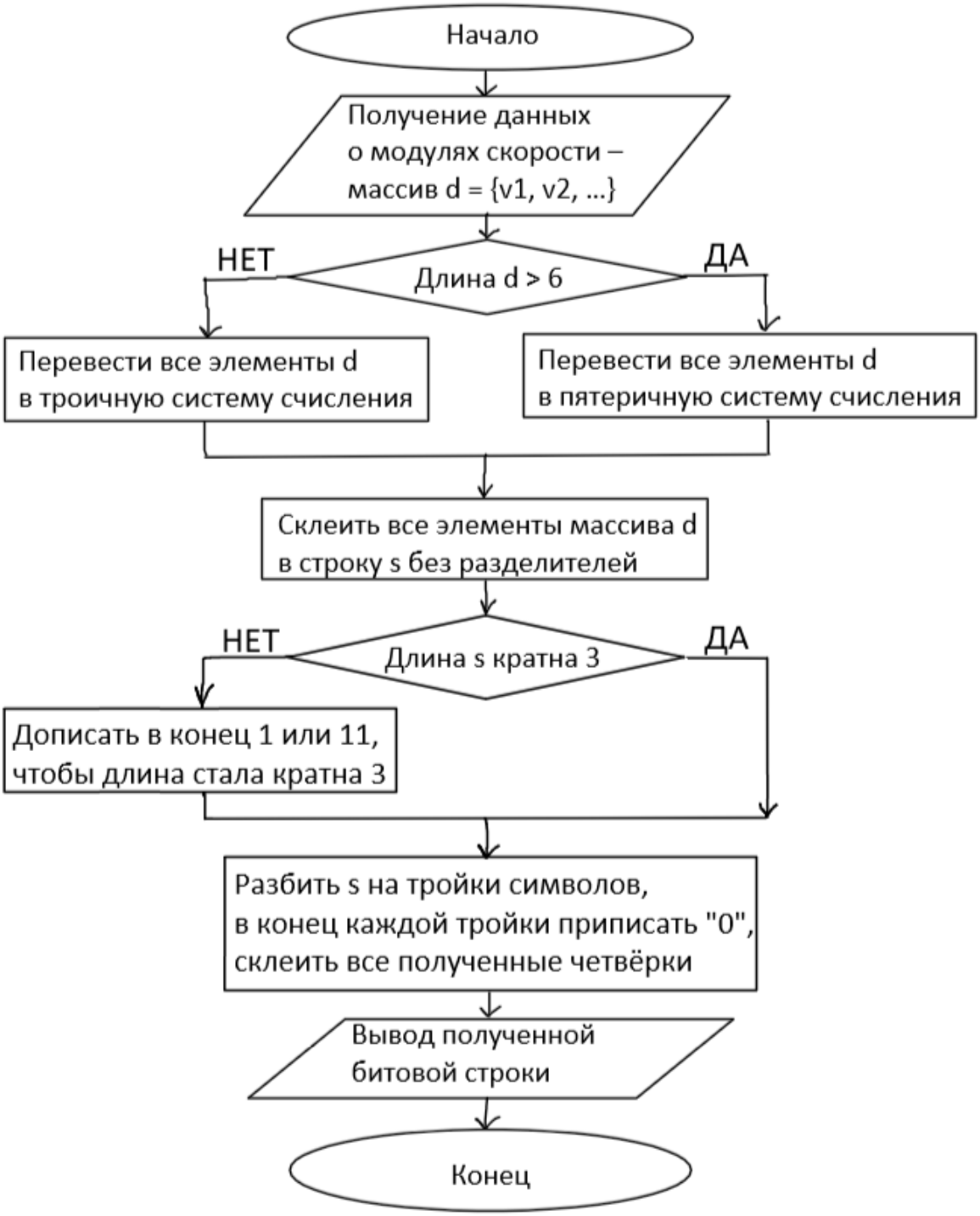


Рисунок 2. Блок-схема алгоритма.

На протяжении всех расчётов пренебрегайте сопротивлением среды, а ускорение свободного падения равно $g = 9{,}8$ м/с^2.

В первом эксперименте на подбрасывание груза затратили 6,8 Дж. Найдите ответы на следующие вопросы:

1) Определите, на какую высоту подлетит груз. Ответ укажите в сантиметрах, арифметически округлив до целых.
2) Какая скорость будет зафиксирована установкой на высоте 50 см? Ответ укажите в дм/с, округлив до целых.
3) Определите какая строка будет выдана установкой после падения груза на землю (однократное выполнение алгоритма)?

Во втором эксперименте груз подкинули, и установка выдало строку:

1 0 2 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 2 0 1 0

С использованием информации, полученной после проведения второго эксперимента, ответьте на следующие вопросы:

4) Найдите количество измерений, которое произвела установка. Восстановите набор скоростей, сформировавших массив d. В ответе запишите элементы массива d в порядке получения измерений.
5) Определите максимальную энергию (Дж), с которой мог быть подкинут груз. Ответ округлите до десятых.

Ответы должны сопровождаться подробной аргументацией. В бланке ответов участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

Решение

1) Согласно закону сохранения энергии: $E_{\text{р}} = E_{\text{п}} + E_{\text{к}}$, где $E_{\text{р}}$ – энергия, затраченная роботом, а кинетическая и потенциальная в любой момент определяется формулами:

$$E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2}, \qquad E_{\text{п}} = mgh$$

В начальный момент времени потенциальная энергия равна 0 (за нулевой уровень примем землю), значит вся энергия, затраченная роботом, перейдет в кинетическую. Отсюда найдем начальную скорость

$$v_0^2 = \frac{2E_p}{m}$$

В результате движения передатчика кинетическая энергия перейдет в потенциальную и в момент, когда $v = 0$, будет достигнута максимальная высота:

$$h = \frac{E_{\text{р}}}{mg}, \qquad h = \frac{6{,}8\ \text{Дж}}{0{,}5\ \text{кг} \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2} = 1{,}388\ \text{м} = 139\ \text{см}$$

2) Используем уравнение движения

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2} = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g}, \qquad v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh_1} = \sqrt{\frac{2E_p}{m} - 2gh_1}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}8\ \text{Дж}}{0{,}5\ \text{кг}} - 2 \cdot 9{,}8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0{,}5\ \text{м}} = \sqrt{27{,}2 - 9{,}8}\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right) \approx 4{,}17\ \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right) = 42\ \text{дм/с}$$

3) Установка сделает 2 измерения, пока груз летит вверх и те же 2 измерения, пока груз будет лететь вниз. второе измерение рассчитывается по формуле

$$v_2 = \sqrt{\frac{2E_p}{m} - 2gh_2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}8\ \text{Дж}}{0{,}5\ \text{кг}} - 2 \cdot 9{,}8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1\text{м}} \approx 2{,}76\ \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right) = 28\ \text{дм/с}$$

Массив $d = \{42, 28, 28, 42\}$ имеет меньше элементов, значит все скорости должны быть представлены в троичной системе счисления:

$42_{10} = 1 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3 \to 1120_3, \qquad 28_{10} = 1 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^0 \to 1001_3$

Создаётся строка $s = 1120100110011120$. Её длина 16, значит в конец приписывается 11. Теперь можно проредить её нулями:

$$s = \{112\}0\{010\}0\{011\}0\{001\}0\{112\}0\{011\}0$$

Ответ: $s = 11200100011000101120011 0$.

4) Удалим из строки все прореживающие нули: $s_1 = 102010010010201$. Раз груз летит вверх и вниз, каждая скорость будет в массиве дважды, т.е. строка должна быть симметричной и четной длины. Последняя 1 – лишняя. Формируем массив

$$\{1020\}\{100\}\{100\}\{1020\}$$

Раз чисел меньше 6 (4), они записаны в троичной системе счисления. Выполним перевод

$$1020_3 = 1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3 = 33_{10}, \qquad 100_3 = 1 \cdot 3^2 = 9_{10}$$

Образуем массив $d = \{33, 9, 9, 33\}$.

5) Используя скорости и данные о 4 измерениях, определим возможное значение энергии:

$$E_0 = mgh < 0{,}5 \text{ кг} \cdot 9{,}8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1{,}5\text{м} = 7{,}35 \text{ Дж},$$

$$E_0 > 0{,}5 \text{ кг} \cdot 9{,}8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1\text{м} = 4{,}9 \text{ Дж}$$

Уточним диапазон, учитывая округление:

$$E_p = 0{,}5 \cdot \left(9{,}8 \cdot 0{,}5 + \frac{(3{,}34)^2}{2}\right) = 5{,}2389,$$

$$E_p = 0{,}5 \cdot \left(9{,}8 \cdot 1 + \frac{(0{,}85)^2}{2}\right) = 5{,}0806$$

Проверка $E = 5{,}3$ покажет, что на первом измерении была бы скорость 34 дм/с, значение $E = 5{,}2$ покажет на втором измерении скорость 11 дм/с. Подойдет $E = 5{,}1$.

Критерии оценки

Номер задания	Макс балл	Начисления баллов	Штрафы
1	3	○ Приведен закон сохранения энергии: 2 балла ○ Расчеты верны, ответ получен: 1 балл	Ошибка единиц измерения: - 1 балл
2	4	○ Приведена формула движения, определена зависимость скорости от высоты и энергии: 3 балла ○ Расчеты верны, ответ получен: 1 балл	В формуле допущена ошибка: - 1 балл Ошибка единиц измерения: - 1 балл
3	6	○ Верно определён набор скоростей в массиве d: 2 балла ○ Верно определен случай и основание системы счисления, выполнен перевод: 3 балла ○ Верно сформирована итоговая строка ответ: 1 балл	Любая вычислительная ошибка или ошибка исполнения алгоритма: -1 балл Лишнее измерение скорости в массиве d: - 2 балла
4	7	○ Верно проведено расшифрование данных: 1 балл ○ Приведено обоснование разбиения массива на элементы, верно определено количество измерений: 2 балла ○ Проведено декодирование строки данных: 3 балла ○ Указан верный ответ: 1 балл	Любая вычислительная ошибка или ошибка исполнения алгоритма: - 1 балл Лишнее измерение скорости в массиве d: - 2 балла
5	5	○ Из ЗСЭ сделан вывод о зависимости энергии от скорости: 2 балла ○ Проведена проверка или иное обоснование, почему именно этот ответ максимален: 2 балла	Ошибка единиц измерения: - 1 балл

Задача 5 (Максимум – 25 баллов).

Современные инженерные системы требуют точного управления и мониторинга напряжения в электронных цепях для обеспечения стабильной работы устройств. В данной задаче студенты исследуют работу делителя напряжения, моделируя поведение компонентов в реальной системе, например, в сенсорных системах IoT, системах питания или блоках автоматизированного управления.

Представленная на рисунке 3 схема содержит в себе микроконтроллер Arduino Uno (используется в качестве источника напряжения), амперметр A1, вольтметры V1, V2, V3, V4, резисторы R1 = 1 кОм, R2 = 10 кОм, R3 = 100 Ом, монтажную плату и соединительные провода. На рисунке 4 представлен программный код, загруженный в память Arduino Uno.

Проанализируйте монтажную схему и программный код, и ответьте на следующие вопросы:

1. Перерисуйте монтажную схему в виде электрической схемы цепи. Чему равняется эквивалентное сопротивление электрической цепи, если показание вольтметра V4 равняется 4,67 В?
2. Чему равняется показание амперметра A1, если показание вольтметра V4 равняется 4,67 В?
3. Чему равняются показания вольтметров V1, V2, V3, если показание вольтметра V4 равняется 4,67 В?
4. В эксперименте №1 студенты изменяют подключение оранжевого и зеленого проводов, и подключают их к пину №5 Arduino Uno. Как изменятся показания всех приборов A1, V1, V2, V3, V4? В чем заключается причина изменений?
5. В эксперименте №2 студенты изменяют подключение оранжевого и зеленого проводов, и подключают их к пину №4 Arduino Uno. Как изменятся показания всех приборов A1, V1, V2, V3, V4? В чем заключается причина изменений по сравнению с экспериментом №1? Какую роль в работе схемы играет широтно-импульсная модуляция?

Ответы должны сопровождаться подробной аргументацией. В бланке ответов участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

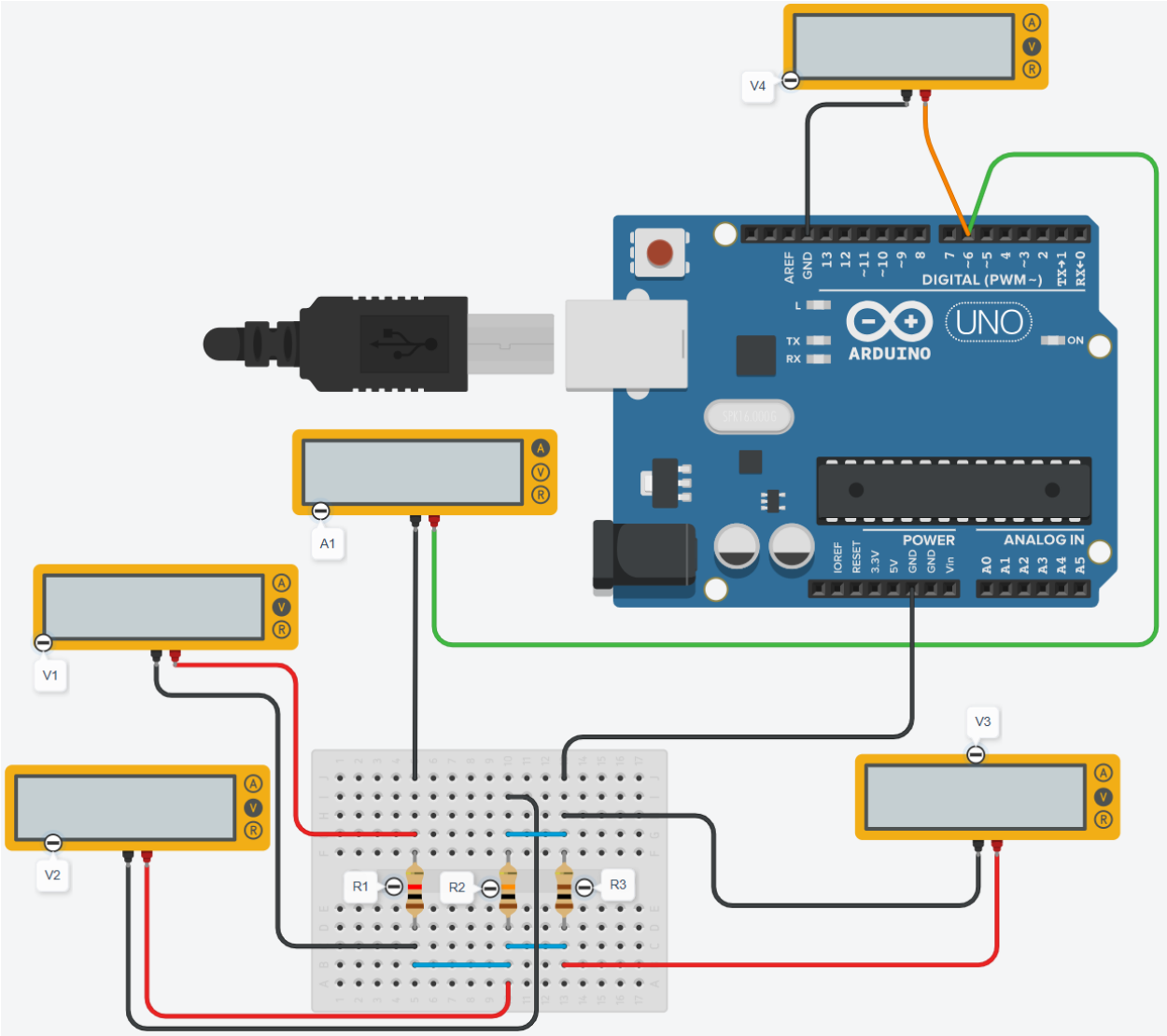


Рисунок 3. Монтажная схема

Текст 1 (Arduino Uno R3)

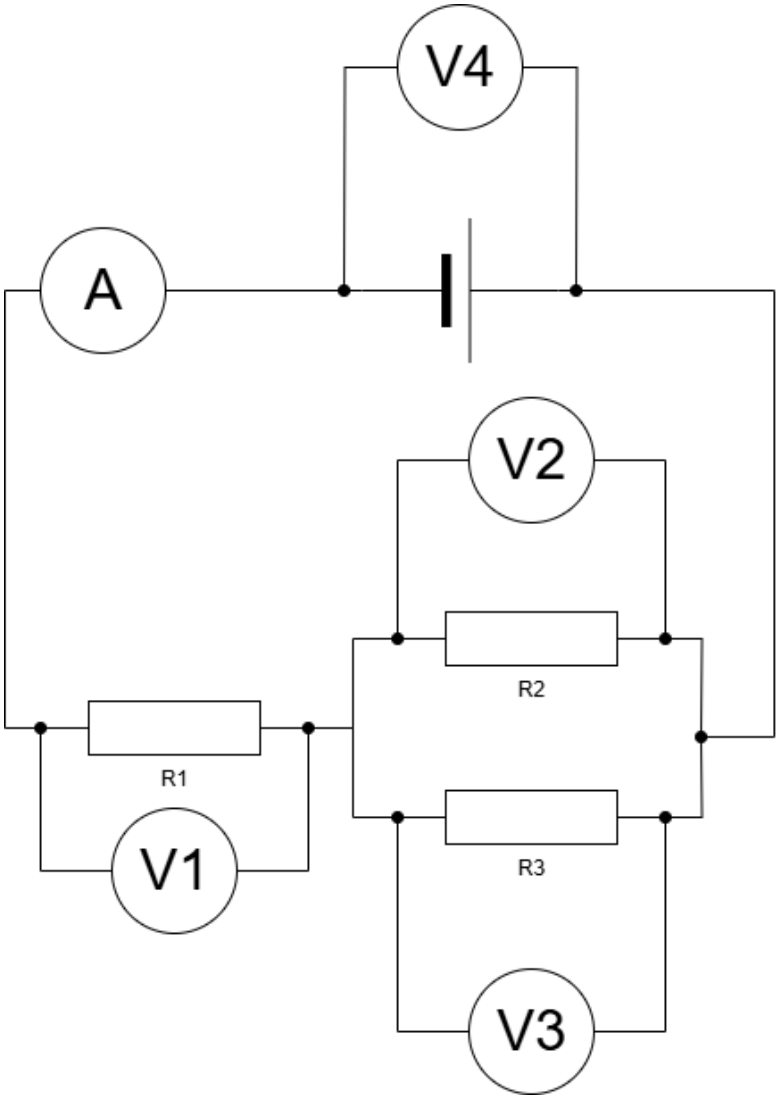
```
const int Pin4 = 4;
const int Pin5 = 5;
const int Pin6 = 6;

int Value4 = 50;
int Value5 = 150;
int Value6 = 250;

void setup() {
  pinMode(Pin4, OUTPUT);
  pinMode(Pin5, OUTPUT);
  pinMode(Pin6, OUTPUT);
}

void loop() {
  analogWrite(Pin4, Value4);
  analogWrite(Pin5, Value5);
  analogWrite(Pin6, Value6);
  delay(2000);  // Задержка на 2 секунды
}
```

Рисунок 4. Программный код, загруженный в память Arduino Uno.

Решение

Вопрос 1.

Перерисованная схема:



Расчет эквивалентного сопротивления цепи:

$$R_{\text{экв}} = R_1 + \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} = 1098{,}91196 \text{ Ом}$$

Вопрос 2.

Закон Ома:

$$I = \frac{U}{R}$$

Для того, чтобы найти ток протекающий в цепи, вместо R используем $R_{экв}$:

$$I = \frac{U}{R_{экв}} = \frac{4{,}67\ В}{1098{,}912\ Ом} = 4{,}25\ мА$$

Вопрос 3.

При анализе схемы можно заметить, что V2 и V3 подключены к одной и той же точке и будут измерять одинаковое напряжение. Однако, необходимо произвести расчет эквивалентного сопротивления для участка, содержащего R2 и R3:

$$R_{23} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} = 98{,}91196\ Ом$$

Воспользуемся законом Ома, чтобы найти падение напряжения на резисторах:

$$U_{R1} = I \times R1 = 4{,}25\ мА \times 1000\ Ом = 4{,}25\ В$$

$$U_{R23} = = 4{,}25\ мА \times 98{,}91196\ Ом = 420{,}376\ мВ$$

Вопрос 4.

Если подключить оба указанных провода к пину №5 работа схемы меняется. В коде программного обеспечения Arduino инициализирована работа сразу с тремя пинами (6,5,4). На каждый пин подается разное напряжение при помощи функции AnalogWrite.

Функция analogWrite(pin, value) используется для генерации широтно-импульсной модуляции (ШИМ, PWM) на цифровых выходах Arduino, поддерживающих ШИМ (обычно отмечены значком ~ рядом с номером пина).

Широтно-импульсная модуляция (ШИМ) позволяет эмулировать аналоговый сигнал, изменяя скважность (duty cycle) прямоугольного сигнала. Это значит, что сигнал чередуется между HIGH (5V) и LOW (0V) с разной длительностью, создавая среднее напряжение.

Формула для расчета среднего напряжения:

$$V_{avg} = V_{max} \times \frac{value}{255}$$

Функция analogWrite(pin, value) принимает целочисленное значение от 0 до 255:

- 0 → 0V (LOW)
- 127 → ≈2.5V (50% скважность)
- 255 → 5V (HIGH)

Если Arduino работает от 3.3V (например, на плате Arduino Due), то:

- 0 → 0V
- 127 → ≈1.65V
- 255 → 3.3V

Значение, которое подается на пин 5 меньше, чем значение подающееся на пин 6, поэтому подаваемое напряжение с пина 5 уменьшиться по сравнению с подключением проводов к пину 6.

Найдем изменения A1, V1, V2, V3, V4.

Начнем с V4. Для этого необходимо использовать знание о работе ШИМ-модуляции и AnalogWrite и составить следующее отношение (на базе соответствия напряжения и значений подаваемых в AnalogWrite):

$$\frac{4{,}67\text{В}}{V4_{\text{новое}}} = \frac{250}{150}$$

$$V4_{\text{новое}} = \frac{150 \times 4{,}67\text{В}}{250} = 2{,}807\ \text{В}$$

По аналогии с вопросами 1-3 найдем новые значения A1, V1, V2, V3:

$$\text{I} = \frac{U}{R_{\text{экв}}} = \frac{2{,}807\ \text{В}}{1098{,}912\ \text{Ом}} = 2{,}55\ \ \text{мА}$$

$$U_{R1} = I \times R1 = 2{,}55 \text{ мА} \times 1000 \text{ Ом} = 2{,}55 \text{ В}$$

$$U_{R23} = = 2{,}55 \text{ мА} \times 98{,}91196 \text{ Ом} = 252{,}22 \text{ мВ}$$

Вопрос 5.

Все показания A1, V1, V2, V3, V4 станут равны 0, т.к. пин 4 не является пином с ШИМ-модуляцией, следовательно использование AnalogWrite приведет к некорректной работе и напряжение подаваться на пине не будет.

Критерии оценки

Номер вопроса	Макс балл	Начисление баллов
1	4	○ Приведена верно перерисованная электрическая цепь: 2 балла. ○ Приведена формула расчета эквивалентного сопротивления: 1 балл ○ Расчеты верны, ответ получен: 1 балл
2	3	○ Приведена формула закона Ома: 1 балла. ○ Для расчета использовано эквивалентное сопротивление цепи: 1 балл ○ Расчеты верны, ответ получен: 1 балл
3	5	○ Приведена формула закона Ома для конкретных резисторов: 1 балл. ○ Получен вывод о том, что V2=V3, т.к. вольтметры подключены к одной и той же точке: 2 балла. ○ Расчеты верны, ответ получен: 2 балла.
4	6	○ Верно произведен пересчет напряжения на пине 5, верно найдены показания V4: 1 балл ○ Верно найден A1: 1 балл ○ Верно найден V1: 1 балл ○ Верно найден V2 и V3: 2 балла ○ Приведено верное обоснование и объяснение причины подобного поведения схемы (на базе программного кода): 1 балл.
5	7	○ Проанализирован код, сделано верное утверждение, что схема не будет функционировать, т.к. не будет подаваться напряжение с пина 4: 2 балла. ○ Значения измерительных приборов найдены верно и равняются 0: 1 балл. ○ Приведено верное обоснование и объяснение причины подобного поведения схемы (на базе программного кода): 1 балл. ○ Приведено объяснение работы широтно-импульсной модуляции и ее влияния на процесс генерации напряжения на пинах 6, 5 и 4 (сравнение экспериментов №1 и №2): 3 балл.