

Международная олимпиада молодежи – 2022

*Заполняется членами жюри. Пометки участников не допускаются!*

Ш И Ф Р	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10	Итого баллов
	Мах 7	Мах 7	Мах 7	Мах 7	Мах 7	Мах 7	Мах 13	Мах 13	Мах 16	Мах 16	Мах 100

**МАТЕМАТИКА**

**11 класс**

**Вариант 4**

Время выполнения заданий – 180 минут

Максимальная оценка – 100 баллов

---

1. В задачах первого блока №№ 1-6 необходимо привести лишь ответ. Свободное место на странице можно использовать в качестве черновика. Дополнительные записи, помимо ответа, на оценку по этим задачам не повлияют.

2. Решения задач второго блока №№ 7-8 необходимо записать в виде ответа и подробной схемы решения с перечислением всех ключевых утверждений и шагов доказательства.

3. В задачах третьего блока №№ 9-10 необходимо привести полное решение: ответ (если предполагается) и полное доказательство. Без доказательства задача будет считаться нерешённой даже при наличии верного ответа.

**Задача 1.**

Найдите значение выражения  $ax + 2a + bx + 2b$  при  $x = 2\sqrt{2}$ , если  $a + b = x - 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

(7 баллов)

**Задача 2.**

Влажность пшеницы, поступившей на зерносушилку, составляла 40%, а после просушки оказалась равной 20%. Сколько процентов веса потеряла пшеница в процессе сушки?

Ответ: \_\_\_\_\_

(7 баллов)

**Задача 3.**

Найдите наибольший корень уравнения

$$\frac{20x}{4 - x - x^2} - \frac{15x}{4 - 2x - x^2} + 2 = 0$$

Ответ: \_\_\_\_\_

(7 баллов)

**Задача 4.**

Найдите наименьшее целое  $x$ , являющееся решением неравенства  $\frac{3}{\sqrt{2-x}} - \sqrt{2-x} < 2$

Ответ: \_\_\_\_\_

(7 баллов)

**Задача 5.**

Средняя линия трапеции равна 8 см и делит площадь в отношении 2 : 3. Найдите большее основание трапеции (в см).

Ответ: \_\_\_\_\_

(7 баллов)

**Задача 6.**

Найдите сумму всех различных целочисленных значений  $a$ , при которых уравнение  $(x - a)^2 = 144 \cos(\arccos x)$  имеет единственный корень.

Ответ: \_\_\_\_\_

(7 баллов)

**Задача 7.**

В равнобокую трапецию  $ABCD$  вписана окружность. Эта окружность касается сторон трапеции в точках  $P, Q, R$  и  $S$ . Оказалось, что площадь четырёхугольника  $PQRS$  составляет  $\frac{8}{25}$  от площади трапеции  $ABCD$ . Найдите отношение длины меньшего основания трапеции  $ABCD$  к длине её большего основания.

**Ответ:** \_\_\_\_\_

(13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

**Тезисное доказательство:**



**Задача 8.**

Пусть  $k$  и  $l$  – две параллельные прямые, на которых отмечены  $m$  и  $n$  различных точек соответственно ( $m \geq n$ ). Найдите все возможные пары  $(m, n)$ , если количество различных треугольников с этими вершинами равно 525.

**Ответ:** \_\_\_\_\_ (13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

**Тезисное доказательство:**

**Задача 9.**

В одном редком языке алфавит состоит из двух букв: А и В, а слова – это все возможные последовательности букв, образованные согласно следующим правилам:

- Единственное слово из одной буквы – А;
- В каждом слове должна быть хотя бы одна буква А;
- Если слово заканчивается на А, то при отбрасывании этой (последней) буквы, получается последовательность, которая не является словом этого языка.

Найдите количество слов из 18 букв в этом языке.

(16 баллов)

В этой задаче требуется привести полное решение:

**Задача 10.**

Найдите все пары натуральных чисел  $a$  и  $b$ , для которых числа  $a^4 + 1$  и  $b^4 + 1$  делятся на  $a^3 + b^3$ .  
(16 баллов)

В этой задаче требуется привести полное решение: