Время выполнения заданий — 240 минут.

Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк.
Проверяться будет как сам ответ в бланке, так и черновики, по которым будет восстанавливаться логика получения результата.

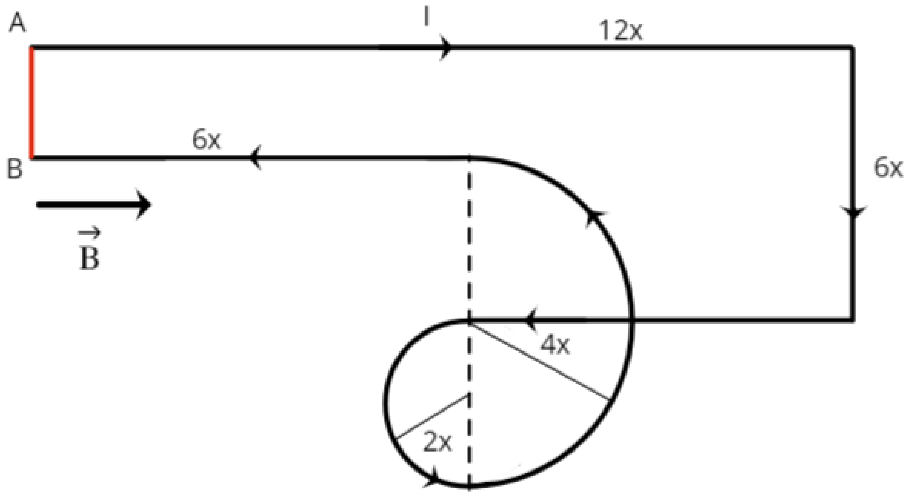
Максимальное количество баллов — 100.

Задача 1. В космическом вакууме в состоянии невесомости и покоя находятся 3 одинаковых сферических капли жидкого галлия, которые соприкасаются друг с другом. В некоторый момент времени происходит слияние двух капель из трех. Определите, с какой относительной скоростью начнут разлетаться получившаяся и третья оставшаяся капли, если считать, что после слияния у них остается только поступательная кинетическая энергия, а потерями на тепло можно пренебречь. Найдите, на сколько сократится скорость удаления капель после продолжительного времени. Исходный радиус капель R = 1 см, поверхностное натяжение σ = 0,74 Н/м, плотность жидкого галлия ρ = 6100 кг/м^3, гравитационная постоянная G=6.7·10^{-11}м^3/кг·с^2.

Задача 2. Юный экспериментатор решил исследовать КПД теплового двигателя, цикл которого состоит из трех процессов с постоянными теплоемкостями. В первом процессе работа газа совпадала с изменением внутренней энергии и была положительной, на втором была в 2 раза меньше изменения внутренней энергии и отрицательна, а на третьем участке равнялась нулю. Определите КПД данной тепловой машины, если в качестве рабочего тела цикла использовался гелий, а максимальная температура была в 9 раз больше минимальной.

Задача 3. Оптическая система состоит из трёх собирающих линз. Все линзы идеальные, параллельны друг другу, их оптические центры лежат на одной оси. Первая линза имеет фокусное расстояние $F_1 = 100$ мм. Вторая линза имеет фокусное расстояние $F_2 = 50$ мм, расположена на расстоянии 150 мм справа от первой линзы. Третья линза, называемая объективом, расположенная на расстоянии $L = 100$ мм справа от второй линзы, имеет фокусное расстояние $F_3 = 10$ мм. Слева на первую линзу падает два широких луча. Лучи и оптическая ось системы находятся в одной плоскости. Если принять, что оптическая ось системы ориентирована горизонтально, то первый луч падает сверху, образуя угол 2^o с оптической осью, а второй луч падает снизу под тем же углом к оптической оси. Экран, параллельный линзе объектива, может двигаться вдоль оптической оси. Его расположили справа от объектива, так что лучи фокусируются на его поверхности. При проведении эксперимента была случайно задета вторая линза, в результате чего её ось повернулась в плоскости лучей на 5^o по часовой стрелке относительно её центра, а сам её центр сместился в этой же плоскости на 2 мм вверх от оптической оси системы. Теперь положения экрана, в которых фокусируется первый и второй лучи, перестали совпадать. Найдите расстояние между этими положениями экрана.

Задача 4. На горизонтальном столе располагается жёсткая проволока, образующая показанный на рисунке контур от точки A до точки B; в точке самопересечения электрического контакта между двумя участками проволоки нет. Через проволоку пропускают ток I = 2 А. Определите минимальную величину магнитного поля B, которую необходимо направить вдоль поверхности стола в направлении, указанном на рисунке, чтобы проволока начала подниматься, поворачиваясь вокруг оси AB. Длина x в обозначении на рисунке равна 0,5 м, а участок проволоки длины x имеет массу m = 10 г. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с^2.



Задача 5. Прямой оптический кабель круглого сечения изготовлен из пластика с показателем преломления n = 1.5, окружён воздухом и имеет диаметр D = 1 мм. Источник света (светодиод), равномерно излучающий свет во все стороны, расположен на торце кабеля на его оси. Светодиод генерирует импульсы с частотой f 1 импульс в 0.1 микросекунду (f = 10 МГц), длительность импульсов составляет пол периода. На другом конце кабеля расположен фотоприёмник, который измеряет полную световую мощность, выходящую из кабеля. Для надёжной передачи данных сигнал на фотодетекторе должен представлять собой отдельные импульсы, не пересекающиеся друг с другом. Оцените, какова максимально возможная длина L такой линии связи? Ответ обоснуйте физической аргументацией. Считайте, что затуханием световой волны при распространении по пластику можно пренебречь, а боковая граница кабеля является идеально гладкой. При отражении луча света от внутренней поверхности кабеля под углом больше угла полного внутреннего отражения его интенсивность значительно падает.

11 класс. Решения.

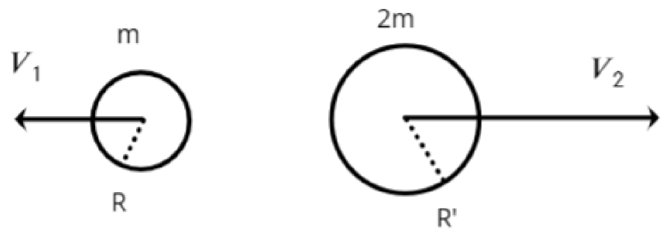
Каждая задача оценивается в 20 баллов, всего 5 задач, сумма баллов равна 100. Решение каждой задачи состоит из нескольких шагов, соответствующее разбиение по баллам приведено после решения каждой задачи.

Задача 1. Механика.

Условие (Лужнов Алексей Сергеевич) (20 баллов). В космическом вакууме в состоянии невесомости и покоя находятся 3 одинаковых сферических капли жидкого галлия, которые соприкасаются друг с другом. В некоторый момент времени происходит слияние двух капель из трех. Определите, с какой относительной скоростью начнут разлетаться получившаяся и третья оставшаяся капли, если считать, что после слияния у них остается только поступательная кинетическая энергия, а потерями на тепло можно пренебречь. Найдите, на сколько сократится скорость удаления капель после продолжительного времени. Исходный радиус капель R = 1 см, поверхностное натяжение σ = 0,74 Н/м, плотность жидкого галлия ρ = 6100 кг/м^3, гравитационная постоянная G=6.7·10^{-11}м^3/кг·с^2.

Решение:

1) Сделаем схематичный рисунок:



2) Из закона сохранения массы можно получить конечный радиус большого шарика:
$$2 \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho = \frac{4}{3}\pi R'^3 \cdot \rho$$
$$R' = \sqrt[3]{2}R$$
3) Теперь можем записать закон сохранения энергии:
$$E_{\text{натяжения}} = \sigma S$$
$$3 \cdot \sigma \cdot 4\pi R^2 + E_G = \sigma \cdot 4\pi R'^2 + \sigma \cdot 4\pi R^2 + \frac{mV_1^2}{2} + \frac{2mV_2^2}{2} + E_G$$
4) Также можем записать закон сохранения импульса:
$$0 = -mV_1 + 2mV_2$$
5) Из данных уравнений получаем:
$$V_2 = \sqrt{\frac{4\pi\sigma R^2\left(2 - 2^{\frac{2}{3}}\right)}{3m}} = \sqrt{\frac{\sigma\left(2 - 2^{\frac{2}{3}}\right)}{\rho R}} = 7{,}1\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

$$V_1 = 2\sqrt{\frac{\sigma\left(2-2^{\frac{2}{3}}\right)}{\rho R}} = 14{,}1\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

6) Также можем записать закон сохранения энергии к моменту, когда капельки улетят на максимальное расстояние друг от друга:

$$3\cdot\sigma\cdot 4\pi R^2 - 3\ \cdot\frac{3m^2G}{5R} = \ \sigma\cdot 4\pi R'^2 + \sigma\cdot 4\pi R^2 + \frac{mU_1^2}{2} + \frac{2mU_2^2}{2}$$

$$U_2 = \sqrt{\frac{4\pi\sigma R^2\left(2-2^{\frac{2}{3}}\right)}{3m} - \frac{9mG}{15R}} = \sqrt{\frac{\sigma\left(2-2^{\frac{2}{3}}\right)}{\rho R} - \frac{3mG}{5R}}$$

$$\Delta V_2 \approx 0{,}72\ \frac{\text{нм}}{\text{с}}$$

$$\Delta V_1 = 2\Delta V_2 \approx 1{,}45\ \frac{\text{нм}}{\text{с}}$$

Отметим, что поправка является малой по сравнению с самой величиной, поэтому коэффициент перед $\frac{m^2G}{R}$ не существенен.

Разбалловка

Определен радиус шарика после слияния	3 балла
Формула потенциальной энергии натяжения	2 балла
Записан закон сохранения энергии в момент слияния	4 балла
Записан закон сохранения импульса	2 балла
Получена скорость первого шарика	2 балла
Получена скорость второго шарика	2 балла
Записан закон сохранения энергии в момент максимального удаления	3 балла
Получено изменение относительной скорости с точностью по порядку	2 балла

Задача 2. Термодинамика.

Условие (Лужнов Алексей Сергеевич) (20 баллов). Юный экспериментатор решил исследовать КПД теплового двигателя, цикл которого состоит из трех процессов с постоянными теплоемкостями. В первом процессе работа газа совпадала с изменением внутренней энергии и была положительной, на втором была в 2 раза меньше изменения внутренней энергии и отрицательна, а на третьем участке равнялась нулю. Определите КПД данной тепловой машины, если в качестве рабочего тела цикла использовался гелий, а максимальная температура была в 9 раз больше минимальной.

Решение:

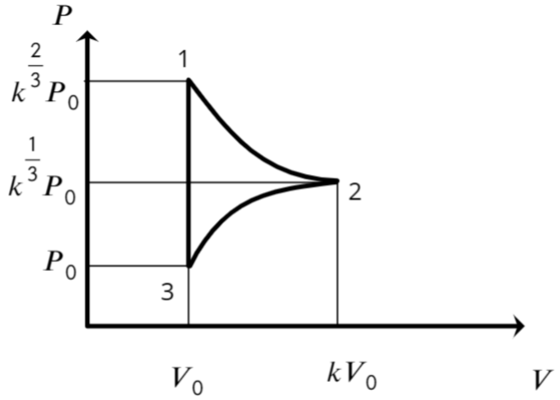
1) В начале попробуем связать между собой работу и изменение внутренней энергии через первый закон термодинамики и уравнение политропы:

$$PV^n = const$$
$$n = \frac{C - C_P}{C - C_V}$$
$$C = C_V - \frac{R}{n-1}$$
$$A = Q - \Delta U = C\Delta\mathrm{T} - \mathrm{C_V}\Delta\mathrm{T} = -\frac{\mathrm{R}\Delta\mathrm{T}}{n-1}$$

2) Теперь определим показатель политропы для первого и второго участка:

$$-\frac{\mathrm{R}\Delta\mathrm{T}}{n_{12}-1} = \mathrm{C_V}\Delta\mathrm{T} = \frac{3}{2}R\Delta\mathrm{T}$$
$$n_{12} = \frac{1}{3}$$
$$-\frac{\mathrm{R}\Delta\mathrm{T}}{n_{23}-1} = \frac{\mathrm{C_V}\Delta\mathrm{T}}{2} = \frac{3}{4}R\Delta\mathrm{T}$$
$$n_{23} = -\frac{1}{3}$$

3) Также отметим, что процесс 1-2 должен располагаться выше, поскольку работа на нем положительна и машина является двигателем, а не холодильником. Значит график процесса в PV-координатах будет иметь вид:



4) Не сложно заметить, что максимальная температура будет в состоянии 3, а минимальная в состоянии 2:

$$\frac{T_{max}}{T_{min}} = \frac{T_2}{T_3} = \frac{k^{\frac{1}{3}}P_0kV_0}{P_0V_0} = k^{\frac{4}{3}} = 9$$

$$k = 9^{\frac{3}{4}}$$

5) Теперь определим КПД данного цикла:

$$A = A_{12} + A_{23} = \frac{i}{2}R\Delta\mathrm{T}_{12} + \frac{1}{2}\cdot\frac{i}{2}R\Delta\mathrm{T}_{23} = \frac{3}{2}\left(k^{\frac{4}{3}}P_0V_0 - P_0V_0k^{\frac{2}{3}}\right) + \frac{3}{4}\left(P_0V_0 - k^{\frac{4}{3}}P_0V_0\right)$$
$$A = 3P_0V_0$$
$$Q = Q_{12} + Q_{31} = 2\Delta\mathrm{U}_{12} + \Delta\mathrm{U}_{31} = 3\left(k^{\frac{4}{3}}P_0V_0 - k^{\frac{2}{3}}P_0V_0\right) + 1{,}5\left(k^{\frac{2}{3}}P_0V_0 - P_0V_0\right)$$
$$Q = 21P_0V_0$$
$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

Разбалловка

Записан первый закон термодинамики	2 балла
Записано уравнение политропы	3 балла
Найдена зависимость для первого процесса	2 балла
Найдена зависимость для второго процесса	2 балла
Построен схематический график цикла	1 балл
Определена работа данного цикла	4 балла
Определена теплота данного цикла	4 балла
КПД цикла	2 балла

Задача 3. Оптика.

Условие (Галиуллин Арслан Анварович) (20 баллов). Оптическая система состоит из трёх собирающих линз. Все линзы идеальные, параллельны друг другу, их оптические центры лежат на одной оси. Первая линза имеет фокусное расстояние $F_1 = 100$ мм. Вторая линза имеет фокусное расстояние $F_2 = 50$ мм, расположена на расстоянии 150 мм справа от первой линзы. Третья линза, называемая объективом, расположенная на расстоянии $L = 100$ мм справа от второй линзы, имеет фокусное расстояние $F_3 = 10$ мм. Слева на первую линзу падает два широких луча. Лучи и оптическая ось системы находятся в одной плоскости. Если принять, что оптическая ось системы ориентирована горизонтально, то первый луч падает сверху, образуя угол 2° с оптической осью, а второй луч падает снизу под тем же углом к оптической оси. Экран, параллельный линзе объектива, может двигаться вдоль оптической оси. Его расположили справа от объектива, так что лучи фокусируются на его поверхности. При проведении эксперимента была случайно задета вторая линза, в результате чего её ось повернулась в плоскости лучей на 5° по часовой стрелке относительно её центра, а сам её центр сместился в этой же плоскости на 2 мм вверх от оптической оси системы. Теперь положения экрана, в которых фокусируется первый и второй лучи, перестали совпадать. Найдите расстояние между этими положениями экрана.

Решение:

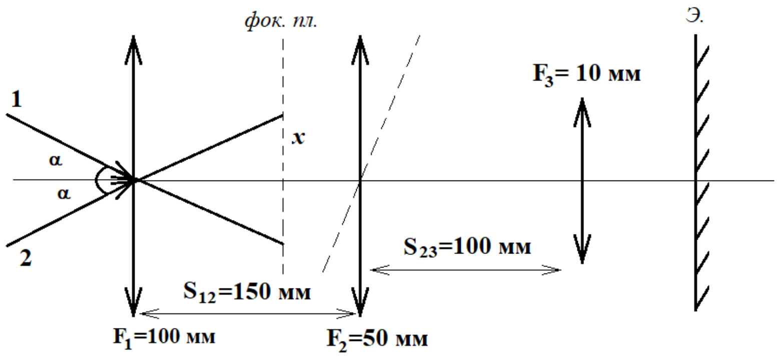


Рисунок 1.

Исходная картина (рис.1): лучи 1 и 2 падают под углом α на линзу 1 и фокусируется в фокальной плоскости на расстоянии x от оптической оси:

$x = \pm F_1 \cdot \mathrm{tg}\alpha \approx \pm F_1 \cdot \alpha$, (малые углы).

Эти изображения будем называть изображениями в первой линзе, они являются источниками для 2 линзы. Далее изображение от второй линзы источник для 3 линзы.

Обозначим величиной d обозначено расстояние от источника до второй линзы вдоль наклонной оптической оси, буквой h с учётом знака (смещение вверх относительно оптической оси с плюсом, вниз — с минусом) обозначена высота источника над наклонной оптической осью.

Если бы 2 линза не была повернута, то расстояние от получившихся точек x и $(-x)$ было бы одинаковым. Но в нашем случае $d(x) \neq d(-x)$ (рис.2).

Рассмотрим изменения положения 2 линзы. При движении и повороте второй линзы на $\beta = 5^\circ$ по часовой стрелке её оптическая ось перестала совпадать с исходной оптической осью системы и сдвинулась на $l = 2$ мм вверх.

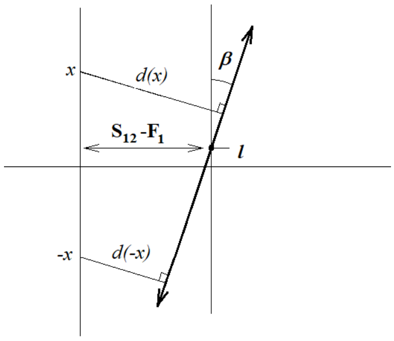


Рисунок 2

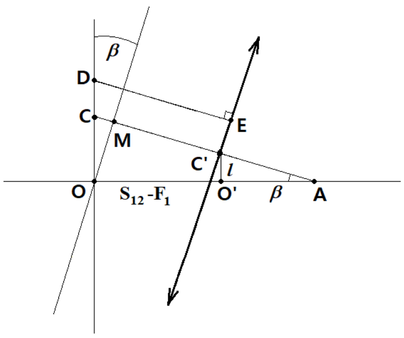


Рисунок 3

Более подробно надо найти DE .

$\triangle O'AC' \propto OAM$

$OA = S_{12} - F_1 + O'A$

$O'A = l\,\mathrm{ctg}\beta$

$AM = OA \cdot \cos\beta = MC' + C'A$

$C'A = l / \sin\beta$

$$MC' = \left(S_{12} - F_1 + l\mathrm{ctg}\beta\right)\cos\beta - \frac{l}{\sin\beta} =$$

$$= \left(S_{12} - F_1\right)\cos\beta + l\left(\frac{\cos\beta}{\sin\beta}\cdot\cos\beta - \frac{1}{\sin\beta}\right) =$$

$$= \left(S_{12} - F_1\right)\cos\beta - l\sin\beta$$

$CC' = MC' + MC, \quad MC = x\sin\beta$

$CC' = d(x) = \left(S_{12} - F_1\right)\cos\beta - (l - x)\sin\beta$ – расстояние от источников до 2 линзы вдоль оптической оси.

Вторая линза, с фокусным расстоянием $F_2 = 50$ мм, будет переводить эти два источника в изображение на расстоянии от своего центра вдоль оптической оси по формуле тонкой линзы 2 линза переведет эти источники в изображения по формуле линзы

$$d'(x)=\frac{d(x)F_2}{d(x)-F_2}$$

Высота этих изображений относительно наклонённой оптической оси будет выражаться через высоту источников света для второй линзы $h(x)=(x-l)\cos\beta$.

Высота изображения для 2 линзы: $h'(x)=h(x)\dfrac{d'(x)}{d(x)}=(x-l)\cos\beta\cdot\dfrac{F_2}{d(x)-F_2}$.

Эти изображения в свою очередь будут источниками для линзы объектива, и можно посчитать, на каком расстоянии от центра линзы объектива будут фокусироваться в итоге два луча. Для этого посчитаем расстояние от центра второй линзы до изображений в проекции на главную (ненаклонённую) оптическую ось:

Тогда расстояние от центра 2 линзы до изображения в проекции на главной оптической оси (исходную):

$d_0'(x)=d'(x)\cos\beta+h'(x)\sin\beta$.

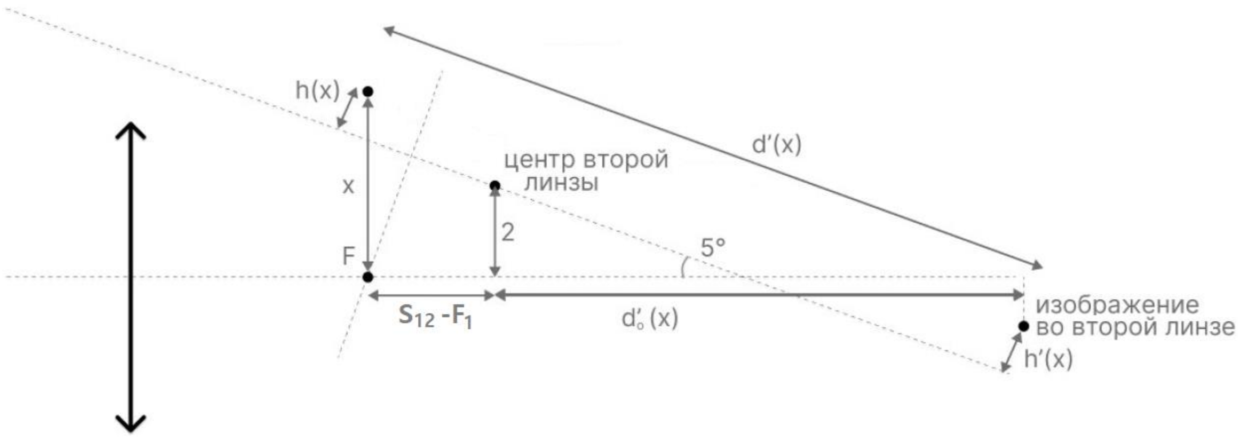


Рисунок 4

Здесь на рис.4 нарисовано изображение во второй линзе не в той конфигурации, в которой они находятся на самом деле. Изображение источников во второй линзе будут мнимыми, но данный рисунок позволяет верно и просто посчитать все зависимости, а мнимость-действительность изображений автоматически учтётся в формулах благодаря выбору разных знаков перед соответствующими величинами. Таким образом мы можем получить расстояние от третьей линзы до изображений, образованных этой третьей линзой

Расстояние от источника для 3 линзы до центра 3 линзы: $d_0''(x)=S_{23}-d_0'$.

Тогда расстояние от 3 линзы до изображения $d''=\dfrac{(S_{23}-d_0')\cdot F_3}{S_{23}-d_0'-F_3}$.

Для ответа на задачу необходимо посчитать расстояние между последними посчитанными изображениями: $d''(-x)-d''(x)$.

Для $x=F_1\alpha=3{,}49$ мм, $d=(150-100)\cos5^\circ-(2-3{,}49)\sin5^\circ=49{,}9396$ мм,

$d' = -41375,02$ мм, $h = 1,4849$ мм, $h' = -1230,2645$ мм,

$d'_0 = -41324,8$ мм, $d''_0 = 41424,8$ мм, $d'' = 10,0024$ мм.

Для $-x = -F_1\alpha = -3,49$ мм, $d = 49,33125$ мм,

$d' = -3688,3178$ мм, $h = -5,4697$ мм, $h' = 408,95$ мм,

$d'_0 = -3638,6403$ мм, $d''_0 = 3738,6403$ мм, $d'' = 10,0268$ мм.

$d''(-x) - d''(x) = 0,0244$ мм $\approx 24,4$ мкм.

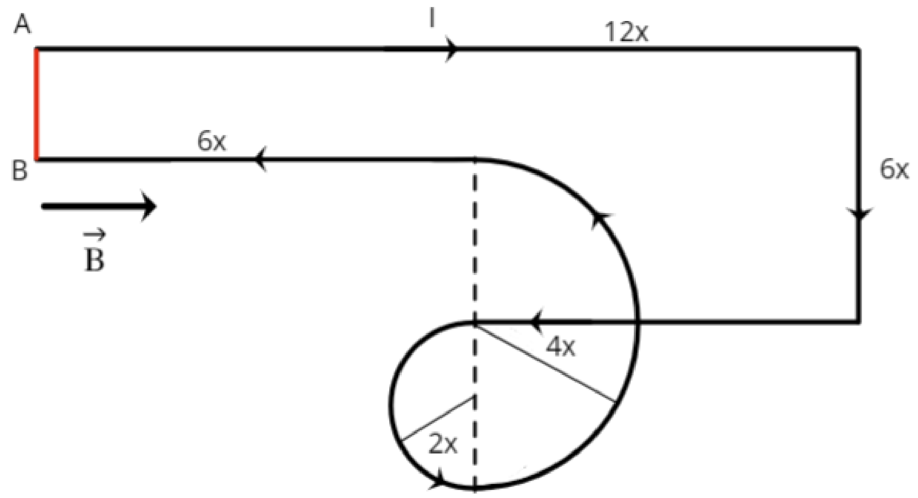
Эта величина сильно больше глубины резкости объектива, так что эксперимент следует остановить.

Разбалловка

Нарисована оптическая схема	2 балла
Посчитано, в каких точках располагается изображение каждого из пучков между двумя первыми линзами	3 балла
Посчитаны положения изображений лучей во второй линзы	По 3 балла за каждое из двух изображений
Посчитано расстояние вдоль оптической оси системы от изображений пучков во второй линзе до третьей линзы (точно или явно указано, что можно пренебречь наклоном из-за малых углов)	По 3 балла за каждое из двух изображений (из них по 1 баллу за каждое изображение, если не учтён наклон)
Посчитано расстояние между двумя изображениями в линзе объектива	2 балла
Дан ответ на задачу	1 балл

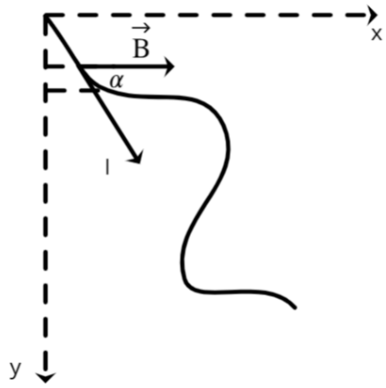
Задача 4. Электромагнетизм.

Условие (Лужнов Алексей Сергеевич) (20 баллов). На горизонтальном столе располагается жёсткая проволока, образующая показанный на рисунке контур от точки A до точки B; в точке самопересечения электрического контакта между двумя участками проволоки нет. Через проволоку пропускают ток I = 2 А. Определите минимальную величину магнитного поля B, которую необходимо направить вдоль поверхности стола в направлении, указанном на рисунке, чтобы проволока начала подниматься, поворачиваясь вокруг оси AB. Длина x в обозначении на рисунке равна 0,5 м, а участок проволоки длины x имеет массу m = 10 г. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с^2.



Решение:

1) Определим момент, который создает магнитное поле на произвольный проводник с током:



$$dM = dF \cdot x = dl \cdot I \cdot B \cdot \sin\alpha \cdot x = IBx \cdot dy = IBdS$$
$$M = IBS$$

Получается, что момент силы Ампера на проволоку вычисляется через площадь замкнутого контура.

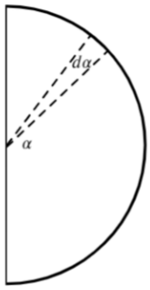
2) Также учтем, что направление тока в завитке противоположно, поэтому его площадь идет со знаком минус. Вычислим площадь замкнутого контура в задаче:

$$S' = 2x \cdot 12x + 6x \cdot 4x - \frac{\pi}{4}R^2 - \left(\frac{\pi}{4}R^2 + \frac{\pi}{2}r^2\right) = (48 - 10\pi)x^2$$

Магнитный момент составит:

$$\mathrm{M} = \mathrm{IBS}' = IB(48 - 10\pi)x^2$$

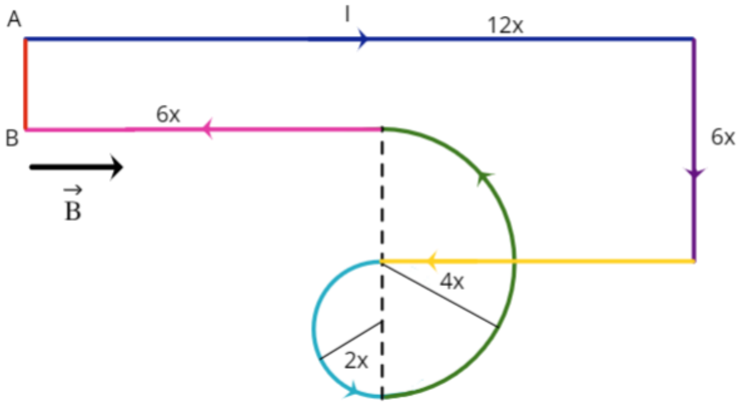
3) Теперь определим момент силы тяжести. Для этого необходимо вычислить центр масс полуокружности:



$$dm = \frac{m d\alpha}{\pi}$$

$$x_{\text{ц.м.}} = \frac{2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x dm}{m} = \frac{2R\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\alpha\, d\alpha}{\pi} = \frac{2R}{\pi}$$

4) Теперь вычислим момент силы тяжести, действующий на каждый из отдельных кусков:



$$M_g = 6x \cdot 12mg + 12x \cdot 6mg + 9x \cdot 6mg + \left(6x + \frac{8x}{\pi}\right) \cdot 4\pi mg +$$

$$+\left(6x - \frac{4x}{\pi}\right) \cdot 2\pi mg + 3x \cdot 6mg$$

$$M_g = (240 + 36\pi)xmg$$

5) Теперь определим вектор магнитной индукции из равенства моментов:

$$IB(48 + 2\pi)x^2 = (240 + 36\pi)xmg$$

$$B = \frac{(240 + 36\pi)mg}{I(48 - 10\pi)x} = 2{,}13 \text{ Тл}$$

Разбалловка

Выражение магнитного момента через площадь	5 баллов
Вычисление площади фигуры	2 балла
Вычисление момента силы тяжести для полуокружности	4 балла

Вычисление моментов силы тяжести для каждого из кусков	по 1 баллу за кусок (максимум 6)
Нахождение вектора магнитной индукции	3 балла

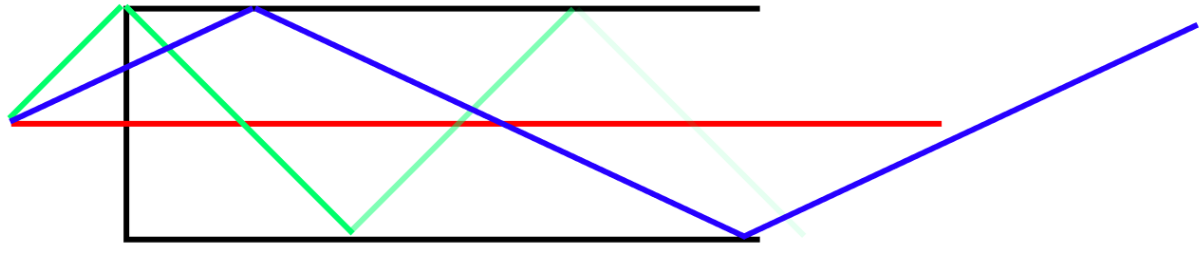
Задача 5. Оптика

Условие (Галиуллин Арслан Анварович) (20 баллов). Прямой оптический кабель круглого сечения изготовлен из пластика с показателем преломления n = 1.5, окружён воздухом и имеет диаметр D = 1 мм. Источник света (светодиод), равномерно излучающий свет во все стороны, расположен на торце кабеля на его оси. Светодиод генерирует импульсы с частотой f 1 импульс в 0.1 микросекунду (f = 10 МГц), длительность импульсов составляет пол периода. На другом конце кабеля расположен фотоприёмник, который измеряет полную световую мощность, выходящую из кабеля. Для надёжной передачи данных сигнал на фотодетекторе должен представлять собой отдельные импульсы, не пересекающиеся друг с другом. Оцените, какова максимально возможная длина L такой линии связи? Ответ обоснуйте физической аргументацией. Считайте, что затуханием световой волны при распространении по пластику можно пренебречь, а боковая граница кабеля является идеально гладкой. При отражении луча света от внутренней поверхности кабеля под углом больше угла полного внутреннего отражения его интенсивность значительно падает.

Решение: Рассмотрим все лучи, выходящие из светодиода, и входящие в оптический кабель. На рисунке изображены три принципиально разных луча — красный распространяется вдоль центра волокна и не испытывает отражений, зелёный луч отражается под углом больше угла полного отражения и относительно быстро затухает, синий луч отражается под углом полного внутреннего отражения и по условию задачи не испытывает затухания.

Основные причины, которые могут ограничивать пропускную способность кабеля:

1) Хроматическая дисперсия — короткий импульс расплывается во времени, так как он представляет собой сумму разных частот, которые распространяются с разной скоростью
2) Модальная дисперсия — один импульс светодиода приходит на детектор в течение времени большего длины импульса, так как он распространяется по разным геометрическим путям — первый сигнал придёт от красного луча, последний — от синего
3) Качество фотодетектора и источника — детектор по условию идеальный, а про источник света всё требуемое сказано



Посчитаем, за какое время до детектора дойдёт передний фронт импульса со светодиода от красного луча. Свет распространяется по кабелю со скоростью c/n. Значит этому лучу потребуется время ${t_f}^r = n\,L/c$, где c — скорость света, L — длина кабеля.

Посчитаем, за какое время до детектора дойдёт передний фронт импульса со светодиода от синего луча, распространяющегося под углом полного внутреннего отражения. Синему лучу потребуется время ${t_f}^b = n\,L'/c$, где из уравнения на угол полного внутреннего отражения $\sin\alpha = 1/n$ путь распространения синего луча $L' = L/\sin\alpha = L\,n$.

Таким образом, передний фронт импульса светодиода будет приходить на детектор в течение времени между ${t_f}^r$ и ${t_f}^b$.

Задний фронт придёт на фотодетектор соответственно в промежутке между ${t_b}^r = {t_f}^r +$ 0,05 мкс и ${t_b}^b = {t_f}^b + 0{,}05$ мкс.

При этом ${t_f}^r < {t_f}^b, {t_b}^r < {t_b}^b$

Для корректной передачи сигналов по кабелю по условии задачи требуется, чтобы передний фронт импульса от второго последовательного импульса светодиода не начал приходить в промежуток между ${t_f}^r$ и ${t_b}^b$, то есть пока на детектор приходит первый импульс.

Отсюда получается неравенство ${t_f}^r + 0{,}1$ мкс $> {t_b}^b$

$$n\,\frac{L}{c} + 0{,}1\text{ мкс} > n^2L/c + 0{,}05\text{ мкс}$$

$$\frac{L}{c}n(n-1) < 0{,}05\text{ мкс}$$

Отсюда получается условие на L:

$$L < \frac{c}{n(n-1)}0{,}05\text{ мкс} = 20\text{ м}$$

Вместо «точного» расчёта возможной длины кабеля после формулирования условия на время достижения лучей фотодетектора можно воспользоваться методом размерностей — после записи времени достижения фотодетектора лучами, распространяющимися под разными углами, видно, что ответ на задачу не зависит от диаметра кабеля — тогда из данных величин можно составить величину с размерностью длины одним способом — перемножить период сигнала на светодиоде на скорость света — в таком случае ответ получится равным 30 м, что даёт верную оценку возможной длины кабеля.

Разбалловка

Написано условие на угол полного внутреннего отражения	4 балла
Явно написано, что на длину кабеля имеется условие, связанное с временем достижения фотодетектора разных лучей от светодиода	6 баллов

Явно указано, какой луч, вышедший из светодиода в один момент времени, достигает детектора за наименьшее время	2 балла
Явно указано, какой луч, вышедший из светодиода в один момент времени, достигает детектора за наибольшее время	2 балла
Получено выражение для времени достижения фотодетектора для двух разных лучей — самого быстрого и самого медленного	2 балла
Сформулировано условие на непересечение сигналов на фотодетекторе от последовательных импульсов светодиода	2 балла
Получен верный ответ	2 балла