Международная олимпиада молодёжи – 2021

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАНИЙ
ПО НАПРАВЛЕНИЮ «ФИЗИКА»
для 10 класса

Время выполнения заданий – 120 минут
Максимальное количество баллов – 100

Задача 1

Тело падает с некоторой высоты без начальной скорости. В некоторый момент времени оно оказалось на высоте h над землей, а спустя интервал времени Δt – на высоте $h/2$. С какой высоты H падало тело?

Решение.

Зная, что тело движется равноускоренно, найдем его скорость на высоте h:

$$h - \frac{h}{2} = v_o \Delta t + \frac{g\Delta t^2}{2}$$

$$v_o = \frac{h}{2\Delta t} - \frac{g\Delta t}{2} = \frac{h - g\Delta t^2}{2\Delta t}$$

По закону сохранения механической энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh'$$

Здесь h' - высота над точкой h.

$$h' = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(h - g\Delta t^2)^2}{8g\Delta t^2}$$

Соответственно, для получения искомой высоты, к полученному значению нужно прибавить известную высоту h.

Ответ: $H = h + \frac{(h-g\Delta t^2)^2}{8g\Delta t^2}$ **(15 баллов).**

Задача 2

Период колебаний математического маятника длины l, находящегося на поверхности Земли, составляет T. На какую длину Δl нужно изменить длину математического маятника(и как – увеличить или уменьшить), чтобы на высоте H, период его колебаний остался неизменным?

Решение. Период колебаний математического маятника: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Ускорение свободного падения на поверхности Земли: $g_з = \frac{G}{M_з R_з^2}$, где G – гравитационная постоянная, $M_з$ – масса Земли, $R_з$ – радиус Земли. На высоте H, период колебаний маятника будет составлять, соответственно, $T_H = 2\pi\sqrt{\frac{l_H M_з (H+R_з)^2}{G}}$, где $l_H = \ l + \Delta l$ – длина маятника. Согласно условию:

$$2\pi\sqrt{\frac{lM_з R_з^2}{G}} = 2\pi\sqrt{\frac{(l+\Delta l\,)M_з(H+R_з)^2}{G}}$$

$$lR_з^2 = (l+\Delta l\,)\,(H+R_з)^2$$

$$\frac{l+\Delta l}{l} = \frac{R_з^2}{(H+R_з)^2} \rightarrow \Delta l = l(\frac{R_з^2}{(H+R_з)^2} - 1)$$

Очевидно, что $\frac{R_з^2}{(H+R_з)^2} < 1$, таким образом, Δl имеет отрицательное значение, значит, для искомого условия, нужно уменьшить длину нити на $\Delta l = l(1 - \frac{R_з^2}{(H+R_з)^2})$

Ответ: Уменьшить на $\Delta l = l(1 - \frac{R_з^2}{(H+R_з)^2})$ **(20 баллов).**

Задача 3

В герметичный калориметр, содержащий водяной пар, имеющий массу $m_п$ и температуру $t_п$, равную 100℃, добавили некоторое количество льда температуры $t_л$. Какова масса льда $m_л$, если после установления теплового равновесия температура содержимого калориметра равнялась 0℃? Табличные значения физических величин считать известными.

Решение. После установления теплового равновесия, содержимое калориметра может находиться в состоянии и в виде льда, и в виде воды, и в виде смеси. Для ответа на вопрос необходимо рассмотреть два крайних состояния – когда все содержимое калориметра полностью перешло в лед или полностью перешло в воду, таким образом можно оценить возможный диапазон масс добавленного в калориметр льда.

Рассмотрим случай, когда все содержимое калориметра перешло в лед.

$$m_п L + m_п c_в (t_п - t_0) + m_п \lambda = m_л c_л (t_0 - t_л)$$

Здесь λ – удельная теплота плавления льда, L – удельная теплота парообразования воды, $c_в$ и $c_л$ – удельные теплоемкости воды и льда, соответственно.

Во втором случае, когда все содержимое калориметре перешло в воду, справедливо:

$$m_п L + m_п c_в (t_п - t_0) = m_л c_л (t_0 - t_л) + m_л \lambda$$

Таким образом, масса льда варьируется в диапазоне:

$$\frac{m_п(L + c_в(t_п - t_0))}{c_л(t_0 - t_л) + \lambda} \le m_л \le \frac{m_п(L + \lambda + c_в(t_п - t_0))}{c_л(t_0 - t_л)}$$

Ответ:
$\frac{m_п(L+c_в(t_п-t_0))}{c_л(t_0-t_л)+\lambda} \le m_л \le \frac{m_п(L+\lambda+c_в(t_п-t_0))}{c_л(t_0-t_л)}$ **(20 баллов).**

Задача 4

Студент-физик, живущий в общежитии, все хозяйственные дела откладывает на конец недели, в частности, одежду он гладит по субботам строго в одно и то же время при одних и тех же внешних условиях. Каждый раз он гладит одно и то же количество одинаковой одежды, регулярно затрачивая на это одинаковое количество времени.

Студент знает устройство утюга и понимает принцип работы встроенного терморегулятора. Студент давно выучил, что лампочка на утюге загорается ровно на одну минуту с интервалом в восемь минут.

В очередную субботу студент внезапно обнаружил, что лампочка утюга загоралась на три минуты с интервалом в девять минут. Этих данных оказалось достаточно, чтобы оценить, во сколько раз упало напряжение в сети, предположив, что мощность потери теплоты поверхностью утюга одинакова как во включенном, так и в выключенном состоянии.

Решение.

В условии задачи полностью описан цикл работы утюга: он нагревается до рабочей температуры за определенное время (лампочка горит) t_0, при ее достижении отключается (срабатывает терморегулятор, лампочка перестает гореть). Спустя интервал времени T_0, в процессе которого происходит отдача тепла поверхностью утюга до первоначальной температуры, вновь включается, и лампочка снова загорается.

За время нагревания утюг получает теплоту: $Q = \frac{U^2}{R}\Delta t$, где U – напряжение в сети, R – сопротивление нагревательного элемента утюга, Δt – интервал времени, в течение которого утюг включен. В нашем случае, соответственно:

$$Q = \frac{U_0^2}{R} t_0$$

Согласно условию, мощность тепловых потерь утюга одинакова как во включенном, так и в выключенном состоянии:

$$Q = P_п(t_0 + T_0)$$

Процесс является цикличным, на него не влияют никакие внешние условия, таким образом, справедливы следующие соотношения:

$$\frac{U_0^2}{R} t_0 = P_п(t_0 + T_0)$$

$$\frac{U_1^2}{R} t_1 = P_п(t_1 + T_1)$$

$$U_1^2 = U_0^2 \frac{t_0}{(t_0 + T_0)} \frac{(t_1 + T_1)}{t_1}$$

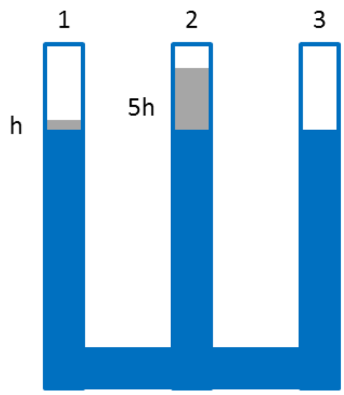
Подставляя указанные в условии значения времени, имеем:

$$\frac{U_1}{U_0} = \sqrt{\frac{t_0}{(t_0 + T_0)} \frac{(t_1 + T_1)}{t_1}} = \sqrt{\frac{1}{(1+8)} \frac{(3+9)}{3}}$$

$$\frac{U_1}{U_0} = \frac{2}{3}$$

Ответ: Мощность в сети упала в 1,5 раза. **(20 баллов).**

Задача 5



В три одинаковых сообщающихся цилиндрических сосуда налито некоторое количество воды. Поверх воды в первый и второй сосуды (они перенумерованы, как это указано на рисунке) аккуратно наливают слой масла толщиной h и $5h$ так, что ни из одного сосуда вода не вытесняется маслом полностью. Известно, что плотность масла $\rho_м$ меньше плотности воды $\rho_в$.

Насколько изменился уровень жидкости в каждом сосуде по сравнению с первоначальным положением после установления равновесия?

Решение.

Исходя из закона сообщающихся сосудов, давление масла некоторой толщины $h_м$ равняется давлению воды эквивалентной толщины $h_в$: $p = \rho_м g h_м = \rho_в g h_в \rightarrow h_в = \frac{\rho_м h_м}{\rho_в}$

В нашем случае наливание в систему слоя масла толщиной $6h$ (в первый и второй сосуды) эквивалентно толщине воды $h_в = \frac{6\rho_м h}{\rho_в}$

Такое количество воды распределилось бы равномерно по всем трем сосудам – однако в третьем сосуде находится только вода (т.к. масло туда попасть не может согласно условию). Соответственно, уровень воды в нем поднимется на:

$$\Delta h_3 = \frac{6\rho_м h}{3\rho_в} = 2\frac{\rho_м h}{\rho_в}$$

А давление в жидкости около дна сосуда возрастет на:

$$\Delta p_3 = \rho_в g \Delta h_3 = 2\rho_м g h$$

В первом сосуде слой масла толщиной h обеспечивает дополнительное давление $\Delta p_1 = \rho_м g h$. То есть, для увеличения давления около дна сосуда на $2\rho_м g h$, в первый сосуд должна войти вода, дающая увеличение давления на: $2\rho_м g h - \rho_м g h$. А именно, слой воды толщиной $\frac{\rho_м}{\rho_в} h$.

Таким образом, уровень жидкости в первом сосуде увеличился на:

$$\Delta h_1 = h + \frac{\rho_м}{\rho_в} h = h(1 + \frac{\rho_м}{\rho_в})$$

Аналогично, во втором сосуде появился слой масла толщиной $5h$, дополнительное давление которого: $\Delta p_2 = 5\rho_м g h$. Чтобы давление около дна сосуда возросло на $2\rho_м g h$, из него должна уйти вода толщиной $3\frac{\rho_м}{\rho_в} h$.

Уровень воды во втором сосуде поднимается на величину:

$$\Delta h_2 = 5h - 3\frac{\rho_м}{\rho_в}h = h(5 - 3\frac{\rho_м}{\rho_в})$$

Проверим с учетом того, что сумма подъемов во всех сосудах должна составить исходные $6h$:

$$\Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 = \ h\left(1 + \frac{\rho_м}{\rho_в}\right) + \ h\left(5 - 3\frac{\rho_м}{\rho_в}\right) + 2\frac{\rho_м}{\rho_в}h = 6h$$

Ответ: в первом сосуде – на $h\left(1 + \frac{\rho_м}{\rho_в}\right)$, во втором – на $h\left(5 - 3\frac{\rho_м}{\rho_в}\right)$, в третьем – на $2\frac{\rho_м}{\rho_в}h$. **(25 баллов).**