

Вопрос **Инфо**

Добрый день, уважаемые участники!

Если ответ в заданиях предполагает дробное число, вы можете использовать в ответе точку или запятую — система учтёт любой из указанных символов.

Удачи!

Вопрос **1**

Балл: 10

Найдите $\det \exp(A)$, где $A = \begin{pmatrix} \ln 3 & \ln 3 & \ln 4 \\ \ln 5 & \ln 6 & \ln 7 \\ \ln 8 & \ln 9 & \ln 10 \end{pmatrix}$. Здесь $\exp A$ — матричная экспонента, $\det$ — определитель.

Ответ:

Правильный ответ: 180

Вопрос **2**

Балл: 10

Для каждого действительного числа a рассмотрим поверхность, заданную уравнением

$$x^2 + y^2 = az^2 + (1 - a).$$

Сколько различных негомеоморфных поверхностей получается при различных значениях параметра a ?

Ответ:

Правильный ответ: 4

Вопрос 3

Балл: 10

Какое максимальное число векторов в $\mathbb{R}^4$ можно провести, чтобы попарные углы между любыми двумя векторами были тупые?

Ответ:

Правильный ответ: 5

Вопрос 4

Балл: 10

Обозначим через G подгруппу $GL_3(\mathbb{R})$ сохраняющую множество векторов вида $\{(a_1, a_2, a_3) | a_1^2 = a_2^2 = a_3^2 = 1\}$. Сколько элементов содержит G ?

Ответ:

Правильный ответ: 48

Вопрос 5

Балл: 10

Пусть $g(u, v) = f(\sin u + v + 1, e^u + (v + 1)^2)$. Предположим, что известны следующие значения (f_x, f_y, g_u — это частные производные по соответствующим переменным):

	f	g	f_x	f_y
$(0, 0)$	3	6	4	8
$(1, 2)$	6	3	2	5

Найдите $g_u(0, 0)$.

Ответ:

Правильный ответ: 7

Вопрос 6

Балл: 10

Обозначим через C_a окружность на комплексной плоскости

$$\left| z - \frac{3}{2} \right| = a, \quad a \in \mathbb{R}, a \neq \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$$

с ориентацией против часовой стрелки. Найдите максимальное значение

$$\left| 2\pi i \int_{C_a} \frac{dz}{z^4(z-2)} \right|,$$

по всевозможным контурам C_a .

Ответ:

Правильный ответ: $\pi^2/4$

Вопрос 7

Балл: 10

Рассмотрим систему линейных уравнений

$$\begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = k \\ x + y + kz = k^2 \end{cases}.$$

Сколько существует значений параметра k таких, что система не имеет решений?

Ответ:

Правильный ответ: 1

Вопрос 8

Балл: 10

Найдите минимальное целое a такое, что ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\ln n)^{2024}}{2024 \cdot n^a}$$

сходится.

Ответ:

Правильный ответ: 2

Вопрос 9

Балл: 10

Будем подбрасывать монету, пока не получим два раза подряд орёл. Найдите математическое ожидание числа бросков.

Ответ:

Правильный ответ: 6

Вопрос 10

Балл: 10

Сколько решений имеет уравнение $x^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 1 & 8 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ в группе S_8 ?

Ответ:

Правильный ответ: 4