

**Критерии оценивания заданий заключительного этапа
по направлению «Экономика»**

Задания по направлению состояли только из инвариантной части. Для того, чтобы претендовать на статусы медалиста, дипломанта I, II, III степени, участникам необходимо набрать наибольшее число баллов за все задания.

Номер задания	Максимальный балл	Учёт в рейтинге по направлению
1	10	✓
2	10	✓
3	15	✓
4	15	✓
5	25	✓
6	25	✓

Задание № 1 (10 баллов)

В 2022–2023 годах экономика России выросла сильнее, чем это прогнозировалось. Одними из факторов называют введение ограничений на отток капитала и масштабное использование нефтяной ренты, в результате чего объем ликвидной части ФНБ существенно сократился.

(а) (5 баллов) Используя модель закрытой экономики $AD - AS$, покажите графически и объясните интуитивно, как расширение использования нефтяной ренты в экономике влияет на макроэкономическое равновесие в краткосрочном и долгосрочном периодах.

(б) (5 баллов) Используя модель малой открытой экономики $IS - LM - BP$ с несовершенной и низкой мобильностью капитала, покажите графически и объясните интуитивно, как экзогенное снижение оттока капитала влияет на макроэкономическое равновесие в краткосрочном периоде. Считайте, что в данной экономике поддерживается плавающий режим валютного курса.

Решение и критерий

(а)

2 балла - за корректный график $AD - AS$: сдвиг кривой совокупного спроса вправо вверх в результате увеличения государственных закупок (1 балл) и сдвиг кривой совокупного предложения влево вверх в результате роста инфляционных ожиданий и индексации номинальных заработных плат (1 балл); итог: общий



уровень цен увеличится и в краткосрочном, и в долгосрочном периодах; совокупный выпуск увеличится в краткосрочном периоде, в долгосрочном периоде вернется к потенциальному уровню выпуска. Внимание: вывод о возвращении к потенциальному уровню выпуска без логического объяснения не засчитывается.

3 балла - за корректную интуицию: нефтяная рента используется правительством для расширения государственных расходов (закупок и трансфертов), что трактуется как положительный шок совокупного спроса; в краткосрочном периоде, когда цены гибкие, а номинальные заработные платы жесткие, такой шок приводит к увеличению совокупного выпуска и росту общего уровня цен (**1 балл**); как только номинальные заработные платы становятся гибкими, работники требуют их повышения, так как наблюдают рост инфляции в экономике (**1 балл**); повышение номинальных заработных плат эквивалентно росту издержек производителей, в результате чего сокращается совокупное предложение (**1 балл**); совокупное предложение будет сокращаться до тех пор, пока экономика не достигнет долгосрочного равновесия, в котором ожидаемая инфляция совпадет с фактической; при этом совокупный выпуск вернется к своему потенциальному уровню.

(б)

Участник может отвечать на данный вопрос или (1) предположив, что шок оттока капитала меньше, чем мог бы быть; или (2) проанализировав шок притока капитала в требуемой модели. Ответ ниже написан для варианта (1).

3 балла за корректный график: экзогенный шок оттока капитала приводит к тому, что кривая BP сдвигается вправо вверх (**1 балл**). Так как в результате удешевления национальной валюты увеличивается чистый экспорт, кривые IS и BP сдвигаются вправо вниз до пересечения с кривой LM (**2 балла**). В новом краткосрочном равновесии увеличатся и ставка процента, и совокупный выпуск.

2 балла за корректную интуицию: Снижение оттока капитала (приток капитала) при прочих равных приводит к профициту платежного баланса (точка внутреннего равновесия лежит над новой кривой BP) (**1 балл**). В результате национальная валюта дорожает, что приводит к ухудшению счета текущих операций (**0,5 балла**). Чистый экспорт будет сокращаться до тех пор, пока платежный баланс не придет к равновесию (**0,5 балла**). В результате, кривые IS и BP сдвигаются влево. Равновесный совокупный выпуск сократится.



Задание № 2 (10 баллов)

Фуллстек-разработчик Φ обдумывает, не стоит ли застраховать (частично или полностью) свои средства, вложенные в инвестиционную компанию «Косинус», у конкурентной нейтральной к риску страховой компании, не имеющей операционных издержек. Предпочтения Φ представимы функцией ожидаемой полезности с элементарной функцией полезности вида $u(x) = e \cdot \ln \ln(x) - \pi$, где x – располагаемая денежная сумма (в денежных единицах), $e \approx 2,718$ – число Эйлера, $\pi \approx 3,142$ – величина, равная отношению длины окружности к её диаметру. Φ считает, что без страховки средства, вложенные в инвестиционную компанию «Косинус», равновероятно могут быть либо полностью потеряны, либо компания выполнит свои обязательства в полном объеме. Суммарные сбережения Φ составляют 95 денежных единиц (д.е.), из которых 64 д.е. ему должна компания «Косинус». Страховая компания единицу страхового покрытия (страховое покрытие – это сумма, которую страховая компания выплатит при наступлении страхового случая) продаёт по цене 0,5 д.е. При желании Φ может застраховать не всю потенциально теряемую сумму, а её часть.

Перед тем, как принять решение о страховании, Φ обратился за предварительной бесплатной консультацией к специалисту. Финансовый консультант, к которому обратился Φ , обещает за некоторую сумму точно сказать, вернёт ли компания «Косинус» 64 д.е. или же эти деньги будут полностью потеряны. Оплатить услуги консультанта можно после выплат компании «Косинус» или страховой компании. Какую максимальную сумму Φ готов заплатить за услуги финансового консультанта?

Решение

Φ рискофоб (строго несклонен к риску), т.к. $u'(x) > 0$, $u''(x) < 0$. Заметим, что для дальнейших расчетов можем использовать элементарную функцию полезности вида $u(x) = \ln x$, поскольку функция полезности, представляющая предпочтения индивида, не является единственной.

Рассмотрим сначала ситуацию, когда Φ обращается к страховой компании, не оплачивая информацию финансового консультанта.

Поскольку вероятность наступления страхового случая и стоимость единицы страхового покрытия равны, то страховка является актуарно справедливой.

При справедливой страховке индивид-рискофоб страхуется полностью (на всю величину потерь), а значит Φ , в случае обращения в страховую компанию, застрахует все 64 д.е. Следовательно, если Φ решит застраховать свои вложения в компанию «Косинус», то его богатство и при наступлении страхового случая, и в



условиях, когда «Косинус» вернёт ему деньги, составит $95 - 0,5 \cdot 64 = 63$. А значит ожидаемая полезность Φ составит $u(63) = \ln 63$.

Обращаясь за информацией к финансовому консультанту Φ полагает, что вероятностью 0,5 тот скажет ему, что с выплатами компании «Косинус» будет всё в порядке и Φ получит свои 64 д.е. В этом случае обращаться к страховой компании нет смысла. Соответственно, с вероятностью 0,5 выигрыш Φ составит $95 - q$, где q – это стоимость услуг финансового консультанта.

Φ с вероятностью 0,5 ожидает, что получит информацию, что «Косинус» не выполнит свои обязательства. Тогда Φ выгодно застраховать полностью свои вложения в компанию «Косинус». В этом случае его выигрыш составит $95 - 0,5 \cdot 64 - q = 63 - q$.

Таким образом, ожидаемая полезность в случае оплаты информации от финансового консультанта составит

$$0,5u(95 - q) + 0,5u(63 - q) = \ln \sqrt{(95 - q)(63 - q)}.$$

Максимальная цена услуг финансового консультанта, на которую согласится Φ , удовлетворяет соотношению: $\ln \sqrt{(95 - q)(63 - q)} = \ln 63$.

$$q^2 - 158q + 63 \cdot 32 = 0, \text{ откуда найдём } q = 14.$$

Критерий

1 балл – за любое верное определение оптимального размера страховки

2 балла – за определение богатства в случае удачного («Косинус» выполнит обязательства) и неудачного («Косинус» не выполнит обязательства) исходов при покупке страховки

1 балл - за определение полезности при покупке страховки

1 балл - за верную стратегию страхования при обращении к консультанту и получении дополнительной информации: не страховаться в случае удачного исхода, страховаться в случае неудачного исхода

1 балл - за определение богатства при обращении к консультанту в случае удачного исхода (с учетом стоимости услуг финансового консультанта)

1 балл - за определение богатства при обращении к консультанту в случае неудачного исхода (с учетом стоимости услуг финансового консультанта)

1 балл – за определение ожидаемой полезности при обращении к консультанту

1 балл – за верную идею уравнения/неравенства, позволяющего определить максимальную цену услуг финансового консультанта, на которую согласится Φ



1 балл - за получение верного значения цены услуг финансового консультанта

Не оцениваются:

- определение ожидаемого дохода
- определение ожидаемой полезности

в случае, когда Ф не предпринимает каких-либо действий (и не покупает страховку, и не обращается к услугам консультанта).

В случае, если размер страховки был определен неверно, но весь последующий ход решения правилен, снимается 1 балл. (Например, если для определения оптимального размера страховки применялось ограничение на размер безрискового богатства 31 д.е. Исходя из этой логики, оплата услуг консультанта становится вообще невозможной, т.к. в этом случае общие затраты на страхование и консультационные услуги превышают «располагаемую» сумму 31 д.е.).

Задание № 3 (15 баллов)

В конце декабря 2024 года в Банке России объяснили, что массовая раздача денег населению не сделает экономических агентов богаче, а лишь приведет к ускорению инфляции в экономике.

(а) (7 баллов) Используя известную Вам экономическую модель, объясните почему политика вертолетных денег не приведет к увеличению уровня жизни в долгосрочном периоде. Проиллюстрируйте Ваш ответ на соответствующей диаграмме.

(б) (8 баллов) Как Вы считаете, почему политика заморозки цен может быть неэффективной? Объясните, почему изменение ключевой ставки ЦБ приводит к изменению в склонности к сбережению домохозяйств? Всегда ли эффект однозначен с точки зрения воздействия на оптимальную траекторию потребления?

Решение и критерий

(а)

Внимание: отсутствие отсылки к конкретной экономической модели и опоры на нее при объяснении эквивалентно 0 баллов.

3 балла - за корректную иллюстрацию положительного шока денежной массы на диаграмме $AD - AS$ в долгосрочном периоде: из них **1 балл** за сдвиг кривой AD вправо вверх, **1 балл** за сдвиг $SRAS$ влево вверх, **1 балл** за начальное равновесие.

4 балла за корректную интуицию: из них **2 балла** за объяснение взаимосвязи политики вертолетных денег и денежной массы и последствий такой политики в краткосрочном периоде (внимание: правительство финансирует дефицит бюджета при помощи денежной эмиссии. Никто не раздает деньги домохозяйствам просто так!); **1 балл** за объяснение взаимосвязи между ростом инфляционных ожиданий и темпом прироста номинальной заработной платы; **1 балл** за



объяснение взаимосвязи между темпом прироста номинальной заработной платы и сокращением совокупного предложения.

Несмотря на то, что цель Банка России по инфляции остается неизменной с 2015 года, в последние годы инфляция в годовом выражении превышает установленный таргет. При этом Банк России отмечает неэффективность политики административного снижения цен (заморозки цен). Основным инструментом монетарной политики остается ключевая ставка процента и ее способность влиять на склонность к сбережению.

(б)

2 балла - за объяснение неэффективности политики заморозки цен: политика заморозки цен приведет к дефициту товаров и услуг на товарном рынке, недопроизводству вследствие того, что стимулы производителей сократятся из-за снижения рентабельности. Другие логичные объяснения так же принимаются.

2 балла - за объяснение того, что оптимальная динамика потребления задается уравнением Эйлера и зависит от соотношения ставки процента и субъективной нормы межвременных предпочтений, а также от того, какой эффект межвременного выбора доминирует: дохода или замещения.

1 балл - за объяснение того, что изменение ставки процента порождает эффект дохода (объяснить что это).

1 балл - за объяснение того, что изменение процентной ставки порождает эффект замещения (объяснить что что).

2 балла - за соображение о том, что помимо соотношения эффектов дохода и замещения имеет значение и то, кем является экономический агент: заемщиком или должником.

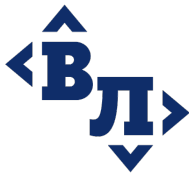
Задание № 4 (15 баллов)

Сотрудники «Синус», состоящей из двух отделов, работают над подготовкой проекта. Доход каждого отдела в денежных единицах (д.е.) зависит от того, какой объем усилий приложили сотрудники этого отдела (величина x_i , $i = 1, 2$), а также от совокупного результата деятельности всей компании (величина R), и может быть вычислен как $x_i R$. Каждый отдел стремится получить как можно больший доход от своей деятельности, при этом совокупный результат деятельности всей компании зависит от усилий ее отделов следующим образом: $R(x_1, x_2) = 18 - x_1 - x_2$.

Затраты каждого отдела на обеспечение деятельности над проектом фиксированы (не зависят от x_i) и равны одной д.е.

(а) Предположим, что работа над проектом осуществляется отделами одновременно и независимо. Каков будет совокупный доход обоих отделов?

(б) Предположим теперь, что один из руководителей компании рассматривает иной вариант взаимодействия между отделами при работе над проектом: сначала первый отдел принимает решение о том, какой объем усилий в работе над



проектом сотрудники будут предпринимать, и сообщают об этом сотрудникам второго отдела, после чего сотрудники второго отдела принимают решение о том, сколько усилий они затратят при работе над проектом. Как при этом изменится совокупный доход отделов по сравнению с взаимодействием между отделами, описанным в п (а))?

(в) Глава компании рассматривает возможность объединения ресурсов обоих отделов на время работы над проектом. Целью такой реструктуризации является получение наибольшего дохода. Такое перераспределение сотрудников приведет к тому, что фиксированные затраты каждого отдела вместо одной д.е. станут равны F д.е., где $F > 0$. Найдите все значения величины F , при которой объединение отделов окажется выгодным.

Решение и критерий

(а)

Задача отдела 1:

$$\pi_1 = x_1(18 - x_1 - x_2) - 1 \rightarrow \max_{x_1 \geq 0} . \quad 1 \text{ балл}$$

Во внутреннем решении выполнено условие первого порядка:

$$18 - 2x_1 - x_2 = 0 . \quad (\text{Условие второго порядка выполнено.}) \quad 1 \text{ балл}$$

Задача отдела 2:

$$\pi_2 = x_2(18 - x_1 - x_2) - 1 \rightarrow \max_{x_2 \geq 0} .$$

$$18 - x_1 - 2x_2 = 0 . \quad (\text{Условие второго порядка выполнено.})$$

$$\text{Отсюда найдем } x_1^* = x_2^* = 6 . \quad 1 \text{ балл}$$

$$\text{Выгода каждого отдела: } \pi_1^* = \pi_2^* = 6(18 - 12) - 1 = 35 . \quad 1 \text{ балл}$$

$$\text{Суммарная выгода } \pi_1^* + \pi_2^* = 70 . \quad 1 \text{ балл}$$

(б)

Здесь второй отдел выступает как последователь. Из условия первого порядка получим функцию реакцию (при положительном уровне усилий):

$$x_2 = \frac{18 - x_1}{2} = 9 - \frac{x_1}{2} . \quad 1 \text{ балл}$$

Подставляем реакцию отдела 2 в функцию выгоды отдела 1:



$$\pi_1 = x_1(18 - x_1 - (9 - x_1/2)) \rightarrow \max_{x_1 \geq 0}$$

Условие первого порядка для внутреннего решения:

$$18 - 2x_1 - 9 + x_1 = 0$$

$$\tilde{x}_1 = 9 \quad 1 \text{ балл}$$

Подставив в функцию реакции отдела 2 получим $\tilde{x}_2 = 4,5$ 1 балл

$$\tilde{\pi}_1 = 9(18 - 9 - 4,5) - 1 = 39,5$$

$$\tilde{\pi}_2 = 4,5(18 - 9 - 4,5) - 1 = 19,25$$

Суммарная выгода $\tilde{\pi}_1 + \tilde{\pi}_2 = 58,75 < \pi_1^* + \pi_2^* = 70$ 1 балл

Выиграть от такого изменения нельзя. 1 балл

(в)

Задача объединенных отделов:

$$\pi_1 + \pi_2 = (x_1 + x_2)(18 - x_1 - x_2) - 2 \cdot F \rightarrow \max_{x_1, x_2 \geq 0} \quad 1 \text{ балл}$$

Условия первого порядка для внутреннего решения имеют вид:

$$18 - 2(x_1 + x_2) = 0$$

$$\hat{x}_1 + \hat{x}_2 = 9 \quad 1 \text{ балл}$$

$$\hat{\pi}_1 + \hat{\pi}_2 = 9(18 - 9) - 2F = 81 - 2F \geq \pi_1^* + \pi_2^* = 70 \quad 1 \text{ балл}$$

Таким образом, отделы выгодно объединять при $F \leq 5,5$ 2 балл

Если в пункте (в) одна переменная без разумного объяснения, например, что предельные издержки одинаковые, поэтому распределение между отделами не имеет значения, то 2 балла за пункт (в).

Задание № 5 (25 баллов)



Рассмотрим экономику, равновесие в которой описывается следующими уравнениями:

1. Уравнение равновесия на товарном рынке (уравнение кривой IS)

$y = y^* - a(r - r^*)$, где y – натуральный логарифм выпуска; y^* – натуральный логарифм потенциального выпуска; a – положительный параметр; r – реальная ставка процента; r^* – постоянный естественный уровень ставки процента.

2. Правило проведения монетарной политики (уравнение кривой MP):

$i = r^* + \pi^* + b(\pi - \pi^*)$, где i – номинальная ставка процента, устанавливаемая центральным банком; π – темп инфляции; π^* – целевой уровень инфляции; $b > 1$ – параметр модели.

3. Кривая совокупного предложения

$\pi = \pi^e + c(y - y^*)$, где π^e – ожидаемая инфляция; c – положительный параметр.

Считайте, что реальная ставка процента, номинальная ставка и темп инфляции зависят друг от друга следующим образом: $r = i - \pi$

(а) (4 балла) Объясните с точки зрения экономической интуиции, почему в уравнении кривой IS выпуск отрицательно зависит от реальной ставки процента. Приведите ровно одно объяснение; если Вы приведёте больше одного объяснения – будет проверено только первое.

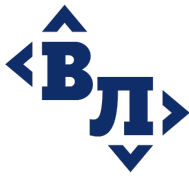
(б) (4 балла) Объясните с точки зрения экономической интуиции положительную зависимость номинальной ставки процента от темпа инфляции в уравнении правила проведения монетарной политики. Дайте экономическую интерпретацию тому факту, что $b > 1$.

(в) (4 балла) Назовём кривой совокупного спроса AD кривую, описывающую все возможные комбинации выпуска и темпа инфляции, соответствующие равновесию товарного рынка, в котором центральный банк устанавливает номинальную ставку процента по описанному выше правилу. Выведите уравнение кривой AD .

(г) (4 балла) Положительный или отрицательный наклон имеет кривая AD , построенная в координатах $(y; \pi)$? Объясните ответ на данный вопрос с точки зрения экономической интуиции.

(д) (4 балла) Пусть $\pi^e = \pi^*$. Определите уровень инфляции, выпуск и реальную ставку процента в равновесии в данной модели. Проиллюстрируйте равновесие графически в координатах $(y; \pi)$; $(y; r)$.

(е) (5 баллов) Как изменятся равновесные значения выпуска, инфляции и реальной ставки процента при увеличении уровня инфляционных ожиданий (при неизменном значении π^*)? Проиллюстрируйте ответ графически в координатах $(y; \pi)$; $(y; r)$. и объясните последствия увеличения инфляционных ожиданий с точки зрения экономической интуиции.



Решение и критерий

(а)

3 балла - увеличение ставки процента изменяет стимулы фирм: растут стимулы вкладываться в финансовые активы и уменьшаются стимулы вкладываться в реальные активы, поэтому сокращается инвестиционный спрос.

1 балл - сокращение инвестиций приводит к сокращению выпуска.

(б)

2 балла - Центральный банк реагирует на увеличение инфляции проведением сдерживающей монетарной политики для сглаживания роста инфляции, поэтому $b > 0$

2 балла - для того, чтобы политика была контрциклической, ЦБ поднимает номинальную ставку сильнее, чем растёт инфляция, за счёт чего растёт реальная ставка и оказывается сдерживающий эффект на экономику, т.е. сдерживается рост инфляции.

(в)

Выпишем систему уравнений IS-MP:

$\{IS: y = y^* - a(r - r^*) \quad MP: i = r^* + \pi^* + b(\pi - \pi^*) - 1 \text{ балл}$ за запись системы

Учитывая, что $r = i - \pi$, решив данную систему относительно выпуска, получим искомое уравнение AD:

$y = y^* - a(b - 1)(\pi - \pi^*) - 3 \text{ балла}$; при ошибке в расчётах - **2 балла** из 3-х

(г)

1 балл - $\frac{\partial y}{\partial \pi} = -a(b - 1) < 0$, т.е. наклон будет отрицательным.

3 балла - при увеличении инфляции центральный банк будет повышать номинальную ставку процента так, что реальная ставка процента упадёт, поэтому инвестиции уменьшатся и выпуск уменьшится.

(д)

Равновесные значения выпуска и инфляции можно найти из решения следующей системы уравнений:

$$\{AD: y = y^* - a(b - 1)(\pi - \pi^*) \quad AS: \pi = \pi^e + c(y - y^*) \quad \pi^e = \pi^*\}$$

Решая систему, получаем, что

$$(y - y^*)(1 + ac(b - 1)) = 0$$

Откуда получаем, что $y = y^*$; $\pi = \pi^*$ - **1 балл**

Подставив в IS, получим, что $r = r^*$ - **1 балл**

Графики:

IS-MP в координатах $(y; r)$ - **1 балл**

AD-AS в координатах $(y; \pi)$ - **1 балл**

(е)

2 балла - кривая AS сдвинется вверх в координатах $(y; \pi)$, поэтому равновесный выпуск упадёт, равновесный уровень инфляции вырастет.

1 балл - вследствие роста инфляции кривая MP сдвинется вверх в координатах $(y; r)$.



2 балла - рост инфляционных ожиданий приводит к сокращению совокупного предложения и росту инфляции. Центральный банк реагирует на рост инфляции увеличением номинальной ставки процента так, что реальная ставка процента растёт, вследствие чего инвестиции падают и равновесный выпуск падает (что отражается движением вдоль кривых MP и AD).

Задание № 6 (25 баллов)

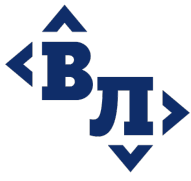
Рассмотрите экономику с двумя потребителями (А и В) и одним производителем. Предпочтения потребителей представимы дифференцируемыми и возрастающими по каждому благу функциями полезности $u^k(l^k, c^k)$, где c^k - стоимость потребления потребителя k , l^k - время на отдых потребителя k , $k = A, B$. Предпочтения потребителей выпуклы. В экономике нет начального запаса потребительского блага. Каждый потребитель владеет начальным запасом времени $\bar{L}$, который распределяет между отдыхом и работой.

Производительность потребителя А отличается в γ раз от производительности потребителя В, $\gamma > 0$. В общем виде производственная функция записывается следующим образом: $c = f(\gamma L^A, L^B)$, где c - это стоимость произведенной продукции (ту же величину тратят в сумме потребители в равновесии), L^A - объем затрачиваемого труда потребителя А (временные единицы), L^B - объем затрачиваемого труда потребителя В. Производственная функция дифференцируема и вогнута. Обозначим заработную плату за каждую временную единицу потребителя А через w^A , а для потребителя В стоимость временной единицы труда составляет w^B . Фирмой полностью владеет потребитель А.

Все экономические агенты воспринимают цены как заданные.

(а) Будет ли внутреннее равновесное по Вальрасу распределение (когда все компоненты распределения положительны) без вмешательства государства оптимальным по Парето?

(б) Предположим, государство рассматривает потребителя А, владеющего фирмой, как «богатого» и анализирует последствия введения налога на весь доход (сумму трудового и не трудового доходов) потребителя А. В рамках этого подхода потребитель А выплачивает в качестве налога долю дохода τ , $0 < \tau < 1$. Налоговые сборы полностью выплачиваются потребителю В. Как отразится указанная мера на общественном благосостоянии в равновесии по Вальрасу? Считайте, что после введенных мер равновесное распределение осталось внутренним.



(в) Альтернативой государственной политике, описанной в пункте (б), является налогообложение только нетрудового дохода потребителя А. В этом случае потребитель А выплачивает в качестве налога долю прибыли τ . Налоговые сборы полностью передаются потребителю В. Как изменится ответ на вопрос пункта (б)? Объясните причину изменений. Считайте, что после введенных мер равновесное распределение осталось внутренним.

(г) Пусть предпочтения потребителей представимы функциями полезности: $u^A(c^A, l^A) = 0,5 \ln(c^A) + 0,5 \ln(l^A)$ и $u^B(c^B, l^B) = \lg(c^B) + \lg(l^B)$, где $\ln(\cdot)$ - натуральный логарифм, $\lg(\cdot)$ - десятичный логарифм. Предположим, технология описывается производственной функцией следующего вида: $c = 2\sqrt{\gamma L^A + L^B}$, а в экономике введена схема перераспределения доходов, описанная в пункте (в). Может ли равновесное распределение быть граничным (когда по крайней мере одна из компонент равновесного распределения равна нулю)? Найдите равновесные значения w^A и w^B . Как зависят равновесные цены от величины параметра γ ?

Решение

(а)

Если предпочтения таковы, что в любой окрестности любого набора найдется лучший, то по первой теореме общественного благосостояния равновесное распределение оптимально по Парето. Поскольку функция полезности возрастает по каждому благу, то предпосылка первой теоремы выполнена, равновесное распределение оптимально по Парето.

В этом можно убедиться, сравнив дифференциальные характеристики решений задач экономических агентов (в работе не требовалось!).

Задача фирмы записывается следующим образом:
$$\begin{cases} c - w^A L^A - w^B L^B \rightarrow \max_{c, L^A, L^B \geq 0} \\ c = f(\gamma L^A, L^B) \end{cases}, \text{ откуда}$$

$f(\gamma L^A, L^B) - w^A L^A - w^B L^B \rightarrow \max_{L^A, L^B \geq 0}$. Условие первого порядка для внутреннего решения по L^A имеет вид: $MP_{L^A}(\gamma L^A, L^B) - w^A = 0$, откуда $MP_{L^A}(\gamma L^A, L^B) = w^A$, где $MP_{L^A}(\gamma L^A, L^B)$ - предельный продукт L^A . Аналогично, условие первого порядка для внутреннего решения по L^B может быть записано в виде: $MP_{L^B}(\gamma L^A, L^B) = w^B$. Поскольку производственная функция вогнута, условия первого порядка задачи фирмы являются не только необходимыми, но и достаточными.



Рассмотрим теперь задачу потребителя k , $k = A, B$:

$$\begin{cases} u^k(c^k, l^k) \rightarrow \max_{c^k, l^k, L^k \geq 0} \\ c^k \leq w^k L^k + \theta^k \pi(w^A, w^B), \text{ где } \pi(w^A, w^B) - \text{прибыль фирмы, } \theta^A = 1, \theta^B = 0. \end{cases}$$
 Поскольку потребитель распределяет свое время между работой и отдыхом, то бюджетное ограничение может быть записано через l^k . Таким образом, задача потребителя k , $k = A, B$, имеет вид:

$$\begin{cases} u^k(c^k, l^k) \rightarrow \max_{c^k, l^k \geq 0} \\ w^k l^k + c^k \leq w^k \bar{L} + \theta^k \pi(w^A, w^B). \end{cases}$$
 Поскольку предпочтения строго монотонны (функция полезности возрастает по каждому благу), дифференциальная характеристика внутреннего решения задачи потребителя k имеет следующий вид: $MRS_{l^k c^k}^k = w^k$. Поскольку предпочтения потребителей строго монотонны и выпуклы, дифференциальная характеристика внутреннего решения является не только необходимым, но и достаточным условием для внутреннего решения задачи потребителя. Другими словами, если внутренний набор на бюджетной линии удовлетворяет указанному условию, то такой набор в рассматриваемом случае является решением задачи потребителя.

Сопоставляя дифференциальные характеристики решений задачи фирмы и потребителей, получим, что в равновесии $MRS_{l^k c^k}^k = MP_{L^k}^k$, $k = A, B$.

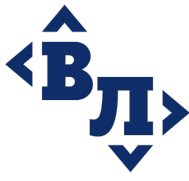
Равновесное распределение допустимо. Таким образом, для допустимого распределения выполнены дифференциальные характеристики внутреннего оптимального по Парето распределения. Поскольку предпочтения строго монотонны и выпуклы, производственная функция вогнута, то дифференциальные характеристики являются достаточным условием для внутреннего Парето-оптимального распределения.

Равновесное распределение является оптимальным по Парето.

(б)

Дифференциальные характеристики внутреннего решения задачи фирмы не изменятся по сравнению с пунктом (а). По-прежнему, $MP_{L^A}^A = w^A$ и $MP_{L^B}^B = w^B$.

По аналогии с пунктом (а), рассмотрим теперь задачу потребителя А, который выплачивает в виде налога долю дохода τ :



$$\begin{cases} u^A(l^A, c^A) \rightarrow \max_{c^A, l^A, L^A \geq 0} \\ c^A \leq (1-\tau)(w^A L^A + \pi(w^A, w^B)), \end{cases}$$
 где $\pi(w^A, w^B)$ - прибыль фирмы. Поскольку потребитель распределяет свое время между работой и отдыхом, то, как в пункте (а), бюджетное ограничение может быть записано через l^A . Таким образом, задача потребителя А имеет вид:

$$\begin{cases} u^A(l^A, c^A) \rightarrow \max_{c^A, l^A \geq 0} \\ (1-\tau)w^A l^A + c^A \leq (1-\tau)(w^A \bar{L} + \pi(w^A, w^B)). \end{cases}$$

Предпочтения потребителя строго монотонны. Таким образом, дифференциальная характеристика внутреннего решения задачи потребителя имеет вид: $MRS_{l^A c^A}^A = (1-\tau)w^A$. Следовательно, в равновесном распределении $MRS_{l^A c^A}^A \neq MP_{L^A}$. Поскольку нарушено необходимое условие для внутреннего Парето-оптимального распределения, то равновесное распределение не является оптимальным по Парето.

В этом случае можно перераспределить блага таким допустимым образом, чтобы по крайней мере одному из потребителей стало лучше, а другому не хуже.

(в)

Дифференциальные характеристики внутреннего решения задачи фирмы не изменятся по сравнению с пунктами (а) и (б). По-прежнему, $MP_{L^A} = w^A$ и $MP_{L^B} = w^B$.

Теперь задача потребителя А, выплачивающего долю τ от прибыли фирмы в виде налоговых сборов, имеет следующий вид:

$$\begin{cases} u^A(c^A, l^A) \rightarrow \max_{c^A, l^A, L^A \geq 0} \\ c^A \leq w^A L^A + (1-\tau)\pi(w^A, w^B), \end{cases}$$
 где $\pi(w^A, w^B)$ - прибыль фирмы. Как и выше, бюджетное ограничение может быть записано через l^A :

$$\begin{cases} u^A(c^A, l^A) \rightarrow \max_{c^A, l^A \geq 0} \\ w^A l^A + c^A \leq w^A \bar{L} + (1-\tau)\pi(w^A, w^B). \end{cases}$$

Предпочтения потребителя строго монотонны. Это означает, что дифференциальная характеристика внутреннего решения задачи потребителя будет записана так же, как в пункте (а): $MRS_{l^A c^A}^A = w^A$. Как и в пункте (а), поскольку предпочтения выпуклы, то внутренний набор на бюджетной линии, удовлетворяющий указанному условию, является решением задачи потребителя.



Другими словами, указанное условие является не только необходимым, но и достаточным для внутреннего решения задачи потребителя.

Аналогично запишем задачу потребителя В с учётом получаемой субсидии:

$$\begin{cases} u^B(c^B, l^B) \rightarrow \max_{c^B, l^B, L^B \geq 0} \\ c^B \leq w^B L^B + \tau\pi(w^A, w^B). \end{cases}$$

Записав бюджетное ограничение через l^B , получим:

$$\begin{cases} u^B(c^B, l^B) \rightarrow \max_{c^B, l^B \geq 0} \\ w^B l^B + c^B \leq w^B \bar{L} + \tau\pi(w^A, w^B). \end{cases}$$

По аналогии с задачей потребителя А, дифференциальная характеристика внутреннего решения задачи потребителя имеет вид $MRS_{l^B c^B}^B = w^B$ и является не только необходимым, но и достаточным условием для внутреннего решения задачи потребителя

Из сопоставления дифференциальных характеристик решений задачи фирмы и потребителей, получим, что внутреннее равновесное распределение удовлетворяет условиям: $MRS_{l^k c^k}^k = MP_{L^k}$, $k = A, B$.

Равновесное распределение допустимо и удовлетворяет дифференциальным характеристикам внутреннего оптимального по Парето распределения. Поскольку предпочтения строго монотонны и выпуклы, производственная функция вогнута, то дифференциальные характеристики являются достаточным условием для внутреннего Парето-оптимального распределения.

Таким образом, внутреннее равновесное распределение является оптимальным по Парето.

Ситуация в пункте (в) аналогична ситуации, когда изначально заданы ненулевые доли владения фирмой для каждого потребителя. Перераспределяется только нетрудовой доход, что не влияет на пропорцию рыночного обмена.

Тогда как у пункте (б), когда был введен налог и на трудовой доход, цена труда была искажена по сравнению с тем, что предлагал бы рынок.

(г)

$$\begin{cases} c - w^A L^A - w^B L^B \rightarrow \max_{L^A, L^B \geq 0} \\ c = 2\sqrt{\gamma L^A + L^B} \end{cases}, \text{ откуда}$$

$$2\sqrt{\gamma L^A + L^B} - w^A L^A - w^B L^B \rightarrow \max_{L^A, L^B \geq 0}.$$

Запишем условия первого порядка задачи фирмы.



Условие первого порядка по L^A : $\frac{\gamma}{\sqrt{\gamma L^A + L^B}} - w^A \leq 0$ и $\frac{\gamma}{\sqrt{\gamma L^A + L^B}} - w^A = 0$, если $L^A > 0$.

Условие первого порядка по L^B : $\frac{1}{\sqrt{\gamma L^A + L^B}} - w^B \leq 0$ и $\frac{1}{\sqrt{\gamma L^A + L^B}} - w^B = 0$, если $L^B > 0$.

Поскольку производственная функция вогнута, условия первого порядка являются необходимыми и достаточными.

Рассмотрим сначала внутреннее решение.

Условие первого порядка для внутреннего решения по L^A имеет вид:

$\frac{\gamma}{\sqrt{\gamma L^A + L^B}} - w^A = 0$. Аналогично, условие первого порядка по L^B для внутреннего

решения имеет вид: $\frac{1}{\sqrt{\gamma L^A + L^B}} - w^B = 0$. Таким образом, если решение внутреннее,

то значит цены в равновесии соотносятся следующим образом: $w^A = \gamma w^B$. При таких ценах фирме всё равно сколько трудового времени покупать у каждого потребителя.

Из условия $\frac{1}{\sqrt{\gamma L^A + L^B}} - w^B = 0$ найдем $c = 2\sqrt{\gamma L^A + L^B} = \frac{2}{w^B}$ или же $c = 2\sqrt{\gamma L^A + L^B} = \frac{2\gamma}{w^A}$.

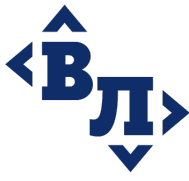
Стоимость купленных факторов составляет $w^A L^A + w^B L^B = \gamma w^B L^A + w^B L^B = w^B (\gamma L^A + L^B) = \frac{1}{w^B}$. Тогда прибыль фирмы равна $\frac{1}{w^B} = \frac{\gamma}{w^A}$.

Функция полезности $u(l^A, c^A) = \alpha \ln c^A + (1 - \alpha) \ln l^A$, представляющая предпочтения, не единственна. Можем записать функцию полезности в следующем виде $u(l^A, c^A) = \alpha \ln c^A + (1 - \alpha) \ln l^A = \ln(c^A)^\alpha (l^A)^{1-\alpha}$. Следовательно, предпочтения

потребителя А представимы функцией Кобба-Дугласа вида $v(l^A, c^A) = (c^A)^\alpha (l^A)^{1-\alpha}$,

где по условию $\alpha = 1 - \alpha = 0,5$, поскольку эта функция ранжирует наборы так же,

как заданная в условии функция $u(l^A, c^A)$. Аналогичные рассуждения верны для потребителя В. Следовательно, записывая решения задач потребителей, можно воспользоваться известными функциями спроса для предпочтений, представимых функцией Кобба-Дугласа.



Рассмотрим задачу потребителя А:

$$\begin{cases} (c^A)^\alpha (l^A)^{1-\alpha} \rightarrow \max_{c^A, l^A \geq 0} \\ w^A l^A + c^A \leq w^A \bar{L} + (1-\tau)\pi(w^A) \end{cases}$$

Тогда функции спроса потребителя А:

$$c^A(w^A) = \alpha(w^A \bar{L} + (1-\tau)\pi(w^A)) = \alpha \left(w^A \bar{L} + (1-\tau) \frac{\gamma}{w^A} \right)$$

$$l^A(w^A) = \frac{(1-\alpha)(w^A \bar{L} + (1-\tau)\pi(w^A))}{w^A} = \frac{(1-\alpha) \left(w^A \bar{L} + (1-\tau) \frac{\gamma}{w^A} \right)}{w^A} = (1-\alpha) \left(\bar{L} + \frac{(1-\tau)\gamma}{(w^A)^2} \right) \text{ при } l^A \leq \bar{L}.$$

Аналогично, запишем задачу потребителя В

$$\begin{cases} (c^B)^\beta (l^B)^{1-\beta} \rightarrow \max_{c^B, l^B \geq 0} \\ w^B l^B + c^B \leq w^B \bar{L} + \tau\pi(w^B) \end{cases}$$

И функции спроса потребителя В имеют вид:

$$c^B(w^B) = \beta(w^B \bar{L} + \tau\pi(w^B)) = \beta \left(w^B \bar{L} + \tau \frac{\gamma}{w^B} \right) = \beta \left(\frac{w^A}{\gamma} \bar{L} + \tau \frac{\gamma}{w^A} \right),$$

$$l^B(w^B) = \frac{(1-\beta)(w^B \bar{L} + \tau\pi(w^B))}{w^B} = \frac{(1-\beta) \left(w^B \bar{L} + \tau \frac{\gamma}{w^B} \right)}{w^B} = (1-\beta) \left(\bar{L} + \frac{\tau}{(w^B)^2} \right) \text{ при } l^B \leq \bar{L}.$$

Уравновесим рынок потребительского блага при $\alpha = \beta = 0,5$:

$$\alpha \left(w^A \bar{L} + (1-\tau) \frac{\gamma}{w^A} \right) + \beta \left(\frac{w^A}{\gamma} \bar{L} + \tau \frac{\gamma}{w^A} \right) = \frac{2\gamma}{w^A}.$$

Отсюда найдем $w^A = \gamma \sqrt{\frac{3}{(1+\gamma)\bar{L}}}$, соответственно $w^B = \sqrt{\frac{3}{(1+\gamma)\bar{L}}}$. Таким образом, с ростом гамма в равновесии зарплата потребителей А возрастает, а потребителей В – снижается.

Граничные равновесия



Существует ли решение задачи фирмы, в котором выпуск фирмы нулевой? Если бы фирма ничего не производила и, соответственно, не использовала время на труд, то её прибыль была бы равна 0. Предположим, фирма затратит $\varepsilon > 0$ временных единиц труда потребителя В. Тогда выпуск фирмы составит $2\sqrt{\varepsilon}$, а прибыль $2\sqrt{\varepsilon} - w^B \varepsilon$. При $0 < \varepsilon < (2/w^B)^2$ прибыль фирмы больше нуля. Таким образом, у фирмы всегда есть возможность обеспечить себе положительную прибыль (не утверждается, что приведённый вариант – это решение задачи фирмы). Следовательно, фирма всегда будет производить положительный объем продукции и предъявлять ненулевой спрос на труд, но необязательно одновременно и на труд потребителей А, и на труд потребителей В.

При положительной прибыли доход у обоих потребителей положительный (А – владелец фирмы, В получает долю прибыли в виде субсидии). Если хотя бы одна из переменных l^k и/или c^k , $k = A, B$, была бы равна нулю, то полезность потребителя k была бы равна нулю. Но при положительном доходе потребители, предъявляя положительный спрос на потребительское благо и времена на отдых, могут получить положительную полезность. Следовательно, набор, дающий нулевую полезность, точно не является решением.

Вернемся к анализу поведения фирмы. Хотя, как уже отмечалось, фирма точно будет производить положительный объем продукции, возможно, что она будет использовать время на труд только одного из потребителей. Это означает, что необходимо рассмотреть два случая - $L^A = 0$ или $L^B = 0$.

Если $L^A = 0$, то условие первого порядка по L^A задачи фирмы имеет вид:

$\frac{\gamma}{\sqrt{\gamma L^A + L^B}} - w^A \leq 0$, откуда $\frac{1}{\sqrt{\gamma L^A + L^B}} \leq \frac{w^A}{\gamma}$. Тогда условие первого порядка потребителя В должно быть выполнено как равенство (поскольку спрос на труд

потребителя В должен быть положителен): $\frac{1}{\sqrt{\gamma L^A + L^B}} = w^B$. Следовательно, такая

ситуация возможна при $w^A \geq \gamma w^B$. При $w^A \geq \gamma w^B$ из условия первого порядка по L^B

задачи фирмы, с учётом $L^A = 0$, найдем объем спроса, предъявляемого фирмой на

труд потребителя В: $L^B(w^B) = \frac{1}{(w^B)^2}$. Прибыль фирмы составит $\pi(w^B) = \frac{1}{w^B}$. Далее воспользуемся условиями сбалансированности по времени потребителя В, на время которого предъявляет спрос фирма, и условием сбалансированности по



времени потребителя А (с учётом, что его время на отдых составляет $\bar{L}$), чтобы найти окончательные соотношения цен.

Если предположить, что в решении задачи фирмы $L^B = 0$ и $L^A > 0$, то из условий первого порядка задачи фирмы получим $w^A \leq \gamma w^B$. Далее для вывода окончательных соотношений необходимо воспользоваться условиями сбалансированности по времени каждого потребителя с учетом того, что потребитель В отдыхать будет $\bar{L}$.

Критерий

(а) 4 балла - равновесное распределение является оптимальным по Парето (либо за ссылку на первую теорему благосостояния (с верными предпосылками), либо за аналитическое доказательство).

(б) 6 баллов

2 балла - задача потребителя.

2 балла - дифференциальная характеристика задач потребителей.

1 балл - дифференциальная характеристика задачи фирмы.

1 балл - верный вывод на основании аргументации.

(в) 5 баллов

1 балл - задача потребителя (изменение бюджетного ограничения).

1 балл - дифференциальная характеристика задач потребителей (как изменилась по сравнению с предыдущим пунктом).

1 балл - дифференциальная характеристика задачи фирмы (ничего не изменилось по сравнению с предыдущим пунктом).

1 балл - верный вывод на основании аргументации.

1 балл - интерпретация результата.

(г) 10 баллов

3 балла - решение задачи потребителя.

2 балла - решение задачи фирмы.

2 балла - условия уравниваемости рынков.

1 балл - равновесные цены для внутреннего равновесия.



2 балла - анализ ситуации, когда равновесное распределение не является внутренним.