

Олимпиада «Высшая проба» проводится при поддержке Сбера, приветствуем участников соревнования!



Сбер – лидер по созданию инноваций, которые эффективно интегрируются в жизнь людей.

Поздравляем – ты являешь участником заключительного этапа олимпиады по направлению «Инженерные науки».

Вперед к наукоемким технологиям! Желаем тебе блистательной победы!

Время выполнения – 200 минут.

Пишите разборчиво. Ответ пишите на странице с соответствующим номером вопроса. Если используете дополнительный лист, обязательно напишите об этом на основном листе ответа. Если не знаете ответа, ставьте прочерк. Черновики не оцениваются.

(Максимальное количество баллов – 100)

Задача 1 (Максимум – 25 баллов).

Четыре города 1, 2, 3, 4 соединены транспортными путями. Сеть транспортных путей городов описана графом, который представлен матрицей смежности, которая заполнена логическими высказываниями. Если высказывание является истинным, тогда ребро существует, иначе связи между вершинами нет. Известно, что $A = 0$, $B = 1$.

	1	2	3	4
1	$A * B$	$A \rightarrow A$	$A \oplus B$	$\neg B$
2	$B \rightarrow A$	$A * B$	$B \rightarrow B$	$A \oplus B$
3	$A * B$	$B \rightarrow A$	$A * B$	$A \rightarrow B$
4	$\neg B$	$A * B$	$B \rightarrow A$	$A * B$

Если ребро между вершинами графа существует, то в матрице отражена длительность пути в часах между городами. Количество часов выражено в различных системах счисления.

	1	2	3	4
1	110_2	1110_2	1110_2	20_8
2	$1F_{16}$	110_2	1110_2	1110_2
3	52_8	$1F_{16}$	110_2	1110_2
4	20_8	52_8	$1F_{16}$	110_2

Найдите ответы на следующие вопросы:

1. Отобразите матрицу смежности, где вместо логических выражений будут 0 и 1, показывающие наличие и отсутствие ребер.
2. Отобразите матрицу смежности, где вместо 0 и 1, будут указаны часы, которые тратятся на дорогу между городами (переведите в десятичную систему счисления показатели).
3. Найдите общий вес графа.
4. Определите минимальный путь (время) из города 1 до города 4.
5. Определите максимальный путь (время) из города 2 до города 4.

Ответы должны сопровождаться подробной аргументацией. В бланке ответов участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

Решение

1. Переведем значения в десятичную систему счисления:

$$11100_2 = 28,$$

$$52_8 = 42,$$

$$11000_2 = 24,$$

$$1F_{16} = 31,$$

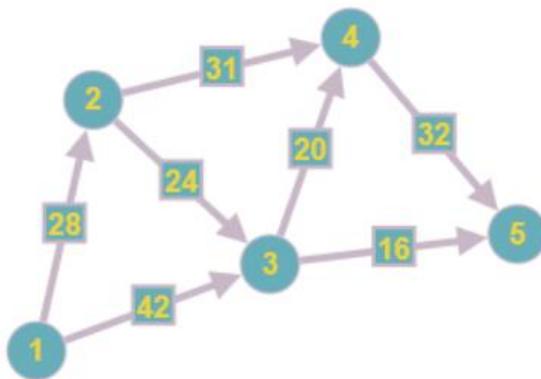
$$10100_2 = 20,$$

$$20_8 = 16,$$

$$20_{16} = 32.$$

Таким образом, ответ на первый вопрос: 16.

2. Веса переведены в десятичную систему счисления.



3. Минимальный путь от 1 до 5

Необходимо применить алгоритм Дейкстры, рассмотрев возможные пути:

1. Из 1:

До 2: 28,

До 3: 42.

2. Из 2:

До 3: $28 + 24 = 52$,

До 4: $28 + 31 = 59$.

3. Из 3:

До 4: $42 + 20 = 62$,

До 5: $42 + 16 = 58$.

4. Из 4:

До 5: $59 + 32 = 91$.

Минимальный по времени путь: 1 - 3 - 5 - 58 минут.

4. Единственный путь длиной 3 рёбра:

1 - 2 - 3 - 4: $28 + 24 + 20 = 72$ (минуты).

5. Каждое ребро записано двумя символами в десятичной системе счисления (1 байт = 2 символа).

Упорядочим рёбра по возрастанию их десятичных значений: 16, 20, 24, 28, 31, 32, 42, тогда строка будет выглядеть 16202428313242, всего 14 символов, поэтому 7 байтов.

Критерии оценки

Для каждого вопроса:

1 б - есть крупная верных рассуждений, однако множество логических и арифметических ошибок, либо верный ответ без пояснений

2 б - есть верные рассуждения, частично верный ответ, однако есть существенные логические/арифметические ошибки

3 б - частично/полностью верный ответ, но в логике/вычислениях есть незначительные ошибки

4 б - ответ верный, допущена описка

5 б - без замечаний

Задача 2 (Максимум – 25 баллов).

В интеллектуальной системе освещения «Умного города» используются уличные лампы с суперконденсатором C из инновационного материала. Суперконденсатор выступает в качестве источника питания для светодиодной лампы в ночное время. В дневное время, при замкнутом ключе $K_{\text{ДЕНЬ}}$ и разомкнутом ключе $K_{\text{НОЧЬ}}$, суперконденсатор полностью заряжается в течение дня через инновационную солнечную батарею со сверхвысоким КПД способную подавать напряжение $E=380$ В.

Ночью суперконденсатор, при замкнутом ключе $K_{\text{НОЧЬ}}$ и разомкнутом ключе $K_{\text{ДЕНЬ}}$ начинает разряжаться, питая светодиодную лампу. Считается, что при разряде конденсатора напряжение падает равномерно по мере уменьшения заряда. Напряжение на суперконденсаторе ночью, в момент его включения в цепь, соответствует напряжению U_0 . Внутреннее сопротивление лампы позволяет пропускать ток до 50 мА.

Упрощенная схема уличной лампы представлена на рисунке 1. Емкость суперконденсатора $C=10$ Ф. Сопротивление резисторов $R_1=12$ кОм, $R_2=2$ кОм, $R_3=8$ кОм. Свечение светодиода считается достаточным при напряжении на суперконденсаторе не ниже $U_{\text{ниж}}=10$ В.

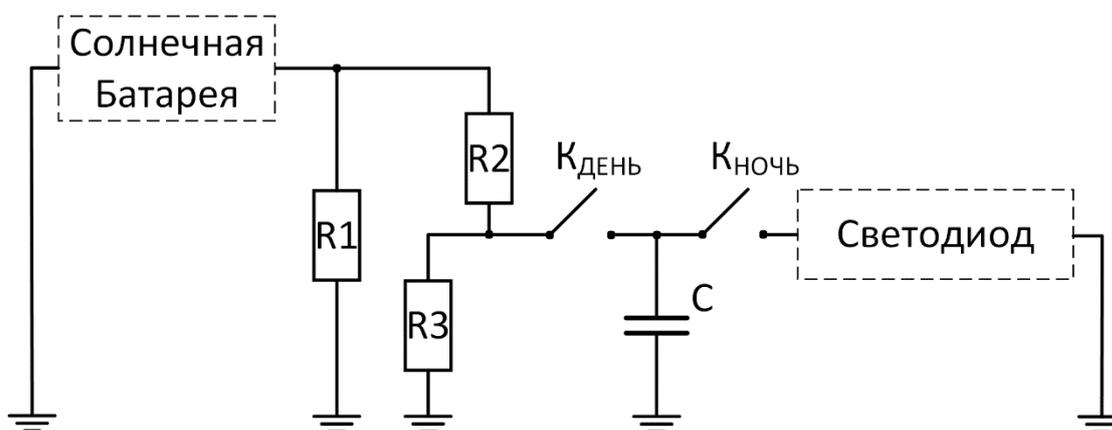


Рисунок 1. Упрощенная схема уличной лампы.

Уличная лампа работает в двух режимах:

1. «Летний» – светодиод потребляет постоянный ток $I_{\text{Л}}=25$ мА с 23:00 до 7:00.
2. «Зимний» – светодиод потребляет постоянный ток $I_{\text{З}_I}=25$ мА с 22:00 до 23:59, $I_{\text{З}_II}=50$ мА с 00:00 до 03:59 и $I_{\text{З}_III}=25$ мА с 04:00 до 8:00.

Вопросы:

1. Какое напряжение U_0 будет на конденсаторе C при наступлении ночи?
2. Какова полная энергия W , накопленная в конденсаторе при начальном напряжении U_0 ?
3. Сколько времени t будет светиться светодиод до падения напряжения на конденсаторе с U_0 до 10 В при постоянном потреблении тока $I=25$ мА?
4. Какое напряжение $U_{\text{Л}}$ будет на конденсаторе в 7:00 при работе в «Летнем» режиме с 23:00 до 7:00?

5. Какое напряжение U_3 будет на конденсаторе в 8:00 при работе в «Зимнем» режиме с 22:00 до 8:00?

Ответы должны сопровождаться подробной аргументацией. В бланке ответов участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

Решение

1. Падение напряжения на конденсаторе С к началу ночи соответствует напряжению, падающему на резисторе R3, так конденсатор С и резистор R3 подключены параллельно. Определим падение напряжения на резисторе R3 через ток, протекающий через него.

Ветвь с резисторами R2 и R3 (эквивалентное сопротивление 10 кОм) подключена параллельно резистору R1, то есть на ветви R2-R3 падает напряжение источника $E=380$ В.

Ток протекающей по ветви R2-R3:

$$I_{23} = \frac{E}{R_{23}} = \frac{380}{10000} = 0,038 \text{ А}$$

Определим падение напряжения на резисторе R3:

$$U_0 = I_{23}R_3 = 304 \text{ В}$$

2. Полная энергия конденсатор определяется по формуле:

$$W = \frac{CU_0^2}{2} = \frac{10 \cdot 304^2}{2} = 462080 \text{ Дж}$$

3. Время разрядки определяется через ток потребляемой светодионом и зарядом:

$$t = \frac{\Delta Q}{I} = \frac{(Q_0 - Q_{\text{ниж}})}{I}$$

Заряд конденсатора выражается через его емкость и напряжение на нем:

$$Q_0 = CU_0$$

$$Q_{\text{ниж}} = CU_{\text{ниж}}$$

Определим время разрядки конденсатора до значения 10 В:

$$t = \frac{(Q_0 - Q_{\text{ниж}})}{I} = \frac{C(U_0 - U_{\text{ниж}})}{I} = \frac{10 \cdot 294}{0,025} = 117600 \text{ с} \approx 32,6 \text{ ч}$$

4. Напряжение на конденсаторе С в 7:00 при работе в «Летнем режиме» определяется через аналогично пункту №3, но в данном случае известно время работы и неизвестно напряжение в 7:00. Время работ соответствует 8 часам или 28800 секунд. Значение тока потребления 0,025 А.

Запишем формула для времени разрядки:

$$t_{\text{л}} = \frac{C(U_0 - U_{\text{л}})}{I_{\text{л}}}$$

Выразим и определим значение напряжения $U_{\text{л}}$:

$$U_{\text{л}} = \frac{CU_0 - tI_{\text{л}}}{C} = 232 \text{ В}$$

5. Напряжение на конденсаторе С в 8:00 при работе в «Зимнем режиме» может быть определено аналогично пункту №4, с учетом параметров работы «Зимнего режима». Рассмотрим второй способ определения напряжения.

Определим время работы для каждого этапа. Для хода рассуждения и структуры решения не критично считать промежуток до полного часа или 59 минут.

Первый этап с 22:00 до 23:59 это $t_I = 7200$ секунд.

Второй этап с 00:00 до 03:59 это $t_{II} = 14400$ секунд.

Третий этап с 04:00 до 08:00 это $t_{III} = 14400$ секунд.

Изменения напряжения за время работы каждого этапа через изменение заряда записывается в следующем образом:

$$\Delta U = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{I \cdot \Delta t}{C}$$

Определим изменение напряжение на каждом этапе:

$$\Delta U_I = \frac{I_{3_I} \cdot t_I}{C} = 18 \text{ В}$$

$$\Delta U_{II} = \frac{I_{3_{II}} \cdot t_{II}}{C} = 72 \text{ В}$$

$$\Delta U_{III} = \frac{I_{3_{III}} \cdot t_{III}}{C} = 36 \text{ В}$$

Суммарное уменьшение напряжения за ночь составило 126 В. Напряжение к началу ночи было 304 В, таким образом в 8:00 напряжение на конденсаторе С будет составлять 178 В.

Критерий оценивания

1. Верна записан Закон Ома для участка цепи R2-R3, либо, верно, записана формула делителя напряжения – +2 балла.
2. Верна определено значение напряжения U_0 – +2 балла.
3. Верна записана формула полной энергии конденсатор – +2 балла.
4. Верна определено значение полной энергии конденсатора – +2 балла.
5. Верна записана формула для времени разрядки – +3 балла.
6. Верна определено значение времени свечения светодиода до падения напряжение 10 В – +2 балла.
7. Верна записана формула для времени разрядки или изменения напряжения/заряда – +3 балла.
8. Верна определено значение напряжения в 7:00 для «Летнего режима» – +2 балла.
9. Верна записаны формулы для времени разрядки или изменения напряжения/заряда – +5 балла.

Верна определено значение напряжения в 8:00 для «Зимнего режима» – +2 балла.

Задача 3 (Максимум – 25 баллов).

На шоссе по прямой в одном и том же направлении с постоянной скоростью движутся 3 автономных автомобиля, которые передают друг другу периодические сообщения о своем состоянии. Информация о массе автомобилей, их начальных координатах и скорости дана в таблице 1. Каждый автомобиль оборудован приемо-передатчиком беспроводной связи с мощностью передатчика $P_{tx} = 200$ мВт. С увеличением расстояния между автомобилями, мощность принимаемого сигнала, уменьшается по формуле:

$P_{rx} = P_{tx} \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi D}\right)^2$, где D – дистанция между парой автомобилей в момент передачи сообщения, λ – длина волны.

Передача сообщений осуществляется 1 раз в секунду на частоте передачи $f = 5,9$ ГГц, одинаковой для всех автомобилей (считать, что первое сообщение автомобили отправляют при старте своего движения в точке начальных координат автомобиля, т.е. во время $T_0 = 0$ с.). Считать, что сообщения передаются по беспроводному каналу связи мгновенно и могут быть потеряны из-за причин, не связанных с распространением сигнала.

Таблица 1.

№ авто	X_0 , м	Y_0 , м	V , м/с	M , кг
1	0	0	30	1500
2	500	0	32	2000
3	200	8	34	1500

Результаты успешной передачи сообщений сохраняются в базе данных, которая представлена в таблице 2. Она содержит в себе номер сообщения msgID, номер автомобиля-отправителя txID, номер автомобиля-приемника rxID, дистанцию между парой автомобилей D_{tx} в момент отправки сообщения, временная метка успешного приема и декодирования сообщения T на стороне приемника относительно старта движения автомобилей с точки их начальных координат. Временной интервал движения автомобилей, за которые была собрана база данных, составляет $[0;4]$ секунд с начала движения автомобилей.

Таблица 2.

msgID	txID	rxID	D_{tx} , м	T , с.
0	2	3	???	1
1	1	3	200,16	1
2	3	1	200,16	1
3	1	3	???	2
4	3	1	???	2
5	2	3	???	2
6	1	3	???	3
7	3	1	???	3
8	2	3	292,14	4
9	1	3	???	4
10	3	1	???	4

Ответьте на следующие вопросы:

1. Какую мощность двигателя должен иметь каждый автомобиль, чтобы поддерживать постоянную скорость, преодолевая только сопротивление воздуха $S = 200 \text{ Н}$?
2. В базе данных произошла ошибка и некоторые значения дистанций между парами автомобилей не было записаны. Найдите недостающие значения дистанций между парами автомобилей (обозначены '???' в таблице 2).
3. Найдите максимальное расстояние между автомобилями, при котором сообщения могут успешно передаваться, если необходимая для успешной передачи и декодирования сообщения минимальная мощность принятого сигнала равняется 10 пВт .
4. Найдите среднюю вероятность успешной передачи сообщений, переданных за временной интервал $[0;4)$ секунды с момента начала движения автомобилей, для всех пар автомобилей с использованием данных из таблицы 2 (шум или другие факторы влияющие на сигнал не учитывать),
5. Пиковый возраст информации сообщений определяется приемником как время между моментом отправки сообщения и его получения. Найдите средний пиковый возраст информации среди всех автомобилей-приемников, получивших сообщения за временной интервал от $[0;4]$ секунды с момента начала движения автомобилей. Если пара автомобилей имеет в базе данных менее двух записей, пиковый возраст информации для этой пары не учитывается при расчетах среднего значения.

Ответы должны сопровождаться подробной аргументацией. В бланке ответов участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

Решение**1. Какую мощность двигателя должен иметь каждый автомобиль?**

Мощность двигателя для преодоления только силы сопротивления воздуха ($S = 200 \text{ Н}$) рассчитывается по формуле:

$$P = S * V,$$

где V — скорость автомобиля.

Результаты:

- Автомобиль 1 ($V = 30 \text{ м/с}$): $P = 200 * 30 = 6000 \text{ Вт}$.

- Автомобиль 2 ($V = 32 \text{ м/с}$): $P = 200 * 32 = 6400 \text{ Вт}$.

- Автомобиль 3 ($V = 34 \text{ м/с}$): $P = 200 * 34 = 6800 \text{ Вт}$.

2. Найдите дистанции между каждой парой автомобилей.

Дистанция между автомобилями рассчитывается по формуле:

$$D_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

где x_i, y_i — координаты автомобилей i и j в момент времени.

Результаты для каждого времени:

$t = 1 \text{ с}$: $D_{12} = 502.0 \text{ м}$, $D_{13} = 204.16 \text{ м}$, $D_{23} = 300.1 \text{ м}$.

$t = 2 \text{ с}$: $D_{12} = 504.0 \text{ м}$, $D_{13} = 208.15 \text{ м}$, $D_{23} = 298.1 \text{ м}$.

$t = 3 \text{ с}$: $D_{12} = 506.0 \text{ м}$, $D_{13} = 212.15 \text{ м}$, $D_{23} = 296.1 \text{ м}$.

$t = 4 \text{ с}$: $D_{12} = 508.0 \text{ м}$, $D_{13} = 216.15 \text{ м}$, $D_{23} = 294.1 \text{ м}$.

3. Найдите максимальное расстояние между автомобилями для успешной передачи.

Максимальное расстояние определяется по формуле:

$$D_{max} = \sqrt{\frac{P_{tx}}{\min(P_{rx})}} \times \frac{\lambda}{4\pi}$$

$P_{tx} = 200 \text{ мВт} = 0.2 \text{ Вт}$, $\min(P_{rx}) = 10 \text{ пВт} = 10^{-11} \text{ Вт}$.

$\lambda = c / f$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, $f = 5.9 \cdot 10^9 \text{ Гц}$

Результат: $D_{max} \approx 572,525 \text{ м}$.

4. Найдите среднюю вероятность успешной передачи сообщений.

Вероятность успешной передачи за указанное время рассчитывается по формуле:

$$P = \frac{N_{\text{успех}}}{N_{\text{всех}}}$$

$N_{\text{успех}}$ – количество всех успешных передач, это количество может быть рассчитано с использованием таблицы 2. Количество сообщений, которые были успешно переданы за указанный интервал времени – 11.

$N_{\text{всех}}$ – количество всех попыток передач сообщений, начиная с 0 по 3 секунду включительно. Автомобили генерируют сообщения каждую секунду, каждый автомобиль посылает сообщение двух другим автомобилям, таким образом каждый автомобиль генерирует 2 сообщения в секунду.

Мы наблюдаем последовательно 4 секунды (0,1,2,3), в каждый момент времени каждым автомобилем генерируется 2 сообщения, всего автомобилей – 3. Таким образом, общее количество сообщений, переданных за указанное время: $N_{\text{всех}} = 4 * 2 * 3 = 24$

$$P = \frac{N_{\text{успех}}}{N_{\text{всех}}} = \frac{11}{24} \approx 0.458333$$

5. Найдите средний пиковый возраст информации (AoI).

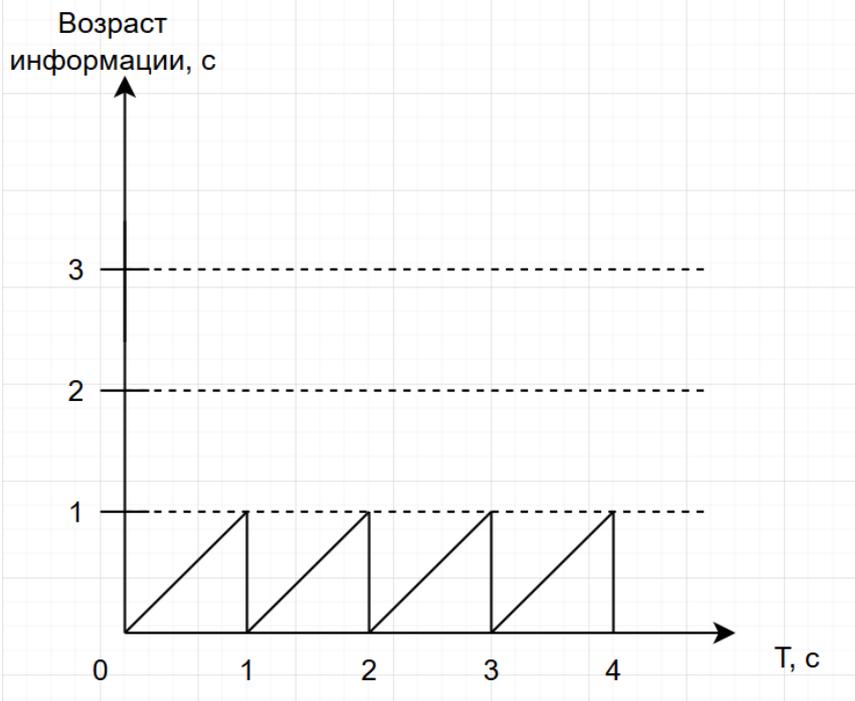
Для того, чтобы найти возраст информации нужно проанализировать таблицу 2 с точки зрения каждого приемника. Каждый автомобиль может принимать сообщения от двух других автомобилей, поэтому построим таблицу для каждой пары отправитель-приемник и запишем временные метки, когда были получены сообщения между парами:

txID	rxID	T, с.
2	1	Нет сообщений
3	1	1, 2, 3, 4
1	2	Нет сообщений
3	2	Нет сообщений
1	3	1, 2, 3, 4
2	3	1, 2, 4

Из таблицы видно, что пары 3-1, 1-2, 3-2 не получали никаких сообщений за наблюдаем период времени. Они не будут учитываться в расчете возраста информации.

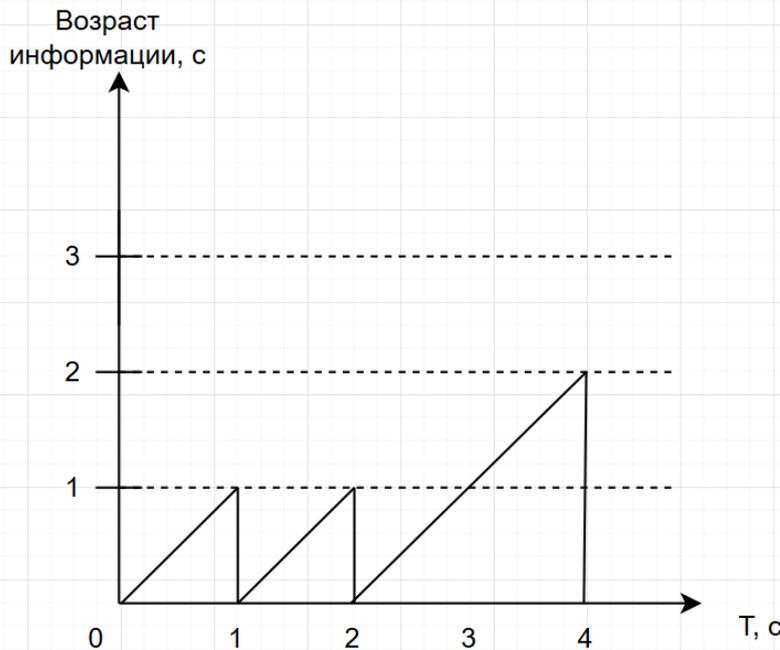
Теперь для каждой пары, имеющей записи об успешно принятых сообщениях нарисуем график обновлений информации о каждом автомобиле.

Для пар 3-1 и 1-3 график выглядит следующим образом:



Каждую секунду генерируется новое сообщение и каждую секунду оно успешно принимается. Таким образом, среднее значение возраст информации для данных пар равно 1 с.

Для пары 2-3 ситуация несколько иная, т.к. на 3-й секунде сообщение не было принято. График выглядит следующий образом:



После первого успешно принятого сообщения, следующее обновление пришло только через 2 секунды (на 4-ю секунду). Таким образом, среднее значение пикового возраста информации рассчитывается как

$$\frac{1 + 1 + 2}{3} = 1.333333 \text{ с}$$

Среднее значение пикового возраст информации для всех приемников в данном случае будет равно

$$\frac{1 + 1 + 1.33333333}{3} = 1.1111111 \text{ с}$$

Критерии оценки

Номер вопроса	Макс балл	Начисление баллов
1	3	Верно указана формула для расчета Мощности двигателя: 2 балл. Верно проведены расчеты: 1 балл.
2	4	Верно описана формула расчета дистанции: 2 балл. При расчетах учтено движение автомобилей и изменение позиции: 1 балл Расчеты верны, получены все D из таблицы 1: 1 балл
3	5	Приведена формула для получения λ : 2 балл Сделан вывод о том, что максимальное доступное расстояние соответствует минимальном мощности передатчика: 2 балл. Правильно произведен расчет: 1 балл.
4	6	Приведена формула для определения вероятности успешной передачи: 2 балла. Правильно определено количество успешных попыток передачи: 2 балла Правильно определено общее количество попыток передач: 2 балла.
5	7	Правильно определены пары автомобилей, которые успешно получили сообщения: 1 балл. Правильно определены временные промежутки между сообщениями для каждой пары: 2 балла Верно рассчитано среднее время для каждой пары: 3 балла Верно рассчитано среднее среди всех автомобилей в системе: 2 балл.

Задача 4 (Максимум – 25 баллов).

Имеется 4 датчика: температуры, радиации, магнитного поля и детектор частиц. Каждый из них с вероятностью 0,82 находится в состоянии «Исправен». Центральный процессор опрашивает датчики об их состоянии согласно следующему расписанию:

- Датчик температуры 10 раз в минуту;
- Датчик радиации 1 раз в 2 минуты;
- Датчик магнитного поля 2 раза в минуту;
- Детектор частиц 1 раз в минуту.

От каждого датчика можно получить два сообщения: «Исправен» и «Не исправен». Для этих 8 сообщений строится модель источника. Под моделью источника подразумевают таблицу (см. таб. 1) из двух столбцов: сообщение, частота, с которой центральный процессор получит это сообщение за единицу времени (за 2 минуты).

Сообщение	Частота
датчик температуры исправен	p_1
датчик температуры не исправен	p_2
датчик радиации исправен	p_3
датчик радиации не исправен	p_4
датчик магнитного поля исправен	p_5
датчик магнитного поля не исправен	p_6
датчик частиц исправен	p_7
датчик частиц не исправен	p_8

Таблица 1. Модель источника четырёх датчиков

Ваша задача – рассчитать частоты p_1, \dots, p_8 на основании полученных данных о расписании опроса датчиков и вероятности их ответов. Сумма всех частот модели равна 1.

Для модели разрабатывают бинарный код по алгоритму Хаффмана. Алгоритм оптимального префиксного кодирования Хаффмана заключается в следующем:

- Сообщения с более высокой частотой отправки кодируются короткими кодовыми словами, а сообщения с низкой частотой – длинными кодовыми словами. Это позволяет уменьшить общую нагрузку на канал связи с процессором.
- Построение кодовой таблицы Хаффмана заключается в создании дерева, где листьями выступают сообщения. Назовём весом узла его частоту. Вначале для удобства отсортируем сообщения от редких, к более часто используемым.
- Каждый раз из набора выбирается 2 узла с самым маленьким весом. Они заменяются на общий узел с суммарным весом. Процесс повторяется до тех пор, пока все узлы не будут объединены в корень дерева (один единственный узел с весом 1).
- Для создания кодовых слов для сообщений прибегают к маркировке ветвей дерева. Условимся создавать дерево слева направо и ставить маркеры так: на верхнюю ветку 0, на нижнюю – 1. Тогда кодовое слово образуется из последовательности маркеров от корня к листу.

Например, рассмотрим некоторое устройство с пятью сообщениями. Модель источника для данного устройства приведена в таблице 2. Дерево Хаффмана (маркеры обозначены фиолетовым цветом), построенное по такой модели, изображено на рисунке 2. Результатом алгоритма становится кодовая таблица (таблица 3).

Сообщение	Частота
A	0,1
B	0,2
C	0,3
D	0,13
E	0,27

Таблица 2. Модель источника для устройства из примера

Сообщение	Кодовое слово
A	0 0 0
B	0 1
C	1 1
D	0 0 1
E	1 0

Таблица 3. Кодовая таблица для устройства с пятью сообщениями из примера

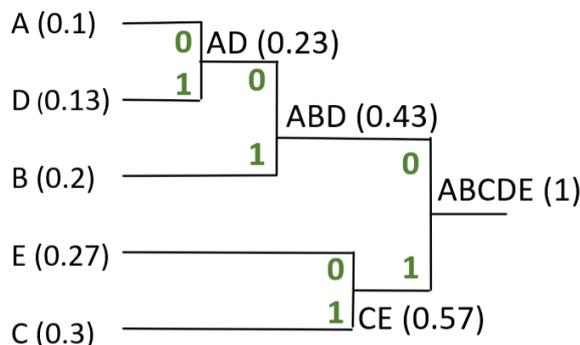


Рис. 2. Дерево Хаффмана для примера

Задания:

- 1) Определите последовательность каких сообщений из таблицы 3 записывается следующей битовой строкой: 10010010111.
- 2) Ответьте на два вопроса:
 - а. Сколько минимально бит потребуется для кодирования одного из пяти сигналов, если кодировать все сигналы одинаковым количеством бит?
 - б. На сколько бит больше будет строка, кодирующая последовательность сигналов из задания 1, если ее перекодировать, используя одинаковое количество бит на каждый сигнал?
- 3) Рассчитайте частоты p_1, \dots, p_8 сообщений от 4 датчиков, которые получает центральный процессор. В бланк ответов перерисуйте модель источника (таблица 1), заполнив её второй столбец полученными значениями.
- 4) Нарисуйте дерево Хаффмана по модели источника, построенной в задании 3. Определите кодовые слова каждого сигнала. В бланке ответов нарисуйте кодовую таблицу (см. образец – таблица 3).
- 5) Согласно построенной в задании 4 кодовой таблице, закодируйте последовательность сигналов об исправности всех датчиков без разделителей в следующем порядке: «датчик температуры исправен», «датчик радиации исправен», «датчик магнитного поля исправен» и «детектор частиц исправен».

Ответы должны сопровождаться подробной аргументацией. В бланке ответов участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

Решение

1) В таблице 3 предложен префиксный код. Требуется, двигаясь с начала строки определять, какие сообщения создадут её без перекрытий, это: 10 – 01 – 001 – 01 – 11

2) Расчет основан на формуле Хартли: максимальное количество сообщений, кодируемых i битами, рассчитывается по формуле $N_{max} = 2^i$.

а) Двумя битами можно закодировать только 4 сообщения, а тремя – уже восемь, чего достаточно для модели из 5 сообщений. Ответ: 3 бита

б) Строка из задания 1 состоит из 11 бит, декодирована в 5 сообщений. В новой кодировке на каждое сообщение приходится по 3 бита, тогда длина окажется 15 бит, что на 4 бита больше. Ответ: 4 бита

3) За 2 минуты процессор получает:

- 20 сообщений от датчика температуры;
- 1 сообщение от датчика радиации;
- 4 сообщения от датчика магнитного поля;
- 2 сообщения от детектора частиц.

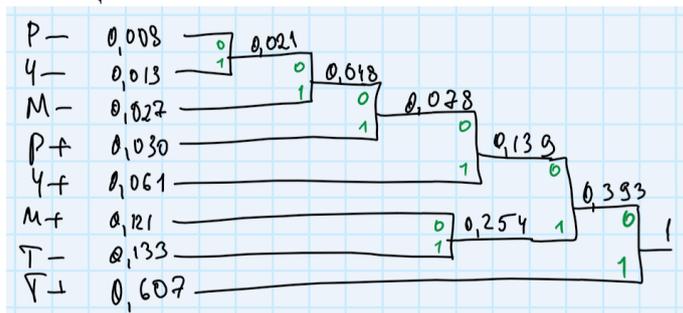
Всего 27 сообщений. По условию сумма частот равна 1. Пусть p_p – частота получения ответа от датчика радиации, тогда $20 \cdot p_p$ – частота получения ответа от датчика температуры (опрашивается в 20 раз чаще), $4 \cdot p_p$ – частота получения ответа от датчика магнитного поля, $2 \cdot p_p$ – частота получения ответа от детектора частиц. Решим уравнение:

$$(20 + 1 + 4 + 2)p_p = 1, \quad p_p = 1/27$$

При этом у датчика радиации два сообщения, тогда с частотой $0,82/27 \approx 0,03$ центральный процессор получит сообщение «датчик радиации исправен» и с частотой $0,18/27 \approx 0,007$ – «датчик радиации не исправен». Аналогично определяются частоты других сообщений. Строим модель источника

Сообщение	Частота
датчик температуры исправен	0 , 6 0 7
датчик температуры не исправен	0 , 1 3 3
датчик радиации исправен	0 , 0 3 0
датчик радиации не исправен	0 , 0 0 8
датчик магнитного поля исправен	0 , 1 2 1
датчик магнитного поля не исправен	0 , 0 2 7
датчик частиц исправен	0 , 0 6 1
датчик частиц не исправен	0 , 0 1 3

4) Пример дерева Хаффмана по модели выше. Возможная кодовая таблица



Сообщение	Кодовое слово
температуры +	1
температуры -	0 1 1
радиации +	0 0 0 1
радиации -	0 0 0 0 0 0
магнитного поля +	0 1 0
магнитного поля -	0 0 0 0 1
датчик частиц +	0 0 1
датчик частиц -	0 0 0 0 0 1

5) Тогда набор сообщений «датчик температуры исправен», «датчик радиации исправен», «датчик магнитного поля исправен» и «детектор частиц исправен» соответствует строке: 1 – 0001 – 010 – 001

Критерии оценки

Номер задания	Макс балл	Начисления баллов	Штрафы
1	3	<ul style="list-style-type: none"> ○ Верно определены кодовые слова, образующие строку: 3 балла 	<p>Выбрано не верное сообщение: - 1 балл</p> <p>Указано лишнее сообщение в строке: - 1 балл</p>
2	4	<ul style="list-style-type: none"> ○ Указан подход Хартли для решения задачи, верно определен ответ: 2 балла ○ Распознана длина перекодированной строки, верно определен ответ: 2 балла 	<p>Указано не целое число: - 1 балл</p> <p>Арифметическая ошибка: - 1 балл</p>
3	7	<ul style="list-style-type: none"> ○ Предложено уравнение (или иной подход), учитывающее пропорции между частотами сообщений: 4 балла ○ Рассчитаны все 8 частот: 3 балла 	<p>Не представлена модель источника: - 1 балл</p> <p>Не учтены пропорции частот: - 0,5 балла за каждую частоту</p> <p>Модель не полна: - 1 балл</p>
4	7	<ul style="list-style-type: none"> ○ Описанный алгоритм произведен: модель отсортирована, построено и промаркировано дерево: 5 баллов ○ Собраны все кодовые слова: 2 балла 	<p>Любая ошибка исполнения алгоритма: - 1 балл за каждую</p> <p>Не представлена кодовая таблица: - 1 балл</p>
5	4	<ul style="list-style-type: none"> ○ Произведено кодирование последовательности сообщений в соответствии с построенным кодом: 3 балла ○ Длина полученной строки не превышает 11 символов: 1 балл 	<p>Ответ указан с нарушением порядка сообщений: - 1 балл</p> <p>Ответ содержит разделители: - 1 балл</p>

Задача 5 (Максимум – 25 баллов).

Система управления вентиляцией разработана на основе микроконтроллера Arduino Uno. Работа вентилятора зависит от уровня освещённости, который измеряется при помощи фоторезистора (LDR).

На рисунке 3 представлена монтажная схема разработанного прототипа, она включает в себя микроконтроллер Arduino Uno, резисторы с сопротивлением $R1 = R5 = R6 = 100 \text{ Ом}$, $R2 = 300 \text{ Ом}$, $R3 = 200 \text{ Ом}$, $R4 = 1 \text{ кОм}$, мотор с внутренним сопротивлением $R_{\text{мотор}} = 64 \text{ Ом}$, фоторезистор, вольтметры $V1$, $V2$, амперметр $A1$, а также монтажную плату и соединительные провода. Сопротивление резистора, подключенного к фоторезистору, позволяет получать на аналоговом входе микроконтроллера значения в диапазоне [6;679]. На рисунке 4 представлен программный код, загруженный в память Arduino Uno.

Проанализируйте монтажную схему и программный код, и ответьте на следующие вопросы:

1. Опишите принцип работы фоторезистора и его основную функцию, зачем необходимо подключать резистор к фоторезистору?
2. Объясните работу программного кода построчно, поясните основную логику алгоритма работы микроконтроллера, каким образом используется широтно-импульсная модуляция, какие режимы работы системы реализованы в алгоритме, зачем используется функция `pow()`?
3. Перерисуйте монтажную схему в виде электрической схемы цепи (вольтметр $V2$ и фоторезистор с подключенным резистором из электрической схемы исключить). Произведите преобразование электрической схемы для возможности расчета эквивалентного сопротивления, предоставьте преобразованную схему. Чему равняется эквивалентное сопротивление электрической цепи, если показание вольтметра $V2$ равняется 4,8 В (максимальная освещенность)?
4. Чему равняется показание амперметра $A1$, если показание вольтметра $V2$ равняется 4,8 В?
5. Чему равняются показания вольтметра $V1$, если показание вольтметра $V2$ равняется 4,8 В?

Нахождение каждого ответа должно сопровождаться подробной аргументацией. Участником должны быть приведены необходимые для объяснения логики решения рисунки, формулы, аналитические обоснования.

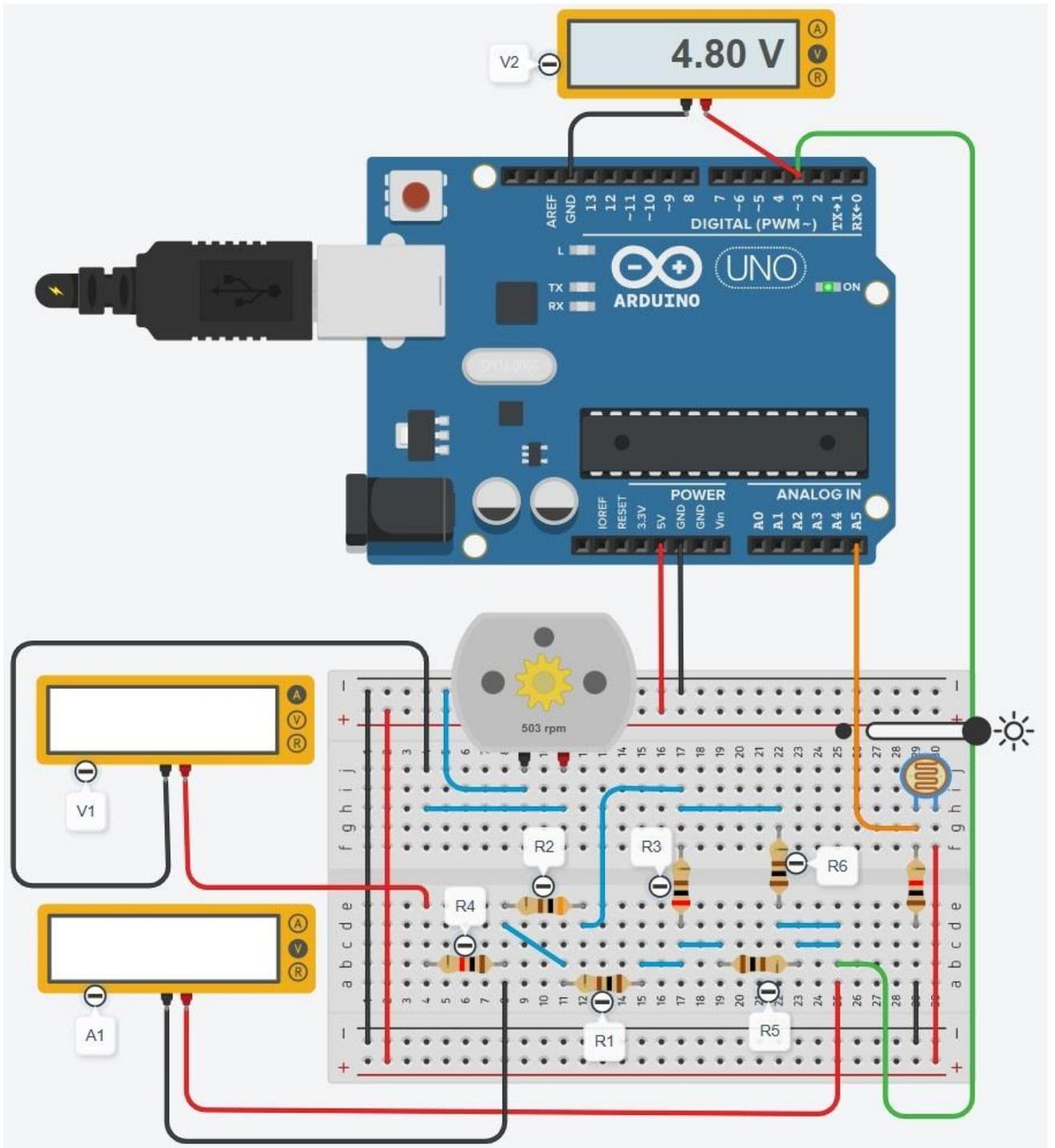
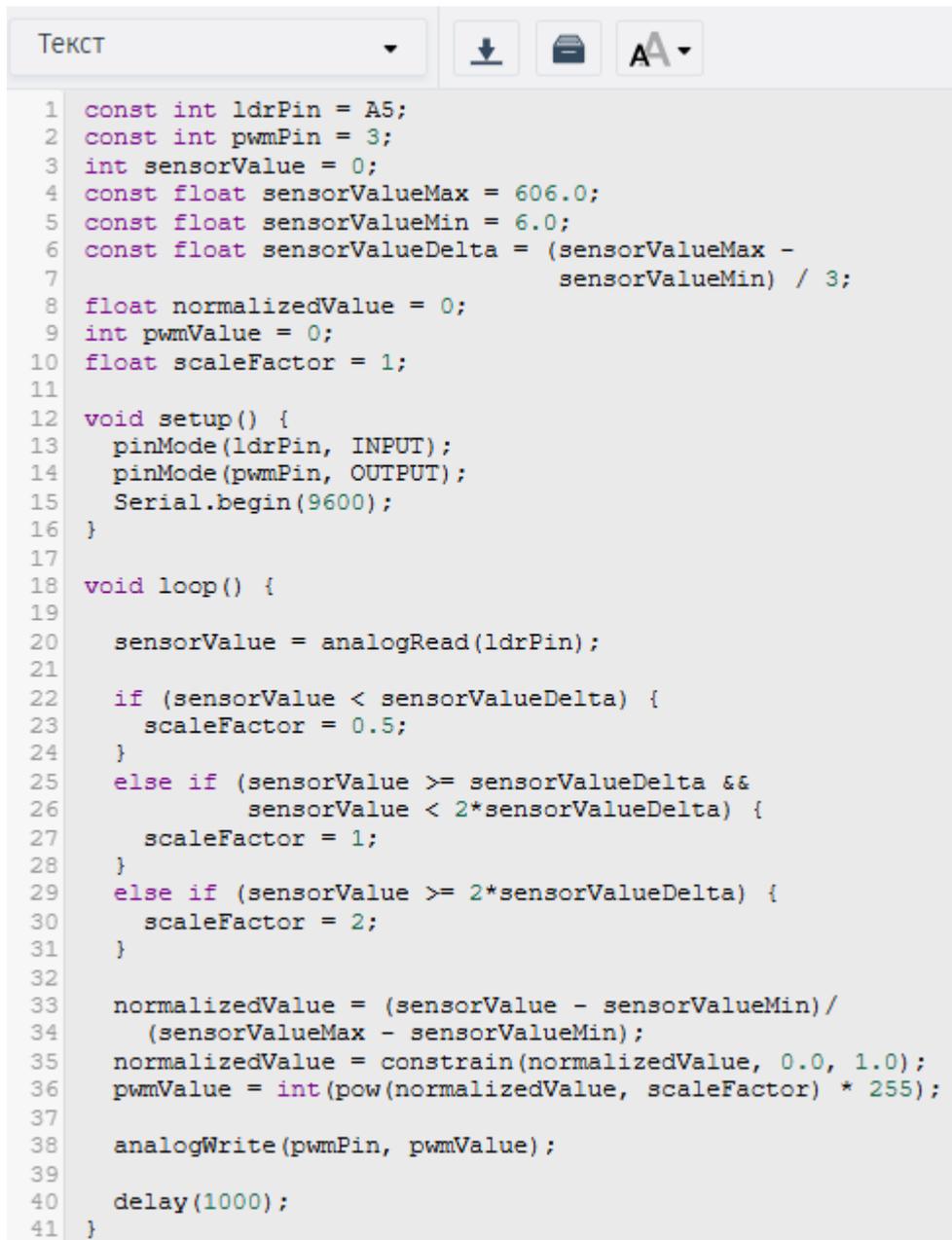


Рисунок 3. Монтажная схема



```
Текст
1  const int ldrPin = A5;
2  const int pwmPin = 3;
3  int sensorValue = 0;
4  const float sensorValueMax = 606.0;
5  const float sensorValueMin = 6.0;
6  const float sensorValueDelta = (sensorValueMax -
7                                  sensorValueMin) / 3;
8  float normalizedValue = 0;
9  int pwmValue = 0;
10 float scaleFactor = 1;
11
12 void setup() {
13     pinMode(ldrPin, INPUT);
14     pinMode(pwmPin, OUTPUT);
15     Serial.begin(9600);
16 }
17
18 void loop() {
19
20     sensorValue = analogRead(ldrPin);
21
22     if (sensorValue < sensorValueDelta) {
23         scaleFactor = 0.5;
24     }
25     else if (sensorValue >= sensorValueDelta &&
26             sensorValue < 2*sensorValueDelta) {
27         scaleFactor = 1;
28     }
29     else if (sensorValue >= 2*sensorValueDelta) {
30         scaleFactor = 2;
31     }
32
33     normalizedValue = (sensorValue - sensorValueMin)/
34                       (sensorValueMax - sensorValueMin);
35     normalizedValue = constrain(normalizedValue, 0.0, 1.0);
36     pwmValue = int(pow(normalizedValue, scaleFactor) * 255);
37
38     analogWrite(pwmPin, pwmValue);
39
40     delay(1000);
41 }
```

Рисунок 4. Программный код, загруженный в память Arduino Uno.

Решение

Вопрос 1. Фоторезистор (LDR – Light Dependent Resistor) — это резистор, сопротивление которого изменяется в зависимости от уровня освещённости:

- При высоком уровне освещённости (большое количество света) сопротивление фоторезистора уменьшается.
- При низком уровне освещённости (меньше света) сопротивление увеличивается.

Фоторезистор сам по себе не создаёт напряжение, а только изменяет своё сопротивление. Для корректной работы его подключают в цепь с фиксированным резистором, чтобы сформировать делитель напряжения. Это позволяет преобразовать изменения сопротивления в изменения напряжения, которые можно считать с помощью микроконтроллера, например, через аналоговый пин Arduino.

Вопрос 2.

Инициализация пинов и переменных:

```
const int ldrPin = A5; // Пин для подключения фоторезистора (LDR).
const int pwmPin = 3; // Пин для подключения вентилятора (ШИМ-управление).
int sensorValue = 0; // Переменная для хранения значения с фоторезистора.
const float sensorValueMax = 606.0; // Максимальное значение освещённости.
const float sensorValueMin = 6.0; // Минимальное значение освещённости.
const float sensorValueDelta = (sensorValueMax - sensorValueMin) / 3; //
sensorValueDelta определяет диапазоны для трёх уровней освещённости
(низкий, средний, высокий).
```

Переменные для расчётов:

```
float normalizedValue = 0; // Нормализованное значение освещённости.
int pwmValue = 0; // ШИМ-значение для управления скоростью
вентилятора.
float scaleFactor = 1; // Коэффициент масштабирования.
```

Настройка пинов и инициализация Serial:

```
void setup() {
    pinMode(ldrPin, INPUT); // Устанавливаем пин фоторезистора как вход.
```

```
pinMode(pwmPin, OUTPUT); // Устанавливаем пин ШИМ как выход.  
Serial.begin(9600); // Инициализируем последовательный порт для  
отладки.  
}
```

Основной цикл работы:

```
void loop() {  
    sensorValue = analogRead(ldrPin); // Считывается текущее значение  
освещённости с аналогового пина ldrPin.  
  
    // Определение режима работы системы (выбор scaleFactor). В  
зависимости от значения sensorValue, определяются три режима работы:  
  
    // Низкая освещённость: scaleFactor = 0.5 — минимальная скорость  
вентилятора.  
  
    // Средняя освещённость: scaleFactor = 1 — средняя скорость.  
  
    // Высокая освещённость: scaleFactor = 2 — максимальная скорость.  
  
    if (sensorValue < sensorValueDelta) {  
        scaleFactor = 0.5;  
    }  
  
    else if (sensorValue >= sensorValueDelta && sensorValue <  
2*sensorValueDelta) {  
        scaleFactor = 1;  
    }  
  
    else if (sensorValue >= 2*sensorValueDelta) {  
        scaleFactor = 2;  
    }  
  
    // Нормализация значения освещённости  
  
    // normalizedValue рассчитывается в диапазоне [0.0, 1.0], чтобы  
использовать его для управления ШИМ.  
  
    // constrain() ограничивает результат в пределах заданного диапазона.
```

```
normalizedValue = (sensorValue - sensorValueMin) / (sensorValueMax -  
sensorValueMin);
```

```
normalizedValue = constrain(normalizedValue, 0.0, 1.0);
```

```
// Вычисление ШИМ-значения. Функция pow() используется для  
нелинейного масштабирования:
```

```
//При scaleFactor = 0.5: мягкий рост (медленный вентилятор).
```

```
//При scaleFactor = 1: линейный рост (средний режим).
```

```
//При scaleFactor = 2: резкий рост (быстрый вентилятор).
```

```
//Полученное значение умножается на 255 для преобразования в  
диапазон ШИМ-сигнала.
```

```
pwmValue = int(pow(normalizedValue, scaleFactor) * 255);
```

```
// Применение ШИМ-сигнала:
```

```
analogWrite(pwmPin, pwmValue);
```

```
// Задержка между циклами:
```

```
delay(1000);
```

Основная логика алгоритма работы микроконтроллера

1. Считывается уровень освещённости с фоторезистора.
2. Определяется режим работы системы:
 - Низкая освещённость — минимальная скорость вентилятора.
 - Средняя освещённость — средняя скорость.
 - Высокая освещённость — максимальная скорость.
3. Значение освещённости нормализуется, масштабируется и преобразуется в ШИМ-сигнал.

4. Вентилятор управляется с помощью ШИМ, изменяя скорость вращения в зависимости от уровня освещённости.

Режимы работы системы

1. Низкая освещённость (ночь):

- Вентилятор работает на минимальной скорости для снижения шума.

2. Средняя освещённость (вечер):

- Вентилятор работает на средней скорости.

3. Высокая освещённость (день):

- Вентилятор работает на максимальной скорости.

Использование ШИМ (широотно-импульсной модуляции)

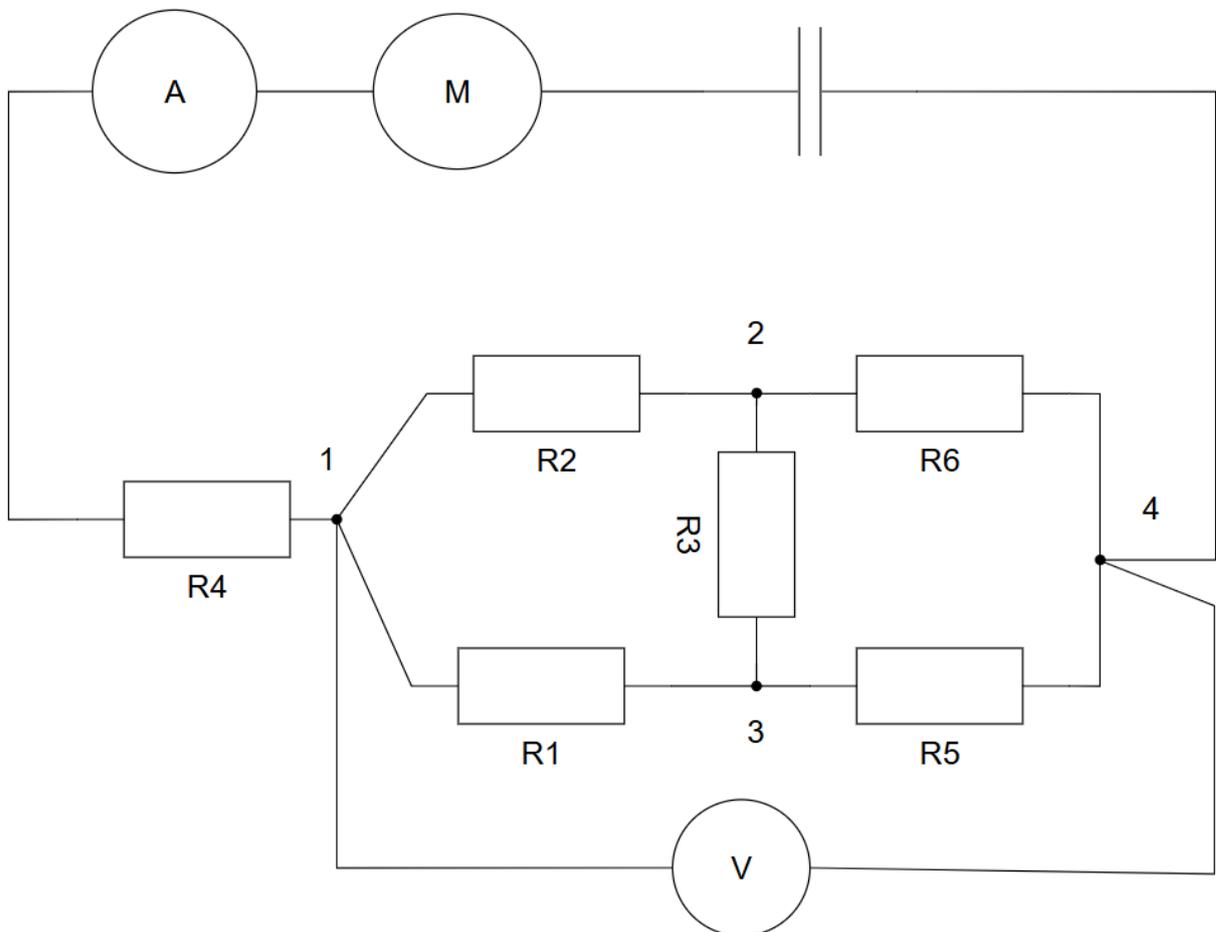
- ШИМ позволяет изменять среднее выходное напряжение на вентиляторе, регулируя его скорость. ШИМ (широотно-импульсная модуляция) — это метод управления средним значением выходного напряжения, при котором напряжение переключается между двумя уровнями (например, 0 и 5 В) с высокой скоростью.
- `analogWrite(pwmPin, pwmValue)` генерирует сигнал с регулируемой скважностью, где:
 - 0 = 0% (вентилятор выключен),
 - 255 = 100% (максимальная скорость).

Почему используется функция `pow()`?

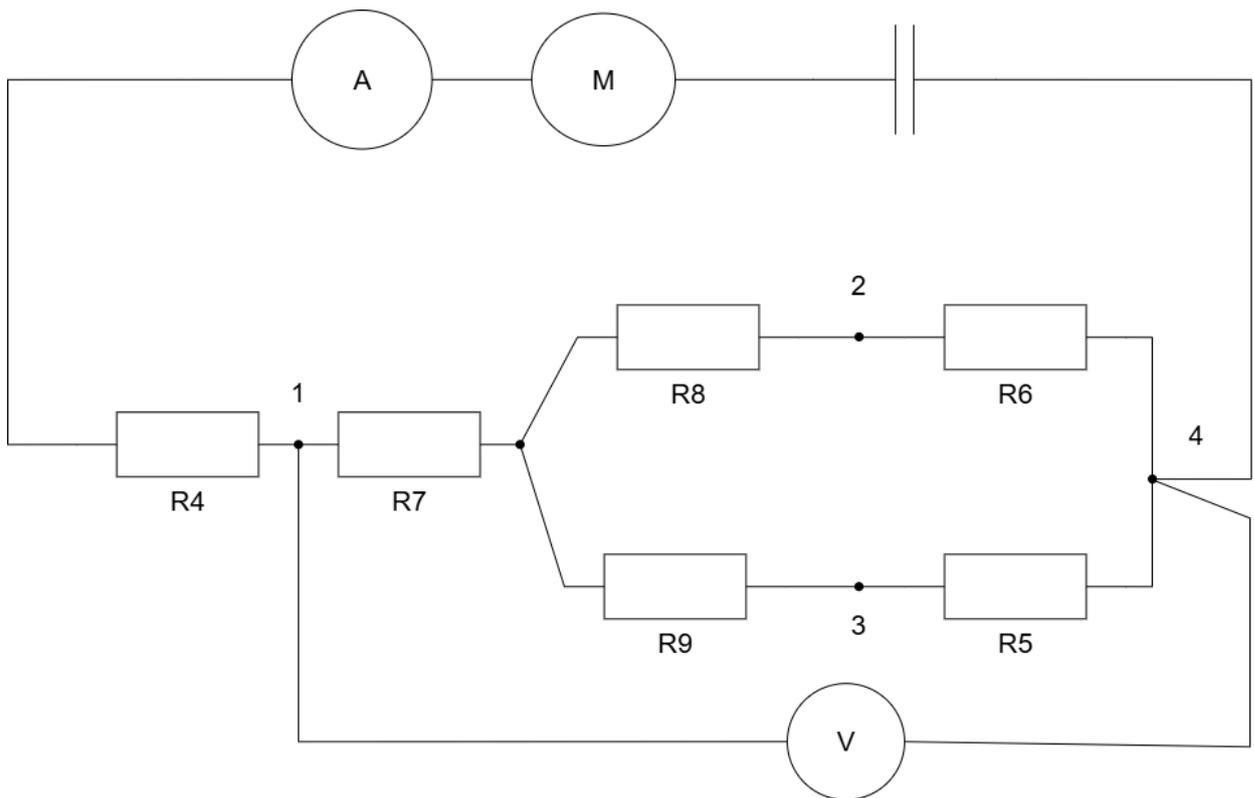
- Функция `pow()` вводит **нелинейное масштабирование**, чтобы обеспечить более гибкую настройку скорости вентилятора:
 - При низких уровнях освещённости скорость возрастает мягко.
 - При высоких уровнях освещённости скорость увеличивается быстрее.
- Это позволяет адаптировать работу вентилятора к реальным условиям, делая его более энергоэффективным и менее шумным.

Вопрос 3.

Электрическая принципиальная схема до преобразований выглядит следующим образом:



Для преобразования схемы необходимо выполнить преобразование треугольник-звезда, поэтому обозначим узлы номерами 1,2,3. Преобразуем схему и пересчитаем сопротивления резисторов.



$$R_7 = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{100 \times 300}{100 + 200 + 300} = 50 \text{ Ом}$$

$$R_8 = \frac{R_3 \times R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{200 \times 300}{100 + 200 + 300} = 100 \text{ Ом}$$

$$R_9 = \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{100 \times 200}{100 + 200 + 300} = 33,3333 \text{ Ом}$$

Теперь можно воспользоваться классическими правилами последовательного и параллельного соединения резисторов для расчета эквивалентного сопротивления цепи:

$$R_{\text{ЭКВ}} = R_{\text{МОТ}} + R_7 + R_4 + \frac{(R_8 + R_6) \times (R_5 + R_9)}{R_5 + R_6 + R_8 + R_9} = 1194 \text{ Ом}$$

Вопрос 4.

Найдем ток в цепи согласно закону Ома:

$$I = \frac{U}{R_{\text{ЭКВ}}} = \frac{4,8}{1194} \approx 4,02 \text{ мА}$$

Вопрос 5.

Эквивалентное сопротивление на участке цепи между узлами 1 и 4 (к ним подключен вольтметр V) равняется:

$$R_{\text{ЭКВ}14} = R_{\text{ЭКВ}} - R_{\text{МОТ}} - R_4 = 130 \text{ Ом}$$

Еще раз воспользуемся законом Ома:

$$U_V = I * R_{\text{ЭКВ}14} = 4.02 * 130 \approx 524 \text{ мВ}$$

Критерии оценки

Номер вопроса	Макс балл	Начисление баллов
1	3	Верно описано назначение фоторезистора: 1 балл. Верно описан принцип работы фоторезистора: 1 балл. Верно обосновано подключение нагрузки в виде резистора к фоторезистору: 1 балл.
2	10	Верно описана процедура инициализации переменных и их назначение: 2 балла Верно описана функция setup(): 1 балл Верно описана строка 20 – считывание показаний потенциометра: 2 балла Верно описано условие выбора режима работы системы: 1 балл Верно описано получение значения pwmValue, описана функция row(): 2 балл. Верно описано использование analogWrite и дано пояснение работы широтно-импульсной модуляции: 2 балла
3	7	Приведена верно перерисованная электрическая цепь: 2 балла. Правильно произведено преобразование треугольник-звезда, представлена правильная электрическая схема: 2 балла. Представлены формулы для пересчета сопротивлений треугольник-звезда: 1 балл. Приведена формула расчета эквивалентного сопротивления: 1 балл Расчеты верны, ответ получен: 1 балл
4	3	Приведена формула закона Ома: 1 балла. Для расчета использовано эквивалентное сопротивление цепи: 1 балл Расчеты верны, ответ получен: 1 балл
5	2	Записана правильно формула для вычисления V_1 : 1 балл. Получено верное значение V_1 : 1 балл.