

Международная олимпиада молодежи – 2022

Заполняется членами жюри. Пометки участников не допускаются!

Ш И Ф Р	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10	Итого баллов
	Мах 7	Мах 7	Мах 7	Мах 7	Мах 7	Мах 7	Мах 13	Мах 13	Мах 16	Мах 16	Мах 100

МАТЕМАТИКА

11 класс

Вариант 2

Время выполнения заданий – 180 минут

Максимальная оценка – 100 баллов

1. В задачах первого блока №№ 1-6 необходимо привести лишь ответ. Свободное место на странице можно использовать в качестве черновика. Дополнительные записи, помимо ответа, на оценку по этим задачам не повлияют.

2. Решения задач второго блока №№ 7-8 необходимо записать в виде ответа и подробной схемы решения с перечислением всех ключевых утверждений и шагов доказательства.

3. В задачах третьего блока №№ 9-10 необходимо привести полное решение: ответ (если предполагается) и полное доказательство. Без доказательства задача будет считаться нерешённой даже при наличии верного ответа.

Задача 1.

Катеты прямоугольного треугольника равны 12 см и 5 см. Найдите длину медианы, проведенной к гипотенузе (в см).

Ответ: _____

(7 points)

Задача 2.

В течение года цена товара дважды повышалась и дважды понижалась на одно и то же количество процентов, и снизилась с 58880 рублей до 51750 рублей. На сколько процентов изменялась цена каждый раз?

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 3.

Найдите сумму всех действительных корней уравнения $(x + 1)(x + 3)(x + 4)(x + 6) = 72$.

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 4.

Найдите сумму целых решений неравенства $\sqrt{|x|(2\sqrt{-x} + |x|) - x} < 6$.

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 5.

Круговой сектор радиуса 6 см имеет площадь 4π см². Определите величину центрального угла этого сектора (в градусах).

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 6.

Найдите сумму всех целых a , при которых неравенство $x^2 + 3x + a^2 - 9a < 0$ выполняется для всех $x \in (2; 3)$.

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 7.

Найдите все такие положительные числа x , что

$$\frac{1}{[x]} - \frac{1}{[2x]} = \frac{1}{5\{x\}}$$

Комментарий: квадратными скобками $[x]$ обозначена функция взятия целой части числа x (то есть максимального целого числа, не превосходящего x), а фигурными скобками $\{x\}$ – дробная часть числа x , по определению равная $\{x\} := x - [x]$.

Ответ: _____

(13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 8.

Угол B треугольника ABC равен 40° , а угол C этого треугольника равен 72° . На стороне AB отметили такую точку P , что периметр четырёхугольника $ACMP$ равен периметру треугольника PMB . Найдите величину угла MPB .

Ответ: _____ (13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 9.

В спортзале бегают 51 первоклассник. Старшеклассникам Коле и Сергею дали список этих школьников и велели занести их в таблицу в порядке возрастания роста (известно, что они все различного роста). Коля и Сергей решили выполнить это задание так: Коля называет любых трёх первоклассников по списку, а Сергей их ловит, сравнивает по росту и сообщает Коле кто из троих по росту средний (Коля сам не смотрит, а только слушает ответы Сергея). Какое максимальное количество школьников Коля сможет гарантированно поставить в списке на правильную позицию (по возрастанию) после 625 вопросов?

(16 баллов)

В этой задаче требуется привести полное решение:

Задача 10.

Натуральные числа m и n таковы, что $5^m - 2^n$ делится на 79. Какой остаток может давать число $4m + n$ при делении на 39? (16 баллов)

В этой задаче требуется привести полное решение: