

Задания первого (отборочного) этапа
по направлению «Теория игр»

Задание 1.

Укажите все равновесия Нэша в чистых стратегиях в следующей биматричной игре

	L	C	R
T	5,8	6,7	9,3
M	4,12	8,8	5,5
B	5,10	9,8	8,7

Примечание: Не пытайтесь выбрать все профили. За неверные ответы предусмотрено снятие баллов.

(T,L)

(T,R)

(B,L)

(M,C)

(B,C)

Задание 2.

Найдите равновесие Нэша в смешанных стратегиях в следующей биматричной игре

	C	D
A	1,10	0,0
B	0,0	3,2

$(1/4 A + 3/4 B, 4/5 C + 1/5 D)$

$(1/6 A + 5/6 B, 3/4 C + 1/4 D)$

$(1/2 A + 1/2 B, 1/2 C + 1/2 D)$

$(3/4 A + 1/4 B, 1/6 C + 5/6 D)$

Задание 3.

Укажите все стратегии, которые будут удалены у каждого игрока при итеративном удалении сильно доминируемых стратегий в биматричной игре

	a	b	c	d
A	2,2	4,5	-2,-4	8,2
B	1,-2	1,0	2,3	5,-1
C	3,0	-4,1	1,0	4,2

A, C, a, c

A, a, d

A, B, d

B, b, d

C, a, d

Задание 4.

Найдите равновесие в доминирующих стратегиях в биматричной игре

	L	C	R
T	4,9	8,5	6,6
M	4,8	7,7	5,7
B	5,6	9,4	8,5

(B, R)

Задания первого (отборочного) этапа
по направлению «Теория игр»

- (T, R)
- (T, C)
- (B, L)
- (M, C)

Задание 5.

Какая стратегия гарантированно входит в равновесие Нэша в смешанных стратегиях с нулевым весом у первого игрока в следующей матричной игре с нулевой суммой?

	A	B	C
a	9	4	5
b	7	3	6
c	6	5	8
d	5	8	7

- a
- d
- b
- c

Задание 6.

Укажите все равновесия Нэша в следующей матричной игре с нулевой суммой

	C	D
A	1	4
B	6	3

- $(1/6 A + 5/6 B, 1/2 C + 1/2 D)$
- $(1/2 A + 1/2 B, 1/6 C + 5/6 D)$
- $(5/14 A + 9/14 B, 7/14 C + 7/14 D)$
- $(1/2 A + 1/2 B, 1/2 C + 1/2 D)$

Задание 7.

Представьте себе, что вы и ваши оппоненты выбираете целое число в промежутке от 0 до 1000. Победителем станет тот, кто укажет число, ближайшее к доле 0.6 от среднего из указанных всеми чисел. Какое число будет называться всеми в равновесии Нэша?

Выберите один ответ:

- 500
- 360
- 600
- 1000
- 0

Задание 8.

Человек выбирает одно из трех направлений для летнего отдыха: Сочи, Париж или Стамбул. Он предпочитает Париж двум другим, которые для него одинаково привлекательны. Его предпочтения на множестве направлений выражаются некоторой функцией полезности U , назначающей различным исходам числовые значения. Какое из представлений его предпочтений числами непременно будет ошибочным?

**Задания первого (отборочного) этапа
по направлению «Теория игр»**

- $U(\text{Париж}) = 15, U(\text{Стамбул}) = 12, U(\text{Сочи}) = 13$
- $U(\text{Париж}) > U(\text{Сочи})$
- $U(\text{Париж}) = -500, U(\text{Стамбул}) = U(\text{Париж}) - 15$
- $U(\text{Париж}) = 100 + U(\text{Стамбул}), U(\text{Сочи}) < U(\text{Париж})$

Задание 9.

Выберете среди хорошо известных игр все игры, имеющие ровно одно равновесие Нэша в чистых стратегиях.

- Инспекция
- Дуополия Курно
- Производство общественного блага
- Дилемма заключенного
- Chicken game
- Битва полов

Задание 10.

Предпочтения игрока на множестве исходов $A = \{a, b, c\}$ выражены функцией полезности u , согласно которой $u(a) = 0, u(b) = 3$, and $u(c) = 7$. Какой из следующих функций полезности v их также можно выразить?

- $v(a) = -3, v(b) = 0, v(c) = -7$
- $v(a) = 0, v(b) = -3, v(c) = -7$
- $v(a) = 0, v(b) = 2, v(c) = 19$
- $v(a) = 1, v(b) = 1, v(c) = 5$

Задание 11.

На дынном рынке конкурируют две фирмы. Предполагаем, что все дыни абсолютно однородны. Фирмы одновременно выбирают объем продаж, q_1 и q_2 , соответственно. Предельные издержки каждой фирмы на выращивание одной дыни равны нулю ($c = 0$). Рыночная цена на одну дыню линейно убывает с ростом суммарного предложения $p = 300 - q_1 - q_2$. Пусть фирма 1 решает производить 24 единицы товара. Каков наилучший ответ фирмы 2?

- 150
- 100
- 276
- 138

Задание 12.

Три фирмы конкурируют на рынке, одновременно устанавливая цену на однородный товар. При этом покупатели выбирают фирму с наименьшей ценой. При равной цене покупатели выбирают каждую фирму равновероятно. Спрос неэластичен и равен 1. У фирмы 1 издержки на производство одной единицы товара равны $c_1 = 6$, у фирмы 2 равны $c_2 = 10$, а у фирмы 3 равны $c_3 = 7$. Чему (с точностью до малого ϵ) равна равновесная цена на рынке?

- 0
- 10

Задания первого (отборочного) этапа
по направлению «Теория игр»

- 6
- 7
- 23/3

Задание 13.

Сначала игрок 1 выбирает из двух действий А, В. Игрок 2 наблюдает это выбор и выбирает в каждом случае одно из трех действий L, M или R. Сколько чистых стратегий у игрока 2 в описанной динамической игре?

- 5
- 8
- 9
- 4
- 6

Задание 14.

Рассмотрим олигополию Штакельберга. 3 фирмы конкурируют по объему. Цена на рынке складывается как 4 минус суммарный объем. Издержки фирм нулевые. Сначала на рынок выходит фирма 1 и устанавливает объем q_1 , затем фирма 2 с объемом q_2 , затем фирма 3 с объемом q_3 . После этого весь объем фирм раскупается по рыночной цене. Найдите равновесную траекторию игры, т.е. последовательность ходов q_1, q_2, q_3 .

- $q_1=1, q_2=1/2, q_3=1/3$
- $q_1=2, q_2=1, q_3=1/2$
- $q_1=2, q_2=1, q_3=1$
- $q_1=1, q_2=1, q_3=1$
- $q_1=2, q_2=2, q_3=2$

Задание 15.

На южном морском курорте есть пляж длиной 2 км. На пляже расположены отдыхающие. Будем считать, что отдыхающих — континуум, а их общая масса равна трем. Будем считать, что отдыхающие распределены равномерно по 1 на левой половине: т.е. для каждого x из $[0, 1]$ плотность отдыхающих с координатами $x \leq 1$ равна 1, а на правой половине вдвое больше. На пляже находятся два продавца с мороженым. Стратегия каждого продавца i — координата s_i расположения тележки, с которой он продает мороженое. Цена у обоих продавцов одинаковая и не зависит от их местоположения. Предположим, что каждый покупатель в течение дня купит ровно один стакан мороженого. При этом покупатель купит мороженое у того продавца, чья тележка расположена ближе. В случае, если продавцы равноудалены от покупателя, он с равной вероятностью выберет любого из двух продавцов. Пусть выигрыш продавца равен массе покупателей, которые приобрели у него мороженое. Найдите равновесное по Нэшу расположение продавцов, считая от левого края пляжа.

- 1.25
- 1.666...
- 1.333...
- 1
- 1.5

**Задания первого (отборочного) этапа
по направлению «Теория игр»**

Задание 16.

Рассмотрим игру «семейный спор», в которой предпочтения игроков на исходах заданы матрицей. Игрок 1 – Михаил – его выбор в строках, игрок 2 – Анна – ее выбор в столбцах

	Футбол	Театр
Футбол	7,5	1,0
Театр	0,1	6,6

Сначала Михаил делает свой выбор планов на вечер, публично объявляя его. Затем выбирает Анна. Куда отправятся друзья в равновесии, совершенном к подыграм?

- Вместе идут на футбол
- Вместе идут в театр
- Михаил идет в театр, а Анна – на футбол
- Михаил идет на футбол, а Анна – в театр

Задание 17.

Два игрока играют в бесконечно повторяющуюся игру с матрицей выигрышей на каждом шаге и дисконтом δ . Дисконтированный выигрыш каждого игрока $Su = (1 - \delta) \sum_t \delta^t u_t$, где u_t - выигрыш в момент t . Какой из указанных выигрышей может быть достигнут игроками в равновесии Нэша в бесконечной игре при достаточно малом дисконте? В качестве наказания используйте минимакс в чистых стратегиях.

	C	D
A	7,5	1,0
B	0,1	6,6

- (5.5; 4.5)
- (5.04; 5.01)
- (6.5; 5.5)
- (7; 6)

Задание 18.

Игрок 1 управляет вещественной переменной x , а игрок 2 переменной y . Полезность игрока 1 равна $u_1 = -(7+y-x)^2$, игрока 2 $u_2 = -(9+x+y)^2$. Сначала ходит игрок 2, затем игрок 1 наблюдает действие и выбирает x . Найдите, какие числа называются игроками в равновесии, совершенном к подыграм.

- $x=-1, y=-8$
- $x=8, y=1$
- $x=7, y=-9$
- $x=1, y=-8$

Задание 19.

Фирма 1 – старожил на рынке мобильной связи. На рынок хочет выйти фирма 2. В ответ на это фирма 1 может либо поделиться долей рынка, либо начать ценовую войну. Если фирма 2 не входит на рынок, то ее выигрыш 0, а у фирмы 1 выигрыш 6. Если фирма 2 входит и

Задания первого (отборочного) этапа
по направлению «Теория игр»

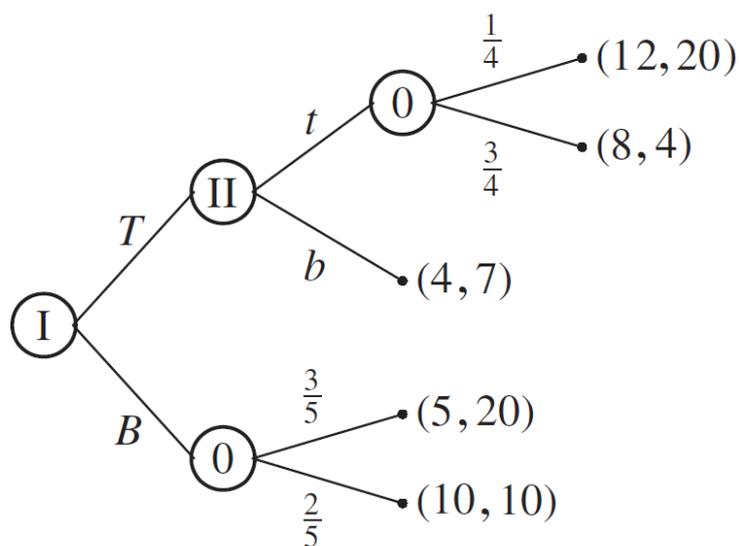
фирма 1 делится рынком, то выигрыш каждой фирмы равен 4. Если фирма 1 начинает ценовую войну, то ее выигрыш падает до 1, а у фирмы 2 до -2.

Если рассмотреть эту ситуацию как игру в нормальной форме, сколько равновесий Нэша в чистых стратегиях в ней существует?

- 2
- ни одного, только в смешанных стратегиях
- бесконечно много
- 4
- 1

Задание 20.

Рассмотрите следующую игру 2х игроков в развернутой форме. 0 обозначает ход природы.



Найдите равновесие, совершенное к подыграм.

- (B,b)
- (B, t)
- (T,t)
- (T,b)
- B