

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАНИЙ
ПО НАПРАВЛЕНИЮ «ФИЗИКА»
ДЛЯ 10 КЛАССА

Время выполнения заданий – 120 минут.
Максимальное количество баллов – 100.

Задача 1

Тело падает с некоторой высоты без начальной скорости. В некоторый момент времени оно оказалось на высоте h над землей, а спустя интервал времени Δt – на высоте $h/2$. С какой высоты H падало тело?

Решение.

Зная, что тело движется равноускоренно, найдем его скорость на высоте h :

$$h - \frac{h}{2} = v_0 \Delta t + \frac{g \Delta t^2}{2}$$
$$v_0 = \frac{h}{2 \Delta t} - \frac{g \Delta t}{2} = \frac{h - g \Delta t^2}{2 \Delta t}$$

По закону сохранения механической энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh'$$

Здесь h' - высота над точкой h .

$$h' = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(h - g \Delta t^2)^2}{8g \Delta t^2}$$

Соответственно, для получения искомой высоты, к полученному значению нужно прибавить известную высоту h .

Ответ: $H = h + \frac{(h - g \Delta t^2)^2}{8g \Delta t^2}$ (15 баллов).

Задача 2

Период колебаний математического маятника длины l , находящегося на поверхности Земли, составляет T . На какую длину Δl нужно изменить длину математического маятника (и как – увеличить или уменьшить), чтобы на высоте H , период его колебаний остался неизменным?

Решение. Период колебаний математического маятника: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Ускорение свободного падения на поверхности Земли: $g_3 = \frac{G}{M_3 R_3^2}$, где G – гравитационная постоянная, M_3 – масса Земли, R_3 – радиус Земли. На высоте H , период колебаний маятника будет составлять, соответственно, $T_H = 2\pi\sqrt{\frac{l_H M_3 (H+R_3)^2}{G}}$, где $l_H = l + \Delta l$ – длина маятника. Согласно условию:

$$2\pi\sqrt{\frac{l M_3 R_3^2}{G}} = 2\pi\sqrt{\frac{(l + \Delta l) M_3 (H + R_3)^2}{G}}$$

$$l R_3^2 = (l + \Delta l) (H + R_3)^2$$

$$\frac{l + \Delta l}{l} = \frac{R_3^2}{(H + R_3)^2} \rightarrow \Delta l = l \left(\frac{R_3^2}{(H + R_3)^2} - 1 \right)$$

Очевидно, что $\frac{R_3^2}{(H+R_3)^2} < 1$, таким образом, Δl имеет отрицательное значение, значит, для искомого условия, нужно уменьшить длину нити на $\Delta l = l \left(1 - \frac{R_3^2}{(H+R_3)^2} \right)$

Ответ: Уменьшить на $\Delta l = l \left(1 - \frac{R_3^2}{(H+R_3)^2} \right)$ (20 баллов).

Задача 3

В герметичный калориметр, содержащий водяной пар, имеющий массу $m_{\text{п}}$ и температуру $t_{\text{п}}$, равную 100°C, добавили некоторое количество льда температуры $t_{\text{л}}$. Какова масса льда $m_{\text{л}}$, если после установления теплового равновесия температура содержимого калориметра равнялась 0°C? Табличные значения физических величин считать известными.

Решение. После установления теплового равновесия, содержимое калориметра может находиться в состоянии и в виде льда, и в виде воды, и в виде смеси. Для ответа на вопрос необходимо рассмотреть два крайних состояния – когда все содержимое калориметра полностью перешло в лед или полностью перешло в воду, таким образом можно оценить возможный диапазон масс добавленного в калориметр льда.

Рассмотрим случай, когда все содержимое калориметра перешло в лед.

$$m_{\text{п}}L + m_{\text{п}}c_{\text{в}}(t_{\text{п}} - t_0) + m_{\text{п}}\lambda = m_{\text{л}}c_{\text{л}}(t_0 - t_{\text{л}})$$

Здесь λ – удельная теплота плавления льда, L – удельная теплота парообразования воды, $c_{\text{в}}$ и $c_{\text{л}}$ – удельные теплоемкости воды и льда, соответственно.

Во втором случае, когда все содержимое калориметра перешло в воду, справедливо:

$$m_{\text{п}}L + m_{\text{п}}c_{\text{в}}(t_{\text{п}} - t_0) = m_{\text{л}}c_{\text{л}}(t_0 - t_{\text{л}}) + m_{\text{л}}\lambda$$

Таким образом, масса льда варьируется в диапазоне:

$$\frac{m_{\text{п}}(L + c_{\text{в}}(t_{\text{п}} - t_0))}{c_{\text{л}}(t_0 - t_{\text{л}}) + \lambda} \leq m_{\text{л}} \leq \frac{m_{\text{п}}(L + \lambda + c_{\text{в}}(t_{\text{п}} - t_0))}{c_{\text{л}}(t_0 - t_{\text{л}})}$$

Ответ:

$$\frac{m_n(L+c_b(t_n-t_0))}{c_l(t_0-t_l)+\lambda} \leq m_l \leq \frac{m_n(L+\lambda+c_b(t_n-t_0))}{c_l(t_0-t_l)} \quad (20 \text{ баллов}).$$

Задача 4

Студент-физик, живущий в общежитии, все хозяйственные дела откладывает на конец недели, в частности, одежду он гладит по субботам строго в одно и то же время при одних и тех же внешних условиях. Каждый раз он гладит одно и то же количество одинаковой одежды, регулярно затрачивая на это одинаковое количество времени.

Студент знает устройство утюга и понимает принцип работы встроенного терморегулятора. Студент давно выучил, что лампочка на утюге загорается ровно на одну минуту с интервалом в восемь минут.

В очередную субботу студент внезапно обнаружил, что лампочка утюга загоралась на три минуты с интервалом в девять минут. Этих данных оказалось достаточно, чтобы оценить, во сколько раз упало напряжение в сети, предположив, что мощность потери теплоты поверхностью утюга одинакова как во включенном, так и в выключенном состоянии.

Решение.

В условии задачи полностью описан цикл работы утюга: он нагревается до рабочей температуры за определенное время (лампочка горит) t_0 , при ее достижении отключается (срабатывает терморегулятор, лампочка перестает гореть). Спустя интервал времени T_0 , в процессе которого происходит отдача тепла поверхностью утюга до первоначальной температуры, вновь включается, и лампочка снова загорается.

За время нагревания утюг получает теплоту: $Q = \frac{U^2}{R} \Delta t$, где U – напряжение в сети, R – сопротивление нагревательного элемента утюга, Δt – интервал времени, в течение которого утюг включен. В нашем случае, соответственно:

$$Q = \frac{U_0^2}{R} t_0$$

Согласно условию, мощность тепловых потерь утюга одинакова как во включенном, так и в выключенном состоянии:

$$Q = P_n(t_0 + T_0)$$

Процесс является циклическим, на него не влияют никакие внешние условия, таким образом, справедливы следующие соотношения:

$$\frac{U_0^2}{R} t_0 = P_n(t_0 + T_0)$$

$$\frac{U_1^2}{R} t_1 = P_n(t_1 + T_1)$$

$$U_1^2 = U_0^2 \frac{t_0}{(t_0 + T_0)} \frac{(t_1 + T_1)}{t_1}$$

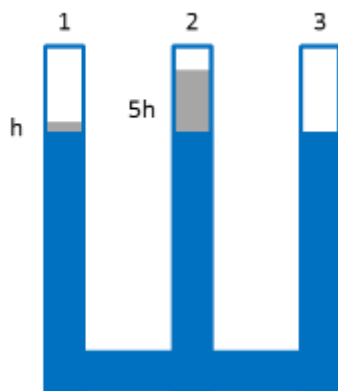
Подставляя указанные в условии значения времени, имеем:

$$\frac{U_1}{U_0} = \sqrt{\frac{t_0}{(t_0 + T_0)} \frac{(t_1 + T_1)}{t_1}} = \sqrt{\frac{1}{(1 + 8)} \frac{(3 + 9)}{3}}$$

$$\frac{U_1}{U_0} = \frac{2}{3}$$

Ответ: Мощность в сети упала в 1,5 раза. (20 баллов).

Задача 5



В три одинаковых сообщающихся цилиндрических сосуда налито некоторое количество воды. Поверх воды в первый и второй сосуды (они перенумерованы, как это указано на рисунке) аккуратно наливают слой масла толщиной h и $5h$ так, что ни из одного сосуда вода не вытесняется маслом полностью. Известно, что плотность масла ρ_M меньше плотности воды ρ_B .

Насколько изменился уровень жидкости в каждом сосуде по сравнению с первоначальным положением после установления равновесия?

Решение.

Исходя из закона сообщающихся сосудов, давление масла некоторой толщины h_M равняется давлению воды эквивалентной толщины h_B : $p = \rho_M g h_M = \rho_B g h_B \rightarrow h_B = \frac{\rho_M h_M}{\rho_B}$

В нашем случае наливание в систему слоя масла толщиной $6h$ (в первый и второй сосуды) эквивалентно толщине воды $h_B = \frac{6\rho_M h}{\rho_B}$

Такое количество воды распределилось бы равномерно по всем трем сосудам – однако в третьем сосуде находится только вода (т.к. масло туда попасть не может согласно условию). Соответственно, уровень воды в нем поднимется на:

$$\Delta h_3 = \frac{6\rho_M h}{3\rho_B} = 2 \frac{\rho_M h}{\rho_B}$$

А давление в жидкости около дна сосуда возрастет на:

$$\Delta p_3 = \rho_B g \Delta h_3 = 2\rho_M g h$$

В первом сосуде слой масла толщиной h обеспечивает дополнительное давление $\Delta p_1 = \rho_M g h$. То есть, для увеличения давления около дна сосуда на $2\rho_M g h$, в первый сосуд должна войти вода, дающая увеличение давления на: $2\rho_M g h - \rho_M g h$. А именно, слой воды толщиной $\frac{\rho_M}{\rho_B} h$.

Таким образом, уровень жидкости в первом сосуде увеличился на:

$$\Delta h_1 = h + \frac{\rho_M}{\rho_B} h = h \left(1 + \frac{\rho_M}{\rho_B}\right)$$

Аналогично, во втором сосуде появился слой масла толщиной $5h$, дополнительное давление которого: $\Delta p_2 = 5\rho_M g h$. Чтобы давление около дна сосуда возросло на $2\rho_M g h$, из него должна уйти вода толщиной $3 \frac{\rho_M}{\rho_B} h$.

Уровень воды во втором сосуде поднимается на величину:

$$\Delta h_2 = 5h - 3 \frac{\rho_M}{\rho_B} h = h \left(5 - 3 \frac{\rho_M}{\rho_B} \right)$$

Проверим с учетом того, что сумма подъемов во всех сосудах должна составить исходные $6h$:

$$\Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 = h \left(1 + \frac{\rho_M}{\rho_B} \right) + h \left(5 - 3 \frac{\rho_M}{\rho_B} \right) + 2 \frac{\rho_M}{\rho_B} h = 6h$$

Ответ: в первом сосуде – на $h \left(1 + \frac{\rho_M}{\rho_B} \right)$, во втором – на $h \left(5 - 3 \frac{\rho_M}{\rho_B} \right)$, в третьем – на $2 \frac{\rho_M}{\rho_B} h$. **(25 баллов).**