

Международная олимпиада молодежи – 2025

Заполняется членами жюри. Пометки участников не допускаются!

Ш И Ф Р	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10	Итого баллов
	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 13	Max 13	Max 16	Max 16	Max 100

МАТЕМАТИКА

11 класс

Вариант 1

Время выполнения заданий – 180 минут

Максимальная оценка – 100 баллов

1. В задачах первого блока №№ 1-6 необходимо привести лишь ответ. Свободное место на странице можно использовать в качестве черновика. Дополнительные записи, помимо ответа, на оценку по этим задачам не повлияют.

2. Решения задач второго блока №№ 7-8 необходимо записать в виде ответа и подробной схемы решения с перечислением всех ключевых утверждений и шагов доказательства.

3. В задачах третьего блока №№ 9-10 необходимо привести полное решение: ответ (если предполагается) и полное доказательство. Без доказательства задача будет считаться нерешённой даже при наличии верного ответа.

Задача 1.

В начале января Катя вместе с коллегами создала группу для решения задач по математике. Они много учились, и поэтому каждый месяц решали вдвое больше задач, чем в предыдущем. К концу июня того же года группа решила в общей сложности 1134 задачи. Сколько задач группа решила в январе?

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 2.

Куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ расположен в пространственной системе координат следующим образом: $A(0, 0, 0)$, $B(100, 0, 0)$, $C(100, 100, 0)$, $C_1(100, 100, 100)$. На каком наибольшем целочисленном расстоянии можно разместить на рёбрах куба две точки?

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 3.

На велосипедном треке Антон, Боря и Вова стартовали одновременно с постоянными скоростями и первый раз вместе встретились в точке старта, когда проехали соответственно 3, 4 и 5 кругов. Тренировка закончилась, когда Вова проехал ровно 30 кругов. Сколько раз (не считая начальный, но считая конечный момент) на тренировке возникал момент, когда в одной точке встречались хотя бы два велосипедиста?

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 4.

При скольких различных целых значениях параметра b квадратное уравнение $x^2 + bx + 2023 = 0$ имеет два различных целых корня?

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 5.

Аня взвесила на напольных весах себя, затем своего кота, затем себя вместе с котом. Получила результаты 25,800 кг, 4,700 кг и 29,400 кг соответственно. Для какого наименьшего веса X можно утверждать, что весы хотя бы раз выдали результат, отличающийся не меньше чем на X от правильного? Выразите ответ в граммах, если он не целый – округлите вниз до ближайшего целого числа.

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 6.

В казино игрок бросает 10-гранную и 20-гранную кости (на гранях костей стоят числа от 1 до 10 и от 1 до 20 соответственно, все грани выпадают равновероятно). Если на 20-гранной кости выпало число меньшее, чем на 10-гранной, то выигрыш игрока – это число, выпавшее на 10-гранной кости, минус число на 20-гранной кости, иначе выигрыш равен 0. Найдите математическое ожидание выигрыша, умножьте его на 1000, округлите вниз до ближайшего целого и запишите в качестве ответа.

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 7.

Треугольник ABC – равнобедренный, $AB = BC$. Длины медианы и высоты из вершины A равны $\sqrt{\frac{5 + \sqrt{3}}{2}}$ и $\sqrt{5 - \sqrt{3}}$ соответственно. Найдите все значения, которые при этих условиях может принимать длина стороны AC .

Ответ: _____

(13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 8.

В выражении $(2 + \sqrt{3})^{4444}$ раскрыли скобки и привели подобные слагаемые, получили запись вида $a + b\sqrt{3}$, где a и b – целые числа. Найдите остаток при делении b на 10.

Ответ: _____

(13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 9.

По координатной плоскости в течение минуты движутся с постоянными векторами скоростей точки A, B, C . Точка A всю минуту имела координаты $(0, 0)$, B – в начале $(12, 4)$, в конце $(16, 4)$; точка C в начале имела координаты $(-39, -10)$, в конце $(63, 22)$. Сколько раз за эту минуту (включая начальный и конечный моменты) площадь треугольника ABC была целой?

(16 баллов)

В этой задаче требуется привести полное доказательство:

Задача 10.

Любопытному Васе родители купили не очень точные напольные весы. Вася взвесил на них себя, своего кота и свою бабушку, порознь и во всех возможных сочетаниях, и получил следующие результаты (см. таблицу):

Вася	29,560 кг
Кот	4,250 кг
Бабушка	81,750 кг
Вася и Кот	33,440 кг
Вася и Бабушка	111,040 кг
Кот и Бабушка	86,160 кг
Вася, Кот и Бабушка	115,500 кг

Для какого наибольшего веса X можно утверждать, что хотя бы раз показания весов отличались от истинного веса не менее чем на X ? Ответ выразите в граммах, если число не целое – округлите вниз до ближайшего целого. *Подсказка: пятая задача умышленно дана, чтобы помочь разобраться в сюжете, но десятая задача гораздо сложнее пятой.*

(16 баллов)

В этой задаче требуется привести полное доказательство: