

Время выполнения заданий – 240 минут

Максимальное количество баллов - 100

Задание 1 (10 баллов)

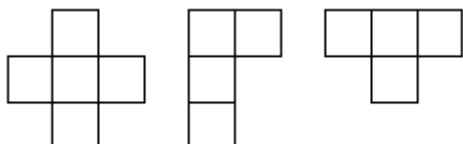
Гражданин Сидоров на 6 лет старше своей жены гражданки Сидоровой. Однажды Сидоров обнаружил, что ровно половину своей жизни он провёл в браке с Сидоровой. Ровно через 14 лет после этого Сидорова обнаружила, что она провела в браке с Сидоровым ровно две третьих своей жизни. Сколько лет будет гражданину и гражданке Сидоровой, когда они отпразднуют золотую свадьбу – пятидесятилетие своей супружеской жизни?

Задание 2 (15 баллов)

Петя записал в ряд 2021 число, отличное от нуля, и перемножил все пары соседних чисел. Среди полученных произведений оказалось 1010 положительных и 1010 отрицательных чисел. Вася записал все исходные числа в том же порядке, но по кругу, и тоже перемножил все пары соседних чисел. Сколько среди этих чисел будет положительных и сколько отрицательных? Ответ необходимо обосновать.

Задание 3 (15 баллов)

Можно ли разрезать прямоугольник 6×7 на кресты из пяти клеток, фигурки Г-тетрамино и фигурки Т-тетрамино (см. картинку в конце текста)? Если можно, то сколько пятиклеточных крестов может быть в таком разрезании?



Задание 4 (20 баллов)

Пара различных натуральных чисел (a, b) называется удачной, если сумма наибольшего собственного делителя числа a и наименьшего собственного делителя числа b равна сумме наименьшего собственного делителя числа a и наибольшего собственного делителя числа b . Существует ли миллион удачных пар? Собственный делитель натурального числа – любой делитель, отличный от 1 и самого числа.

Задание 5 (20 баллов)

Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с прямым углом B . На стороне AC выбрана точка K такая, что угол CBK составляет 15° . На луче BK отмечена точка M такая, что угол ACM составляет 90° . Докажите, что $AC=BM$.

Задание 6 (20 баллов)

Имеется 999 палочек длин 1, 2, 3, ..., 999. Их выкладывают по кругу в некотором порядке. Обязательно ли найдутся лежащие подряд три палочки, из которых можно сложить треугольник?

Напоминаем, что «вырожденный треугольник» не является треугольником.