Заполняется членами жюри. Пометки участников не допускаются!											
ШИФР	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10	**Итого баллов**
	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 13	Max 13	Max 16	Max 16	**Max 100**

МАТЕМАТИКА

11 класс

Вариант 3

Время выполнения заданий – 180 минут
Максимальная оценка – 100 баллов

---

1. В задачах <u>первого блока №№ 1-6</u> необходимо привести лишь ответ. Свободное место на странице можно использовать в качестве черновика. Дополнительные записи, помимо ответа, на оценку по этим задачам не повлияют.

2. Решения задач <u>второго блока №№ 7-8</u> необходимо записать в виде ответа и подробной схемы решения с перечислением всех ключевых утверждений и шагов доказательства.

3. В задачах <u>третьего блока №№ 9-10</u> необходимо привести полное решение: ответ (если предполагается) и полное доказательство. Без доказательства задача будет считаться нерешённой даже при наличии верного ответа.

Задача 1.

В круг радиуса 34 см вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 8 : 15. Найдите площадь данного прямоугольника (в см^2) .

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 2.

Имеются три сплава, составленные из меди, свинца и никеля. В первый сплав входят только медь и свинец в весовом отношении $5 : 1$, во второй сплав входят только свинец и никель в весовом отношении $2 : 3$, в третий сплав входят только медь и никель в весовом отношении $1 : 2$. Из трех сплавов составили новый так, что в этом новом сплаве медь, свинец и никель содержались в весовом отношении $11 : 4 : 5$. Сколько процентов в новом сплаве составляет первый сплав?

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 3.

Найдите сумму наибольшего и наименьшего корней уравнения

$$\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}=0$$

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 4.

Найдите наибольшее целое x, при котором определена функция $y = \sqrt{-x^3 + x^2 + x - 1}$.

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 5.

Сторона ромба равна 5 см, а меньшая диагональ составляет 6 см. Найдите большую диагональ ромба (в см).

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 6.

Найдите количество целых значений p, при которых система $\begin{cases} ||x|-2|+||y|-2|=3 \\ x^2+y^2=p^2 \end{cases}$ имеет ровно 8 различных решений.

Ответ: ____________ (7 баллов)

Задача 7.

В равнобокую трапецию $ABCD$ вписана окружность. Эта окружность касается сторон трапеции в точках P, Q, R и S. Оказалось, что площадь четырёхугольника $PQRS$ составляет $\frac{4}{9}$ от площади трапеции $ABCD$. Найдите отношение длины меньшего основания трапеции $ABCD$ к длине её большего основания.

Ответ: ______________ (13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 8.

Пусть k и l – две параллельные прямые, на которых отмечены m и n различных точек соответственно ($m \geqslant n$). Найдите все возможные пары (m, n), если количество различных треугольников с этими вершинами равно 220.

Ответ: ______________ (13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 9.

В одном редком языке алфавит состоит из двух букв: A и B, а слова – это все возможные последовательности букв, образованные согласно следующим правилам:

• Единственное слово из одной буквы – A;

• В каждом слове должна быть хотя бы одна буква A;

• Если слово заканчивается на A, то при отбрасывании этой (последней) буквы, получается последовательность, которая не является словом этого языка.

Найдите количество слов из 16 букв в этом языке.

(16 баллов)

В этой задаче требуется привести **полное решение:**

Задача 10.

Найдите все пары натуральных чисел a и b, для которых числа a^3+1 и b^3+1 делятся на a^2+b^2.

(16 баллов)

В этой задаче требуется привести **полное решение:**