Время на выполнение заданий - 120 минут

Вам необходимо привести решение всех заданий. Обратите внимание, что ответы без решений и необходимых пояснений не будут засчитаны! Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. В работе не должно быть никаких пометок, не имеющих отношения к выполнению заданий.

Удачи!

Задача 1. Патенты (20 баллов)

Достаточно часто в экономической теории мы сталкиваемся с мнением, что монополия – это отрицательное явление для экономики, и необходимо стремиться к рынку совершенной конкуренции, который не создает потерь для общества. Однако существуют аргументы и за возникновение монополизации рынка. Один из примеров, когда государство стимулирует создание монопольной власти у фирмы – это патент, благодаря которому фирма может получить эксклюзивное право на производство определённой продукции по уникальной технологии. Часто другим фирмам запрещается не только использовать саму технологию, но и ее улучшенную версию. Такие патенты называют блокирующими.

(а) [10 баллов] Приведите один аргумент за использование подобных патентов и один аргумент против.

(б) [10 баллов] В теории экономического роста часто рассматриваются два типа инноваций: вертикальные и горизонтальные. Вертикальные инновации подразумевают улучшение технологии производства определенного товара (или в индустрии в целом). Горизонтальные инновации же касаются увеличения продуктового разнообразия, т.е. растет количество разнообразных товаров и услуг (появляются новые индустрии). Теоретические и эмпирические исследования показывают, что ужесточение в применении блокирующих патентов приводит к разнонаправленной динамике в числе инноваций разного типа (одних инноваций становится больше, а других – меньше). Определите, у какого типа инноваций какая реакция на ужесточение применения патентов данного типа и объясните, почему?

Решение и критерии

(а) [10 баллов] Аргумент "За": монопольная власть позволяет получать прибыль, которая является платой за время и ресурсы, потраченные на изобретение новой технологии. Без этого заниматься разработками было бы невыгодно. Таким образом, патенты стимулируют рост НТП, а значит и долгосрочный экономический рост.

Аргумент "против": невозможность использовать технологию для дальнейшего её улучшения (например, в результате действия блокирующих патентов) может привести к замедлению развития технологии. Это происходит в силу того, что фирма, владеющая патентом, будет иметь меньше стимулов в условии отсутствия потенциальных конкурентов, для её развития.

(б) [10 баллов] Вертикальных инноваций становится меньше, горизонтальных больше. (2 балла) Вертикальные в большей степени ограничены одной технологией производства для одного товара, и патент запрещает улучшать текущую технологию другим компаниям. А значит у фирмы-производителя меньше угрозы появления на рынке конкурента, из-за чего стимулы осуществлять инновации сокращаются.(4 балла) Другие же товары часто можно производить по иным технологиям, поэтому на них ужесточение практически не влияет напрямую, но создает стимулы переключиться с улучшения текущей технологии на создание новых продуктов. (4 балла)

Критерии проверки

(а) Выставлялось по 5 баллов за каждый верный и полностью обоснованный аргумент. Если участники писали в аргументе "за что патенты позволяют контролировать выпуск и обеспечивать военную тайну, экологическую безопасность и т.п., выставлялся 1 балл (потому что это не цель патентов, хотя и такие действия действительно делать чуть проще, но для них существуют другие механизмы). 1 балл также выставлялся, если участник писал про улучшение технологического прогресса, но без какого либо обоснования. Ответ не обязательно должен ссылаться на долгосрочный экономический рост, однако необходимо было делать отсылки к тому, что новые технологии позволяют производить важные для общества товары и соответственно увеличивать общественное благосостояние (за отсутствие этой части механизма снималось 2 балла).

Также отдельно заметим, что аргумент "против заключающийся в том, что монополия — это плохо из-за возникновения DWL, ставилось 0 баллов (это написано в условии, а значит надо было говорить о других вещах; а вообще потому что без патентов и монополизации рынка никаких инноваций бы не создавалось, а значит все благосостояние было бы ниже). Сюда же относятся комментарии про то, что цены будут высокие и это плохо, товаров будет мало, люди не будут получать лекарства и т.п.

Помимо этого, в условии просили привести по одному аргументу, и жюри могло не выбирать из всех аргументов один верный, а также могло штрафовать за ошибки в рассуждениях по нерелевантному второму аргументу, хотя первый мог быть верным.

(б) Выставлялось 2 балла за верно указанные направления изменения, и по 4 балла за обоснование для вертикальных и горизонтальных инноваций. Важно заметить, что если у монополиста при вертикальных инновациях нет конкурентов, то это не говорит о том, что стимулов к инновациям нет (это неверное утверждение, потому что есть стимул в виде снижения издержек и проста прибыли). Если в работе была мысль, что блокирующий патент не дает появляться конкурентам, и поэтому стимулов нет, ставилось 2 балла из 4. Также штрафовалось наличие общих ошибок в агрументации (например, фраза про неограничено высокие цены монополиста). Размер штрафа зависит от грубости совершаемой ошибки.

Задача 2. Морковное производство (25 баллов)

Страна Морковия имеет 100 тонн универсального ресурса (моркови) для производства морковного сока и морковного пюре. Производство налажено в двух регионах, в каждом из которых есть два завода. Президент страны, мистер Морковкин, принимает решение только о том, сколько тонн моркови отправить на производство в каждом из регионов – остальные решения (сколько ресурсов на производство отправить на первый завод, а сколько – на второй) принимаются региональными властями. Важно, что поставки моркови президент может осуществлять только на один из двух заводов в регионе. Распределение внутри региона между заводами определяется региональными властями, проблема лишь в том, что при перевозке x тонн между заводами моркови $0.5x$ тонн становятся непригодными для дальнейшего использования. При поставке моркови в регионы морковь не портится. Рассмотрим первый регион. На первом заводе из тонны моркови можно произвести 1 тонну сока, или 0.5 тонн пюре, или любую комбинацию этих благ – альтернативные издержки постоянны. Президент доставляет морковь в первый регион на этот завод. На втором заводе из тонны моркови можно изготовить 1 тонну пюре, 0.5 тонн сока или любую комбинацию этих товаров – альтернативные издержки тоже постоянны. Во втором регионе производственные технологии заводов аналогичны, однако президент поставляет морковь на завод, где из тонны моркови можно изготовить 1 тонну пюре, 0.5 тонн сока или любую комбинацию этих товаров.

(а) [7 баллов] Выведите аналитически и изобразите КПВ страны Морковии.

(б) [4 баллов] Пусть пюре и морковный сок потребляются в пропорции 1:2 (одна тонна пюре вместе с двумя тоннами сока). Сколько пюре и сока потребили бы жители Морковии, если бы мистер Морковкин мог приказывать регионам, сколько моркови использовать на каждом из заводов? Он максимизирует количество потребленных комплектов из пюре и сока в стране. Свой ответ объясните.

(в) [5 баллов] Пюре и морковный сок все так же потребляются в пропорции 1:2. Сколько тонн пюре и сколько тонн моркови будет изготовлено, если мистер Морковкин максимизирует потребление комплектов из сока и пюре в стране? При этом он не может выбирать сколько пюре и сока будет произведено на каждом из заводов в каждом регионе, это делают региональные власти каждого региона после поставки моркови в регион. Региональные власти максимизируют количество комплектов сока и пюре в своем регионе. Свой ответ объясните.

(г) [9 баллов] У Морковкина появилась возможность захватить в соседней богатой стране регион, который тоже занимается производством морковного пюре и сока. Производственные возможности этого региона таковы, что из одной тонны моркови можно произвести y тонн сока или y тонн пюре (или любую их комбинацию). Проблема в том, что это возможно только при использовании местной моркови, а чтобы захватить территории с M тоннами моркови, Морковкину нужно потратить на войну M тонн моркови. Помогите Морковкину – есть ли смысл захватывать соседние территории? Обоснуйте свой ответ и приведите интуитивное объяснение.

Решение и критерии

Введём два обозначения, которые будут использоваться в решении: s – вес сока в тоннах, p – вес пюре в тоннах. M_1 – тонн моркови отправлено в первый регион, M_2 – тонн моркови отправлено во второй регион, α – сколько тонн моркови отправил первый регион на второй завод, β – сколько тонн моркови отправил второй регион на второй завод. Под вторым заводом подразумевается завод, на который морковь не была доставлена Морковкиным.

(a) [7 баллов] КПВ каждого из заводов в первом регионе будет представлено уравнениями

$$\text{Первый завод: } s + 2p = M_1 - \alpha$$
$$\text{Второй завод: } 2s + p = 0.5\alpha,$$

где α – количество тонн моркови, отправленных на второй завод. Это значит, что максимум в первом регионе может быть произведено $0.5M_1$ тонн пюре или $M_1 - 0.75\alpha$ тонн сока. В случае второго региона ситуация симметрична: КПВ каждого из заводов во втором регионе будет представлено уравнениями

$$\text{Первый завод: } 2s + p = M_2 - \beta$$
$$\text{Второй завод: } s + 2p = 0.5\beta.$$

Каждая из КПВ выглядит так:

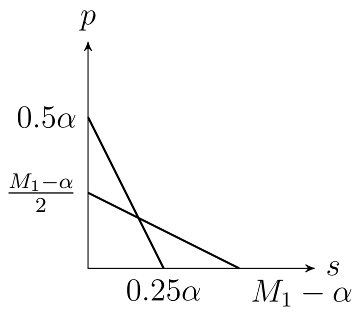

Рис. 1: Первый регион

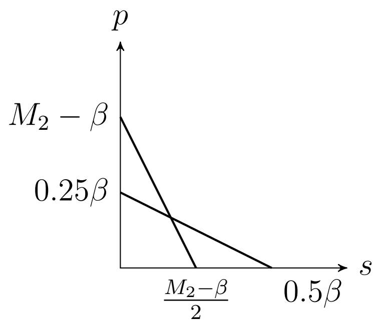

Рис. 2: Второй регион

«Складывая» КПВ, опираясь на альтернативные издержки на каждом из заводов, можно заметить, что суммарная КПВ (если $\alpha, \beta > 0$) лежит под КПВ завода, на который доставляется морковь, а на одном из участков, который соответствует заводу, на который привозят морковь, совпадают.

Суммарные КПВ регионов имеют вид:

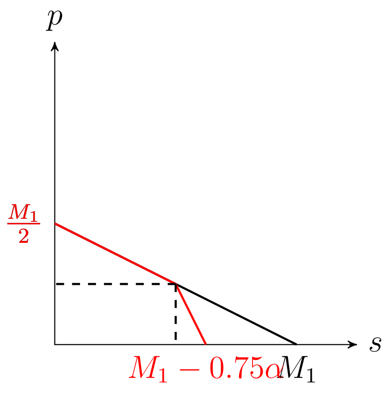

Рис. 3: Первый регион

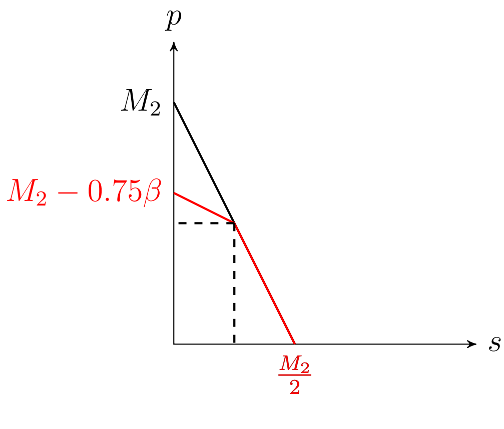

Рис. 4: Второй регион

Это значит, что КПВ каждого из регионов совпадает с КПВ завода, на который доставляется морковь. Тогда КПВ Морковии аналитически имеет вид:

$$p = \begin{cases} \frac{M_1}{2} + M_2 - 0.5s, & s \in [0; M_1] \\ 2M_1 + M_2 - 2s, & s \in \left(M_1, M_1 + \frac{M_2}{2}\right] \end{cases},$$

а графически:

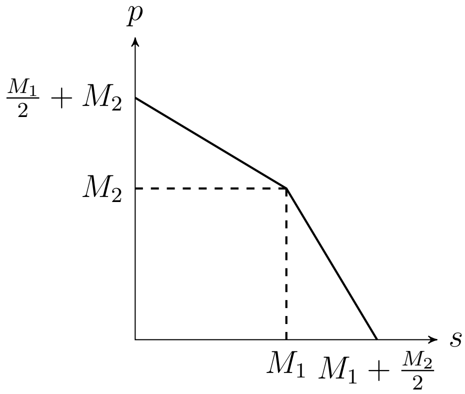

Рис. 5: КПВ Морковии (**а**)

(б) [4 баллов] Если бы Морковкин мог приказывать, сколько продуктов можно произвести на каждом из заводов, то он бы приказал первому региону производить *только сок*, а второму региону – только *пюре*. Во-первых, можно показать, что при каждых α, β Морковкину выгоднее приказывать производить все на том заводе, на который он доставляет морковь – это так потому, что каждая из КПВ региона при задействовании второго завода лежит *не выше* КПВ первого завода. Значит, Морковкину нужно выбирать, сколько сока и моркови производить на первом заводе в первом регионе и на первом заводе во втором регионе.

Во-вторых, поскольку альтернативные издержки производства сока ниже в первом регионе, а альтернативные издержки производства пюре ниже во втором регионе, Морковкину выгодно приказать производить в первом регионе только сок, а во втором регионе только пюре. Значит, в стране будет:

$$p = M_2 \text{ тонн пюре и } s = M_1 \text{ тонн сока.}$$

Значит, чтобы максимизировать количество наборов, морковкину нужно учесть, что количество сока и пюре должно соотноситься как $2p = s$, что максимизирует и количество потребленных наборов. Значит:

$$2p = s = M_1 = 2M_2 = 100 - M_2 \Rightarrow M_2 = \frac{100}{3},\ M_1 = \frac{200}{3}.$$

Получается, в стране будет потреблено $p = \frac{100}{3}$ тонн пюре и $\frac{200}{3}$ тонн сока.

(в) [5 баллов] Теперь Морковкин не может приказывать, сколько тонн моркови отправить на каждый из заводов, а регионы сами максимизируют потребление сока и пюре. Тогда сока и пюре потребляется в соответствие с указанной в условии пропорцией, то есть $s = 2p$.

Тогда в первом регионе произведут:

$$s_1 = 2p_1 = M_1 - 2p_1 \Rightarrow s_1 = \frac{M_1}{2},\ p_1 = \frac{M_1}{4}.$$

Во втором регионе произведут:

$$s_2 = 2p_2 = \frac{M_2}{2} - \frac{p_2}{2} \Rightarrow p_2 = \frac{M_2}{5},\ s_2 = \frac{2M_2}{5}.$$

Суммарно произведет наборов:

$$\frac{M_1}{4} + \frac{M_2}{5} = \frac{100 - M_2}{4} + \frac{M_2}{5} = 25 - 0.25M_2 + 0.2M_2 = 25 - 0.05M_2 \to \max_{M_2}$$

Суммарное количество наборов убывает по M_2, значит, максимум наборов будет при $M_2 = 0$. Тогда:

$$M_1 = 100,\ p_1 + p_2 = \frac{M_1}{4} = 25,\ s_1 + s_2 = \frac{M_1}{2} = 50.$$

Изобразим на графиках потребление в каждом из регионов, если количество сока $s = 2p$:

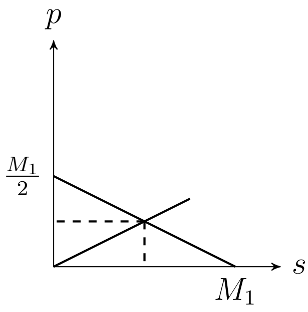

Рис. 6: Первый регион

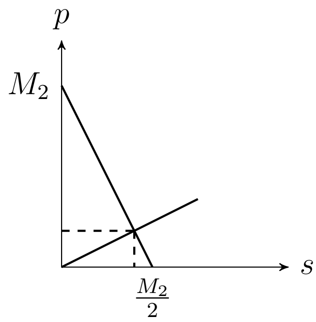

Рис. 7: Второй регион

(г) [9 баллов] У нас есть вариант получить третий регион, в котором мы из M_3 тонн нашей моркови мы можем произвести y тонн сока или y тонн пюре (то есть отправить M_3 на захват и получить M_3 моркови). Рассмотрим два случая: Морковкин может приказать, сколько произвести на каждом из заводов и не может.

- **Морковкин может приказывать, сколько моркови задействовать на каждом из заводов.** В таком случае у Морковкина есть 3 региона, КПВ в которых выглядят как:

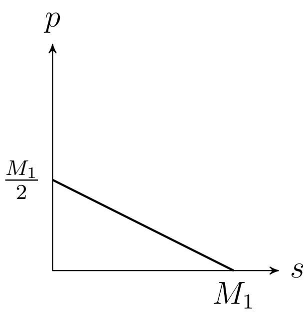

Рис. 8: Первый регион

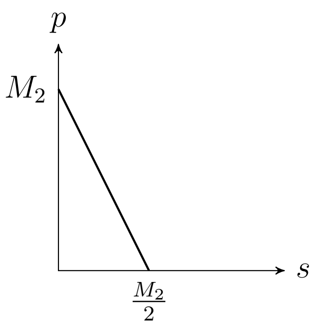

Рис. 9: Второй регион

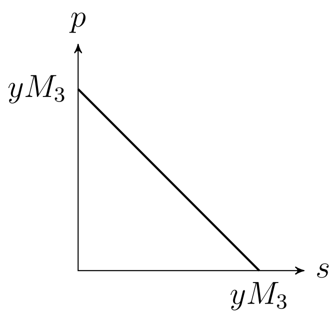

Рис. 10: Новый регион

Вспомним, что имея 2 региона, Морковкин весь сок производил только в первом регионе, а всё пюре только во втором регионе. В третьем (новом) регионе можно произвести или yM_3 сока или yM_3 пюре.

Во-первых, заметим, что если $y < 1$, нам невыгодно задействовать новый регион в производстве и, значит, захватывать его – мы можем получить больше наборов если воспользуемся двумя старыми регионами. Если $y = 1$, нам безразлично.

Осталось рассмотреть случай, когда $y > 1$. У нас есть 3 варианта: используем первый и третий регионы (в котором теперь можно произвести больше пюре и сока), второй и третий регионы, или только третий.

– **Используем первый и третий регионы.** Тогда Морковкину выгодно производить весь сок в первом регионе, а пюре – в третьем, потому что при том же количестве затраченной моркови в первом регионе M_1 мы получим меньшее количество сока. Тогда:

$$s = 2p = M_1 = 2yM_3 \Rightarrow M_3 = \frac{100}{2y+1} \Rightarrow p = \frac{100y}{2y+1},$$

то есть мы потребим $\frac{100y}{2y+1}$ наборов.

– **Используем второй и третий регионы.** Тогда Морковкину выгодно производить весь сок в третьем регионе, а пюре – во втором, потому что при том же количестве затраченной моркови во втором регионе M_2 мы получим меньшее количество сока. Тогда:

$$s = 2p = M_2 = yM_3 \Rightarrow M_2 = \frac{100y}{2+y} \Rightarrow p = \frac{100y}{2+y},$$

то есть мы потребим $\frac{100y}{2+y}$ наборов, что больше, чем $\frac{100y}{2y+1}$:

$$\frac{100y}{2+y} > \frac{100y}{2y+1} \Rightarrow 2y+1 > 2+y \Rightarrow y > 1.$$

А $\frac{100y}{2+y}$ больше $\frac{100}{3}$ – количество наборов при использовании первого и второго региона:

$$\frac{100y}{2+y} > \frac{100}{3} \Rightarrow 3y > 2+y \Rightarrow y > 1.$$

– **Используем только третий регион.** Тогда $M_3 = 100$, $M_1 = M_2 = 0$. Учитывая, что КПВ в третьем регионе равно $p = yM_3 - s$, получаем:

$$s = 2p = yM_3 - p \Rightarrow p = \frac{yM_3}{3} = \frac{100y}{3},$$

то есть мы потребим $\frac{100y}{3}$, что, в силу $y > 1$, больше, чем мы потребляли изначально. Осталось сравнить это с использованием второго и третьего региона:

$$\frac{100y}{3} > \frac{100y}{2+y} \Rightarrow 2+y > 3 \Rightarrow y > 1.$$

Значит, действительно, выгоднее всего захватывать третий регион только если $y > 1$ и задействовать его в производстве и сока, и пюре.

- **Морковкин не может приказывать, сколько моркови задействовать на каждом из заводов.** Тогда в первом регионе будет потреблено:

$$s = 2p = M_1 - 2p \Rightarrow p = \frac{M_1}{4} \text{ – количество наборов из первого региона.}$$

Во втором регионе будет потреблено:

$$s = 2p = \frac{M_2}{2} - \frac{p}{2} \Rightarrow p = \frac{M_2}{5} \text{ – количество наборов из второго региона.}$$

В третьем регионе будет потреблено:

$$s = 2p = yM_3 - p \Rightarrow p = \frac{yM_3}{3} \text{ – количество наборов из третьего региона.}$$

Тогда суммарно будет потреблено наборов:

$$\frac{M_1}{4}+\frac{M_2}{5}+\frac{yM_3}{3}=\frac{100-M_2-M_3}{4}+\frac{M_2}{5}+\frac{yM_3}{3}$$
$$=25-0.05M_2+M_3\cdot\frac{4y-3}{12}$$

Во-первых, суммарное количество наборов всегда убывает по M_2, значит, $M_2=0$.

Во-вторых, если $y<\frac{3}{4}$, то суммарное количество наборов убывает по M_3, значит, $M_3=0$, а $M_1=100$. Если $y=\frac{3}{4}$, суммарное количество наборов не зависиот от M_3, а если $y>\frac{3}{4}$, то суммарное количество наборов возрастает по M_3, и тогда $M_3=100$.

Значит, Морковкин захватит новый регион, не имея возможности приказывать регионам, сколько и на каком заводе производить, если $y>\frac{3}{4}$.

Изобразим на графиках потребление в каждом из регионов, если количество сока $s=2p$:

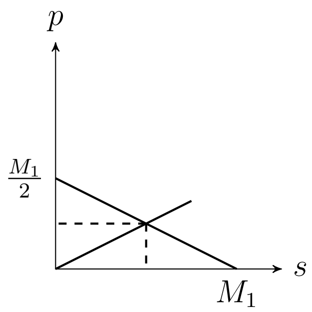

Рис. 11: Первый регион

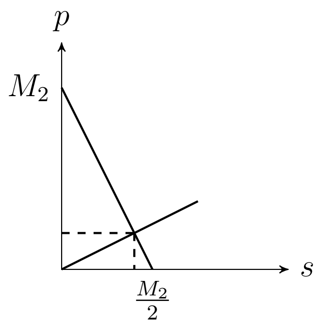

Рис. 12: Второй регион

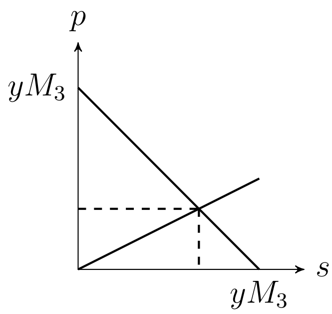

Рис. 13: Новый регион

Критерии проверки

(а) [7 баллов]

- КПВ заводов первого региона: по **1 баллу** за каждый завод
- КПВ заводов второго региона: по **1 баллу** за каждый завод
- Объяснение, что не будем перевозить ни в первом регионе, ни во втором: **1 балл**
- Аналитическая запись КПВ страны: **1 балл**
- Графическая КПВ: **1 балл**

Штрафы: за арифметическую ошибку **1 балл**; не объяснено, что за обозначения ввёл, у участника нет аналитической записи КПВ заводов, но есть графики с верными числами – **1 балл**; за отсутствие описания связи между количествами моркови на заводах в одном регионе – **1 балл**; если участник предполагал, что в каждом регионе по 100 тонн моркови – **3 балла**.

(б) [4 балла]

- Верная запись для соотношения потребляемого пюре и моркови: **1 балл**
- Обоснованная идея о том, какой завод в каждом регионе выгодно использовать (засчитывается как объяснение своего ответа): **1 балл**
- Обоснованная идея о том, что в первом регионе производим только сок, а во втором только пюре: **1 балл**

- Итоговый ответ (и сколько пюре, и сколько сока): **1 балл**

(в) [5 баллов]

- Сколько производят в первом регионе (при наличии валидного обоснования, почему так): **1 балл**
- Сколько производят во втором регионе (при наличии валидного обоснования, почему так): **1 балл**
- Количество наборов как зависимость от количества моркови, отправленной в один из регионов: **1 балл**
- Сколько моркови отправится в каждый из регионов: **1 балл**
- Сколько пюре и сколько сока будет потреблено: **1 балл**

(г) [9 баллов]

- КПВ третьего региона: **1 балл**
- Рассмотрен случай, когда Морковкин может приказывать, сколько моркови задействовать на каждом из заводов: **4 балла**, из них:
  - Идея о том, что все три региона задействовать не будем: **1 балл**
  - Верно рассмотрен случай использования первого и третьего региона: **1 балл**
  - Верно рассмотрен случай использования второго и третьего региона: **1 балл**
  - Сделан вывод, что захватывать будем при $y > 1$ (можно и $y \geqslant 1$): **1 балл**
- Рассмотрен случай, когда Морковкин не может приказывать, сколько моркови задействовать на каждом из заводов: **3 балла**, из них:
  - Сколько будет произведено в третьем регионе: **1 балл**
  - Сколько всего наборов произведено (как зависимость от моркови, отправленной в каждый из регионов): **1 балл**
  - Сделан вывод о том, когда в третьем регионе что-то производим, а когда – нет, или получено $y > \frac{3}{4}$ (можно и $y \geqslant \frac{3}{4}$): **1 балл**
- Валидное интуитивное объяснение: **1 балл**

Штрафы: за арифметическую ошибку **1 балл**; если участник не указывает, что есть разница между ситуацией, когда Морковкин может приказывать, сколько морковки производить и не может – **1 балл**; если участник предполагал, что в каждом регионе по 100 тонн моркови – **4 балла**.

Задача 3. Межрегиональная торговля (30 баллов) В некоторой стране существует два региона Альфа и Бета. В каждом из регионов действует свой монополист, производящий малиновое варенье. В каждом регионе производство одной банки варенья обходится в 20 денежных единиц. Больше фирмы не несут никаких издержек. А цена, которая установится на рынке в каждом регионе, определяется следующим образом: $140 - Q$, где Q– количество банок варенья, продаваемого в этом регионе.

(а) [4 балла] Сколько банок варенья будет продано в каждом регионе, если варенье нельзя перевозить?

В новом 2022 году было разрешено перевозить варенье. Расходы на доставку не зависят от продаваемого количества и оплачиваются региональными властями того региона, в который варенье ввозится. Кроме того, расходы на доставку очень малы, то есть ими можно пренебречь. При этом глава каждого региона сначала назначает ставку потоварного налога, которую должны будут заплатить фирмы за ввоз банки варенья в его регион (местная фирма не платит налог), а потом каждая фирма независимо и одновременно решает, сколько варенья она будет продавать в своем регионе, а сколько в чужом.

(б) [13 баллов] Как зависит количество товара, которое фирмы будут продавать в своем регионе, от ставки налога? Почему так происходит?

(в) [1 балл] При какой ставке налога каждая из фирм не захочет продавать варенье в чужом регионе?

(г) [4 балла] Какую сумму каждая фирма заплатит в качестве налога? Улучшится ли положение фирм от этого нововведения? Выгодно ли фирмам торговать в обоих регионах?

Главы регионов Альфа и Бета рассматривают возможность объединения двух регионов в один, чтобы, в том числе, объединить рынок варенья. Тогда вместе они назначают единый налог на продажу товара в объединенном регионе, а после фирмы одновременно выбирают сколько будут производить.

(д) [8 баллов] Какую сумму каждая фирма заплатит в качестве налога в это раз? Выгодно ли главам регионов производить объединение регионов, если они максимизируют только налоговые сборы на рынке варенья? Улучшится ли положение фирм?

Решение и критерии

- **Общие критерии:** Незначительная арифметическая ошибка или отсутствие условий 2 порядка оценивается в -1 балл в каждом пункте, если эта ошибка не была перенесена из пунктов ранее. Арифметическая ошибка приведшая к существенному искажению результата оценивается в зависимости от веса пункта и степени искажения результата(самые типичные такие ошибки будут указаны в примечаниях к пунктам)

  Если модель задачи неверная(монополия или СК вместо олигополии), это почти всегда должно оцениваться в 0 баллов. Баллы за сравнение ставятся только если оба числа были получены из логически верных соображений. Незначительная арифметическая ошибка допускается, однако при сильном искажении результатов баллы не ставятся.

  В силу симметрии задачи можно было в каждом из пунктов проводить половину вычислений, но явно ссылаясь на аналогичность и/или симметричность и сопоставление нужных объектов. У таких вычислительных пунктов написано (x2) в конце критериев.

(а) [4 балла] Рассмотрим прибыль фирмы из региона Альфа, если перевозка варенья не разрешена. Будем называть её фирма 1.

$$\Pi_1 = P_\alpha q_1 - 20q_1$$

Фирма является монополистом на рынке в своем регионе, поэтому подставим в прибыль $P_\alpha = 140 - Q_\alpha$. Так как фирма одна $Q_\alpha = q_1$.

$$\Pi_1 = (140 - q_1)q_1 - 20q_1 = (120 - q_1)q_1$$

График прибыли – парабола ветвями вниз относительно q_1. Максимум прибыли достигается при $q_1^* = 60$ и равен $(120 - 60) * 60 = 3600$.

Аналогичные рассуждения верны для фирмы из региона Бета, будем называть её фирма 2.

$$\Pi_2 = P_\alpha q_2 - 20q_2 = (140 - q_2)q_2 - 20q_2 = (120 - q_2)q_2$$

График прибыли – парабола ветвями вниз относительно q_2. Максимум прибыли достигается при $q_2^* = 60$ и равен 3600.

(б) [13 баллов] Так как сначала главы регионов выбирают налог, то обозначим введенную ставку налога в регионах t_α и t_β соответственно и найдем то, как зависит выбор фирм от этих ставок, то есть решим задачу по индукции. Рассмотрим прибыль фирмы 1.

$$\Pi_1 = P_\alpha q_{1,\alpha} - 20q_{1,\alpha} + P_\beta q_{1,\beta} - 20q_{1,\beta} - t_\beta q_{1,\beta}$$

Где количество $q_{1,\alpha}$ фирма 1 продает в регионе Альфа, а количество $q_{1,\beta}$ в регионе Бета. Цены в регионах определяются следующим образом $P_\alpha = 140 - q_{1,\alpha} - q_{2,\alpha}$ и $P_\beta = 140 - q_{1,\beta} - q_{2,\beta}$. Подставим цены в прибыль и заметим, что мы можем разложить общую прибыль фирмы 1 на прибыль в регионе Альфа и прибыль в регионе Бета.

$$\Pi_1 = \Pi_{1,\alpha} + \Pi_{1,\beta}$$

$$\Pi_{1,\alpha} = (120 - q_{1,\alpha} - q_{2,\alpha})q_{1,\alpha}$$

$$\Pi_{1,\beta} = (120 - t_\beta - q_{1,\beta} - q_{2,\beta})q_{1,\beta}$$

Прибыль в регионе Альфа достигает максимума при $q_{1,\alpha} = \frac{120 - q_{2,\alpha}}{2}$, а прибыль в регионе Бета – при $q_{1,\beta} = \frac{120 - q_{2,\beta} - t_\beta}{2}$, так как обе функции – параболы ветвями вниз.

Применим аналогичные рассуждения к максимизации прибыли второй фирмы и получим $q_{2,\alpha} = \frac{120 - q_{1,\alpha} - t_\alpha}{2}$ и $q_{2,\beta} = \frac{120 - q_{2,\beta}}{2}$.

Фирмы принимают решения о выборе продаваемого количества одновременно и независимо. Найдем равновесные значения.

$$\begin{cases} q_{1,\alpha} = \frac{120 - q_{2,\alpha}}{2} \\ q_{2,\alpha} = \frac{120 - q_{1,\alpha} - t_\alpha}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_{1,\beta} = \frac{120 - q_{2,\beta} - t_\beta}{2} \\ q_{2,\beta} = \frac{120 - q_{1,\beta}}{2} \end{cases}$$

Решив системы получим, что $q_{1,\alpha} = 40 + \frac{t_\alpha}{3}$, $q_{2,\alpha} = 40 - \frac{2t_\alpha}{3}$, $q_{2,\beta} = 40 + \frac{t_\beta}{3}$, $q_{1,\beta} = 40 - \frac{2t_\beta}{3}$.

Как можно заметить, с увеличением налога на ввоз товара в регион Бета фирма 1 снижает объем поставок товара в этот регион, потому что ее издержки растут(заметьте что при этом ее выпуск в другом регионе не меняется и решения по регионам не связаны друг с другом так как издержки постоянны), при этом фирма 2 увеличивает производство в домашнем регионе, так как она может захватить освободившуюся часть рынка. Аналогичные рассуждения верны для региона Альфа.

(в) [1 балл] Рассмотрим фирму 2. Количество, которое она продает в регион Альфа зависит от ставки налога следующим образом $q_{2,\alpha} = 40 - \frac{2t_\alpha}{3}$. При ставке налога $t_\alpha < 60$ она продает ненулевое количество. Значит, если ставка налога будет $t_\alpha \geq 60$, то фирма откажется от поставок варенья в чужой регион. Аналогичные заключения можно сделать для фирмы 1.

Примечание: Можно заметить, что система из пункта б) решена нами только для случая когда t_α,$t_\beta \leq 60$, потому что в случае когда налог превышает указанный выше порог $q_{1,\alpha} = 60, q_{2,\alpha} = 0$ и/или $q_{2,\beta} = 60, q_{1,\beta} = 0$. Далее этот случай мы детально рассматривать не будем, потому что он частично эквивалентен пункту а, и более того не соответствует целям глав регионов по максимизации сборов(см пункт д).

(г) [4 балла] Сумма налоговых сборов в каждом регионе равна сумме, которую уплатит каждая соответствующая фирма $Tx_\alpha = Tx_2 = 40t_\alpha - \frac{2t_\alpha^2}{3}$ и $Tx_\beta = Tx_1 = 40t_\beta - \frac{2t_\beta^2}{3}$.

Рассмотрим прибыли фирм до 2022 года и после. Заметим, что фирмы симметричны, так что сравним прибыли только для фирмы 1. Результат будет аналогичным для фирмы 2. Прибыль до 2022 года $\Pi_1^m = 3600$. Прибыль в 2022 году $\Pi_1^o = (40 + \frac{t_\alpha}{3})^2 + (40 - \frac{2t_\beta}{3})^2$. Заметим, что положение фирмы один могло улучшиться, если например $t_\alpha = 15$, а $t_\beta = 0$. Или ухудшиться, если $t_\alpha = 0$, а $t_\beta = 15$. В случае $t_\alpha = t_\beta = t$, $\Pi_1^o = 3200 - \frac{80t}{3} + \frac{5t^2}{9} \leq 3600$ на [0,60], положение фирмы действительно не улучшается.

Если налог на ввоз продукции в другой регион ниже 60, то фирмам выгодно торговать в обоих регионах, так как в таком случае прибыль, получаемая в чужом регионе положительная.

(д) [8 баллов] После объединения регионов спрос на варенье в объединенном регионе будет равен $Q = Q_\alpha + Q_\beta = 280 - 2P$, а обратный спрос $P = 140 - \frac{Q}{2} = 140 - \frac{q_1+q_2}{2}$. Запишем прибыль любой из фирм.

$$\Pi_1 = Pq_1 - 20q_1 - tq_1 = (120 - t - 0.5q_1 - 0.5q_2)q_1 \tag{1}$$

Максимум достигается в вершине параболы $q_1 = 120 - t - 0.5q_2$. Аналогично для второй фирмы $q_2 = 120 - t - 0.5q_1$. Фирмы принимают решения одновременно, поэтому, решая систему из двух вышеуказанных уравнений, в равновесии получим $q_1 = q_2 = 80 - \frac{2t}{3}$.

Главы регионов максимизруют величину налоговых сборов.

$$Tx = (q_1 + q_2)t = 160t - \frac{4t^2}{3}$$

Максимум налоговых сборов достигается в вершине параболы $t^* = 60$, тогда общая сумма налоговых сборов 4800, а каждая фирма заплатит 2400. Тогда прибыль каждой фирмы будет равна 800.

До объединения величина налоговых сборов в регионе Альфа была равна $Tx_\alpha = Tx_2 = 40t_\alpha - \frac{2t_\alpha^2}{3}$. максимум налоговых сборов достигается в вершине $t_\alpha^* = 30$, тогда сборы будут равны 600. Аналогично для региона Бета. Тогда прибыли фирм будут равны $\Pi_1^o = \Pi_2^o =$ 2900(в худшем случае для произвольных ставок они равны 1600>800). Получается, после объединения фирмам станет хуже, а главам регионов лучше, так как в сумме они будут получать больше налогов, особенно если ставки в пункте г) были неоптимальными.

Критерии проверки

(а)
- 1 балл за функцию прибыли одной фирмы(x2)
- 1 балл за правильно найденное количество для одной фирмы(x2)

(б)
- 1 балл за запись прибыли одной фирмы(x2)
- 3 балла за оптимизацию прибыли одной фирмы и нахождение уравнений для выпусков(x2)
- 2 балла за решение общей системы из 4 выпусков
- 1 балл за нахождение знака зависимости
- 2 балла за объяснение зависимости

Типичные ошибки: В интуиции часто пишут, что выпуск фирмы положительно зависит от налога, потому что мы перераспределяем выпуск в пользу того региона, где издержки меньше, но для постоянных издержек это неверно: выпуск в одном регионе не зависит от выпуска/издержек в другом. Такие мысли оценивались в 0 баллов.
Если человек пишет, что выпуск растет по налогу, потому что конкурент снижает выпуск, и не объясняет почему(или объясняет неверно), это оценивалось в 1 балл из 2.

(в)
- 1 балл за верно подсчитанный ответ

(г)
- 1 баллу за обе функции налоговых сборов
- 1 балл за обе прибыли фирм
- 1 балл за вывод о том, что торговать в двух регионах выгодно(это не сравнение прибылей, это тот факт что q_1,$q_2 > 0$)
- 1 балл за сравнение прибылей фирм с пунктом а)

Если в работе присутствовали верные суждения, что фирмы здесь, как в дилемме заключенных(выгодно было бы отказаться от торговли обоим, но в отдельности каждой выгодно отклониться), 2 балла за последние два критерия при наличии рассчетов.

Примечание: Если вы уже в этом пункте предполагали, что главы регионов максимизируют сборы, то вы также получаете за него полный балл, и 2 балла за пункт д), если правильно промаксимизировали сборы и посчитали их и прибыли фирм.

(д)
- 1 балл за оптимизацию сборов из г)
- 1 балл за подсчет рибыли фирм из г)
- 1 балл за оптимизацию фирм и запись системы для новых выпусков
- 1 балл за поиск выпусков и запись новой функции налоговых сборов
- 1 балл за оптимизацию новых сборов
- 1 балл за подсчет новой прибыли фирм
- 1 балл за сравнение налоговых сборов
- 1 балл за сравнение прибылей фирм

Типичные ошибки: -3 балла, если общий спрос двух фирм остался $P = 140 - Q$ или стал $P = 280 - Q$ или $P = 280 - 2Q$, это логическая ошибка при сложении спросов

Задача 4. Планета какао (25 баллов) В параллельной вселенной существует планет под названием “Какао”, год на которой длится 100 какао-часов (далее просто «часов»). В этой стране производят какао. Спрос на какао определяется количественной теорией денег. Объем денежной массы равен $M = 2500$. Скорость обращения денег постоянна и равна $V = 2$. В этой стране производством какао занимаются две группы работников — высокопроизводительные и низкопроизводительные. Доля высокопроизводительных работников от всей численности населения равна α. Один высокопроизводительный работник может изготовить $y_h = 4h$ килограммов какао, где h — количество часов, которое отработает один высокопроизводительный работник. Один низкопроизводительный работник может произвести $y_l = \sqrt{l}$ килограммов какао, где l — количество часов, которое отработает один низкопроизводительный работник. Всего в стране 100 работников. Индивидуальная кривая предложения высокопроизводительного работника имеет вид: $w_h = h$, где h — количество часов, которое работает один высокопроизводительный работник, а стоимость одного часа работы низкопроизводительного работника постоянна и равна $\frac{1}{16}$ д. е. Итоговый продукт (какао) реализуется на рынке совершенной конкуренции.

(а) [10 баллов] Определите равновесный уровень цен в этой стране. Как равновесный уровень цен зависит от доли высокопроизводительных работников? Приведите экономическое обоснование найденной зависимости.

(б) [5 баллов] Предположим, центральный банк решил сократить объем денежной массы до 1600. Как изменится уровень цен? Как изменение зависит от доли высокопроизводительных работников? Приведите экономическое обоснование найденной зависимости.

(в) [10 баллов] Как изменятся ваши ответы на пункты (а) и (б), если стоимость одного часа работы низкопроизводительного работника равна $\frac{1}{8}$?

Решение и критерии

(а) Для начала запишем уравнение совокупного спроса на этой планете:

$$MV = PY \Rightarrow AD : Y = \frac{MV}{P} = \frac{2500 \cdot 2}{P} = \frac{5000}{P}.$$

(+1 балл за AD)

Далее запишем, сколько всего какао (Y), производят на этой планете:

$$y = 100\alpha y_h + 100(1-\alpha)y_l.$$

Объем производства имеет такой вид, поскольку 100α работников обладают высокой производительностью, а оставшиеся $100(1-\alpha)$ – низкой.

Зная, сколько какао производят на этой планете, нетрудно выписать прибыль, которую получает планета от продаж:

$$\pi = P \cdot y - 100\alpha h w_h - 100(1-\alpha)l w_l,$$

поскольку на оплату труда одного высокопроизводительного работника будет затрачено hw_h, а на оплату труда одного низкопроизводительного работника – lw_l. Перепишем прибыль, подставив выражение для y и учитывая стоимость труда высокопроизводительных и низкопроизводительных работников:

$$\begin{aligned}\pi &= P\cdot(100\alpha y_h + 100(1-\alpha)y_l) - 100\alpha h w_h - 100(1-\alpha)lw_l\\ &= (P\cdot 100\alpha\cdot y_h - 100\alpha h w_h) + (P100(1-\alpha)y_l - 100(1-\alpha)lw_l)\\ &= 100\alpha[P\cdot y_h - hw_h] + 100(1-\alpha)[P\cdot y_l - lw_l]\end{aligned}$$

(+1 за прибыль)

Если мы посмотрим на общую прибыль, мы можем заметить, что внутри квадратных скобок стоит выражение, которое мы бы получили, если бы предположили, что каждый работник владеет своей фирмой и индивидуально максимизирует свою прибыль. Таким образом, максимизация общей прибыли распадается на две независимые друг от друга задачи максимизации прибыли: высокопроизводительные работники решают задачу максимизации прибыли своей компании, а низкопроизводительные - своей. Поскольку на каждом рынке число участников со стороны спроса и предложения одинаковое и все участники одинаковые между собой, мы можем приравнять на каждом рынке спрос на труд одной фирмы и предложение труда одного работника (по сути, для того, чтобы перейти на рыночный уровень, мы каждое из этих выражений должны были домножить на число участников, которое совпадает). Также можно не выписывать общую прибыль, а сразу решать задачу максимизации прибыли отдельных фирм для нахождения спроса на труд, если обе фукнции выписаны верно, ставим балл за выписывание прибыли.

Рынок высокопроизводительного труда. Предложение труда нам дано по условию ($h^s = w_h$). Спрос на труд найдем из максимизации прибыли $\pi_h = P\cdot y_h - hw_h = P\cdot 4h - hw_h = h(4P - w_h)$. Это линейная функция, и где будет находиться её максимум, будет зависеть от угла наклона:

- Если наклон положительный, то есть $w_h < 4P$, тогда фирма хочет нанять бесконечно большое количество работников
- Если наклон нулевой, т.е. $w_h = 4P$, то фирма хочет нанять любое количество работников от 0 до бесконечности (по сути, ей безразлично, сколько людей нанять, прибыль все равно 0)
- Если наклон отрицательный, т.е. $w_h > 4P$, фирма не хочет нанимать ни одного работника

Единственное возможное равновесие на рынке труда здесь находится при $w_h = 4P$ (при большей ставки зарплаты фирма никого не хочет нанимать, а работники хотят работать много, и наоборот, при меньшей ставки зарплаты фирма хочет нанят намного больше людей, чем есть на рынке). Подставляя в предложение труда, получаем, что $h^* = w_h = 4P$. Однако с учетом ограничения на количество часов работы, данная функция работает только при $p \leqslant 25$. При $p > 25$ получаем $h^* = 100$. **(+1 за спрос на труд (т.е. решение задачи максимизации прибыли), +1 за равновесие (систему)**

Важное замечание! Такое же равновесие можно найти и если просто взять производную прибыли и приравнять к 0, но это не совсем правильный подход, хотя конкретно в этой задаче с таким подходом никаких проблем не возникает. Поэтому за простую производную не штрафуем.

Рынок низкопроизводительного труда. Аналогично рассматриваем второй рынок. Предложение труда в данном случае имеет вид $w = 1/16$. Найдем спрос на труд из максимизации функции прибыли $\pi_l = P\cdot\sqrt{l} - lw_l$. Получаем $w_l = \frac{P}{2\sqrt{l}}$. Приравниваем спрос и предложение, получаем равновесное количество часов работы $l^* = 64P^2$, которые вписываются в ограничение по времени только при $P \leqslant 5/4$ (в противном случае $l^* = 100$). **(+1 за спрос на труд, +1 за равновесие)**

Итого мы имеем:

$$h^* = \begin{cases} 4P, & P \in [0; 25] \\ 100, & P > 25 \end{cases} \qquad l^* = \begin{cases} 64P^2, & P \in \left[0; \frac{5}{4}\right] \\ 100, & P > \frac{5}{4} \end{cases}$$

Чтобы найти суммарное предложение какао планеты, нужно подставить найденные значения h^*, l^* в выражение для y:

$$y = \begin{cases} 800P(1+\alpha), & P \in \left[0; \frac{5}{4}\right] \\ 1600\alpha P + 1000(1-\alpha), & P \in \left[\frac{5}{4}; 25\right] \\ 39000\alpha + 1000, & P > 25 \end{cases}$$

(+1 за совокупное предложение)

Чтобы найти равновесный уровень цен, нам нужно приравнять совокупный спрос и совокупное предложение. Видим, что полученный $y(P)$ непрерывно зависит от P и для каждого P найдется единственный y и наоборот. Значит, пересечение будет только в одной точке. Если $P \in \left[0; \frac{5}{4}\right]$:

$$\frac{5000}{P} = 800P(1+\alpha) \Rightarrow P^2 = \frac{5000}{800(1+\alpha)} = \frac{25}{4(1+\alpha)} \Rightarrow P^* = \frac{5}{2\sqrt{(1+\alpha)}} > \frac{5}{4}$$

для любых α, значит, равновесие не при таких ценах. Если $P \in \left[\frac{5}{4}; 25\right]$:

$$\frac{5000}{P} = 1600\alpha P + 1000(1-\alpha) \Rightarrow 1600\alpha P^2 + 1000(1-\alpha)P - 5000 = 0$$

Решая это квадратное уравнение, получаем одно решение:

$$P = \frac{\sqrt{(1-\alpha)^2 + 32\alpha} - (1-\alpha)}{3.2\alpha} = \frac{1}{3.2}\left[\sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + \frac{30}{\alpha} + 1} + 1 - \frac{1}{\alpha}\right],$$

поскольку второй корень отрицательный.

Рассмотрим последний участок, где $P > 25$:

$$\frac{5000}{P} = 39000\alpha + 1000 \Rightarrow P = \frac{5}{39\alpha + 1} > 25 \Leftrightarrow -0.8 > 39\alpha,$$

что невозможно. Значит, пересечение спроса и предложения происходит только на втором участке.

(+1 за равновесную цену)

Посмотрим на поведение P на втором участке в зависимости от α:

$$P'_\alpha = \frac{1}{3.2}\left[\left(-\frac{2}{\alpha^3} - \frac{30}{\alpha^2}\right) \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + \frac{30}{\alpha} + 1}} + \frac{1}{\alpha^2}\right]$$
$$= \frac{1}{3.2\alpha^2}\left[-\frac{1 + 15\alpha}{\sqrt{1 + 30\alpha + \alpha^2}} + 1\right] \leqslant 0$$

Первый множитель всегда положительный, значит, на знак влияет только второй множитель:

$$-\frac{1+15\alpha}{\sqrt{1+30\alpha+\alpha^2}}+1\leqslant 0$$
$$-224\alpha^2\leqslant 0$$

Это выражение всегда неположительное, значит, равновесная цена убывает от доли высокопроизводительных работников. **(+1 за направление связи)** Это можно объяснить тем, что чем больше в экономике высокопроизводительных работников, тем больше оказывается совокупное предложение, в результате роста которого уровень цен на конечную продукцию сокращается. **(+1 за интерпретацию)**

Примечание для жюри. *Цели заставить считать производную не было, так что зависимость цены от α достаточно описывать словесно, без расчета производных.*

(б) В результате сокращения денежной массы совокупный спрос примет вид:

$$Y^d=\frac{1600\cdot 2}{P}=\frac{3200}{P}.$$

(+1 за новую AD)

Предложение какао было выведено нами ранее. Рассмотрим $P\in\left[0;\frac{5}{4}\right]$:

$$\frac{3200}{P}=800P(1+\alpha)\Rightarrow P^2=\frac{4}{(1+\alpha)}\Rightarrow P=\frac{2}{\sqrt{(1+\alpha)}}>\frac{5}{4},$$

значит, равновесие будет при других P.

Рассмотрим сразу последний участок, где $P>25$:

$$\frac{3200}{P}=39000\alpha+1000\Rightarrow P=\frac{3.2}{39\alpha+1}>25\Leftrightarrow\frac{3.2-25}{25}>39\alpha,$$

что не выполнено никогда. Значит, пересечение происходит на втором участке. (Можно сказать, что при сокращении спроса цена падает, а значит на этот участок мы не попадаем).

Если $P\in\left[\frac{5}{4};25\right]$:

$$\frac{3200}{P}=1600\alpha P+1000(1-\alpha)\Rightarrow 1600\alpha P^2+1000(1-\alpha)P-3200=0$$

Решая это квадратное уравнение, получаем одно решение:

$$P=\frac{\sqrt{(1-\alpha)^2+2*3.2^2\alpha}-(1-\alpha)}{3.2\alpha}=\frac{1}{3.2}\left[\sqrt{\frac{1}{\alpha^2}+\frac{2*3.2^2-2}{\alpha}+1}+1-\frac{1}{\alpha}\right],$$

поскольку второй корень отрицательный. **(+1 за равновесие)**

Это выражение всегда неположительное, значит, равновесная цена убывает от доли высокопроизводительных работников.

Найдем разницу цен:

$$\frac{\sqrt{(1-\alpha)^2+2*3.2^2\alpha}-(1-\alpha)}{3.2\alpha}-\frac{\sqrt{(1-\alpha)^2+32\alpha}-(1-\alpha)}{3.2\alpha}\leqslant 0$$
$$\sqrt{(1-\alpha)^2+2*3.2^2\alpha}\leqslant\sqrt{(1-\alpha)^2+32\alpha}$$
$$3.2^2\leqslant 16$$

Можно было не искать разницу цен,а просто их сравнить. Мы видим, что уровень цен сократился. **(+1 за направление изменения цены)**

Направление изменения не зависит от величины α. **(+1 за то, что направление не меняется)**Это связано с тем, что данный параметр влияет на положение кривой совокупного предложения, однако оставляет неизменным направление сдвига кривой совокупного спроса, а также не создает предложение с отрицательным наклоном. **(+1 за объяснение)**

Также мы можем видеть, что подкоренное выражение в новой цене снижается с ростом α медленнее, чем в старой цене (потому что коэффициент при α ниже). Значит, с ростом α разница между значениями цен становится меньше (так как разница отрицательная, она будет расти в сторону нуля). Значит, более высокая доля высокопроизводительных работников приводит к тому, что сокращение денежной массы оказывает ме́ньшее влияние на уровень цен. *Эта часть рассуждений не обязательна, но если кто-то из участников интерпретировал вопрос про влияние доли на изменение цены таким образом - можно ориентироваться на такой ответ)*

(в) Теперь стоимость одного часа труда низкопроизводительного работника равна $\frac{1}{8}$. Равновесие на рынке труда высокопроизводительных работников не меняется, эффект данное изменение окажет только на рынок низкопроизводительных работников.

Спрос на труд остается неизменным, т.е. $w_l = \frac{P}{2\sqrt{l}}$. Приравниваем спрос и предложение, получаем равновесное количество часов работы $l^* = 16P^2$, которые вписываются в ограничение по времени только при $P \leqslant 5/2$ (в противном случае $l^* = 100$) **(+1 за равновесие на рынке труда низкопроизводительных работников)**

Поскольку у нас есть ограничение по часам в году, количество часов, которое отработает каждый из типов работников, равно:

$$h^* = \begin{cases} 4P, & P \in [0; 25] \\ 100, & P > 25 \end{cases} \qquad l^* = \begin{cases} 16P^2, & P \in \left[0; \frac{5}{2}\right] \\ 100, & P > \frac{5}{2} \end{cases}$$

Найдем совокупное предложение какао:

$$y = \begin{cases} 1200\alpha P + 400P, & P \in \left[0; \frac{5}{2}\right] \\ 1600\alpha P + 1000(1-\alpha), & P \in \left[\frac{5}{2}; 25\right] \\ 39000\alpha + 1000, & P > 25 \end{cases}$$

(+1 за новое совокупное предложение)

Найдем равновесие, если $M = 2500$ (как в пункте **(а)**) и $P \in \left[0; \frac{5}{2}\right]$:

$$\frac{5000}{P} = 1200\alpha P + 400P \Rightarrow P^2 = \frac{50}{4(1+3\alpha)}$$
$$\Rightarrow P_a = \frac{5}{2\sqrt{(1+3\alpha)}} \leqslant \frac{5}{2}$$

,причем равенство наблюдается только если $\alpha = 0$.

Равновесие при $M = 2500$ (как в пункте **(а)**) и $P \in \left[\frac{5}{2}; 25\right]$ аналогично найденному в пункте **(а)**, мы его уже нашли:

$$P = \frac{\sqrt{(1-\alpha)^2 + 32\alpha} - (1-\alpha)}{3.2\alpha}$$

Равновесие при $M = 2500$ (как в пункте **(а)**) и $P > 25$ также эквивалентно найденному в пункте **(а)**:

$$P_a = \frac{5}{39\alpha + 1},$$

а также мы показывали, что эта величина никогда не превышает 25, значит, это не решение.

Значит, равновесный уровня цен не изменился (он находится на участкие $P \in \left[\frac{5}{2}; 25\right]$), как и зависимость от α (равновесие осталось на участке предложения, которое не меняется из-за изменения зарплаты, т.к. низкопроизводительные работники продолжают работать все 100 часов в год, а на высокопроизводительных изменение зп не оказало никакого влияния). **(+1 за нахождение цены, +1 за то, что говорят, что связь не изменилась с комментарием, почему так происходит)**

Найдем равновесие, если $M = 1600$ (как в пункте **(б)**) и $P \in \left[0; \frac{5}{2}\right]$:

$$\frac{3200}{P} = 1200P\alpha + 400P \Rightarrow P^2 = \frac{8}{(1 + 3\alpha)}$$

$$\Rightarrow P_b = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{(1 + 3\alpha)}} \leqslant \frac{5}{2} \Rightarrow \alpha \geqslant \frac{7}{75},$$

значит, пересечение на первом участке произойдет при таких α. Поскольку α стоит в знаменателе со знаком «плюс», а дробь положительная, равновесный уровень цен *убывает* с ростом доли высокопроизводительных работников. **(+1 за один кусок равновесия, +1 за отрицательную связь с долей)**

Для $M = 1600$ (как в пункте **(б)**) и $P > 25$ равновесие идетнично найденному в **(б)**:

$$P_b = \frac{3.2}{39\alpha + 1},$$

что всегда меньше 25. Значит, пересечение произойдет на втором участке при $\alpha < \frac{7}{75}$.

Для $M = 1600$ (как в пункте **(б)**) и $P \in \left[\frac{5}{2}; 25\right]$ также идентично найденному в пункте **(б)**:

$$P_b = \frac{\sqrt{(1 - \alpha)^2 + 2 * 3.2^2\alpha} - (1 - \alpha)}{3.2\alpha}.$$

Получается, характер зависимости равновесной цены от α тоже отрицательный. **(+1 за второй кусок равновесия, +1 за отрицательную связь с долей)**

Таким образом, мы видим, что цены падают и в условиях новой заработной платы при сокращении денежной массы. Заметим, что при некоторых значениях α происходит переход со второго участка предложения на первый (когда обе группы работников работают не все 100 часов в году). Поскольку заработная плата стала выше, совокупное предложение сократилось за счет роста издержек фирм низкопроизводительных работников, а значит переход начинает происходить при большем уровне цен для того же выпуска. В этом случае цена упадет больше, чем до изменения зарплат. При этом при некоторых значениях α изменений не произойдет, потому что низкопроизводительные работники продолжают и до, и после изменения денежной массы работать максимально возможное количество часов. **(+1 за рассуждения о сокращении цен при $\alpha < \frac{7}{75}$, и еще +1 за рассуждения о сокращении цен при оставшихся** Разница цен возрастает по α, но, так как разница отрицательное число, то изменение цены при сокращении денежной массы ниже для высокой доли высокопроизводительных работников.

Критерии проверки

В задаче есть два сложных момента, в зависимости от которых решение может меняться в той или иной степени. В ней есть условие про ограничение на количество часов работы в год (потому что год равен 100 часам), и не введено явным образом предположение о структуре рынка труда. В идеале, эту задачу следовало решать в предположении о том, что *ограничение по времени валидно* и оказывает влияние на то, какое предложение труда мы будем наблюдать, а также что *рынок труда является совершенно конкурентным* (мы рассматриваем рынок всей планеты и прямого указания на то, что есть единственная фирма-наниматель работников нет; более того, в условии даже нет ограничения на то, что каждый человек работает именно на себя, так что ничего не мешает работникам одного типа работать друг у друга и т.п.). Первое условие участники могли просто проигнорировать и не соблюдать (и это является ошибкой и оказывало влияние на получаемые баллы, поскольку на это прямо указывается в условии). Второе же условие с одной стороны не обязательно: стандартно в задачах предполагается совершенно конкурентные рынки, однако при должном обосновании участники могли переключиться на решение задачи с другим типом рынка труда (например, использовать монопсонию и подставлять функцию предложения труда в предложение). Но с другой стороны, предположение любого другого типа рынка труда должно быть обосновано в работе на основании каких-либо указаний в условии. Поэтому за отступление от базовой предпосылке о СК на рынке труда также снижались баллы.

Общий краткий свод критериев:

а) +1 за AD, +1 за прибыль, +1 за спрос на h, +1 за равновесие на рынке труда, +1 за спрос на l, +1 за равновесие на рынке труда, +1 за AS, +1 за равновесие, +1 за отрицательную связь с α, +1 за интерпретацию

б) +1 за новую AD, +1 за новое равновесие, +1 за то, что цены падают, +1, что α не заставляет цены расти, +1 за то, почему α не заставляет цены расти

в) +1 за новое равновесие на рынке l, +1 за новую AS, +1 за равновесие при M=2500, +1 за то, что зависимость от α не изменилась, +2 за равновесиЯ при M=1600, +2 на зависимости от α (что в одном случае не изменилась, а в другом что связь все так же отрицательная, но теперь мы переходим на другой участок предложения).

Если нет ограничения, то ставим балл за AD, прибыль (то есть максимум 6 в п. а)), два спроса на труд, связь равновесной цены с α и интерпретацию (то есть максимум 6 баллов в а)). По этому подходу в б) получается штраф только на 1 балл (за расчет равновесной цены). В в) остаются баллы за связь цен с альфой (1 для M=2500, 1 для M=1600, и 1 за влияние альфа на изменение, т.к. там нет двух участков). То есть всего здесь максимум 6+4+3=13

Если монопсония, то ставим баллы за AD, прибыль, связь равновесной цены с α и интерпретацию (то есть максимум 4 балла в п. а)). В б) получается штраф только на 1 балл (за расчет равновесной цены). В в) остаются баллы за связь цен с альфой (1 для M=2500, 2 для M=1600, и 2 за влияние альфа на изменение). Здесь максимум 4+4+5=13.

Если монопсония без ограничения, то ставим баллы за AD и прибыль (то есть максимум 2). В б) максимум 2 балла (за AD и за падение цены). В в) остаются баллы за связь цен с альфой (1 для M=2500, 1 для M=1600, и 1 за влияние альфа на изменение, т.к. там нет двух участков). Здесь максимум 2+2+3=7 баллов.