

Международная олимпиада молодежи – 2022

Заполняется членами жюри. Пометки участников не допускаются!

Ш И Ф Р	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10	Итого баллов
	Мах 7	Мах 7	Мах 7	Мах 7	Мах 7	Мах 7	Мах 13	Мах 13	Мах 16	Мах 16	Мах 100

МАТЕМАТИКА

10 класс

Вариант 3

Время выполнения заданий – 180 минут

Максимальная оценка – 100 баллов

1. В задачах первого блока №№ 1-6 необходимо привести лишь ответ. Свободное место на странице можно использовать в качестве черновика. Дополнительные записи, помимо ответа, на оценку по этим задачам не повлияют.

2. Решения задач второго блока №№ 7-8 необходимо записать в виде ответа и подробной схемы решения с перечислением всех ключевых утверждений и шагов доказательства.

3. В задачах третьего блока №№ 9-10 необходимо привести полное решение: ответ (если предполагается) и полное доказательство. Без доказательства задача будет считаться нерешённой даже при наличии верного ответа.

Задача 1.

Вычислите $3\sqrt{0,16} - 0,1\sqrt{225}$.

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 2.

У лицеиста 8 учебных предметов. За неделю по каждому из предметов он получил по одной положительной оценке "3", "4" или "5", причем каждая из этих оценок встретила хотя бы один раз. Средний балл ученика в электронном журнале составил 4,25. Известно также, что "3" он получил меньше каждой из других оценок. Найдите количество полученных учеником оценок "5".

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 3.

Укажите число различных действительных корней уравнения

$$(x^2 + x - 2)(x^2 + 2(\sqrt{x + 6 - x^2})^2 + 4x - 20) = 0$$

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 4.

Найдите наименьшее целое значение a , при котором график функции $y = x^2 - 2ax + 16$ целиком расположен выше оси абсцисс.

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 5.

Площадь параллелограмма составляет 32 см^2 , а высоты равны 4 см и 5, (3) см. Вычислите сумму квадратов диагоналей этого параллелограмма (в см^2).

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 6.

Найдите количество целых значений a , при которых уравнение $2|x + 2| + a = ax - 5$ имеет два корня.

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 7.

Дан прямоугольник $ABCD$. Снаружи прямоугольника отмечены следующие четыре точки: на луче DA отмечена точка D_A , на луче BA отмечена B_A , на луче DC отмечена D_C , на луче BC отмечена B_C . Известны следующие площади: площадь треугольника BCD_C равна 14, площадь треугольника DCB_C равна 7.5, площадь треугольника BAD_A равна 21, площадь треугольника DAB_A равна 10. Найдите чему равно отношение площади треугольника D_AD_BA к площади треугольника D_CCB_C .

Ответ: _____

(13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 8.

На плоскости расположены n различных прямых, причём каждая из них пересекает ровно 2022 другие. Какие значения может принимать n ?

Ответ: _____ (13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 9.

Маша хочет сделать клумбу в форме квадрата $n \times n$ (разбитого дорожками на n^2 единичных квадратов) и посадить в нём 111 кустов розы. При этом Маша хочет, чтобы количество кустов розы в каждом двух соседних по стороне единичных квадратах отличалось ровно на 1 (в квадрате может расти и сразу несколько кустов, а может и не расти ни одного). При каком максимальном n это возможно? (16 баллов)

В этой задаче требуется привести полное доказательство:

Задача 10.

Найдите все натуральные a , для которых числа $4n + 1$ и $an + 1$ взаимно просты при всех натуральных n . (16 баллов)

В этой задаче требуется привести полное доказательство: