Заполняется членами жюри. Пометки участников не допускаются!											
ШИФР	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10	**Итого баллов**
	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 13	Max 13	Max 16	Max 16	**Max 100**

МАТЕМАТИКА

11 класс

Вариант 6

Время выполнения заданий – 180 минут
Максимальная оценка – 100 баллов

---

1. В задачах <u>первого блока №№ 1-6</u> необходимо привести лишь ответ. Свободное место на странице можно использовать в качестве черновика. Дополнительные записи, помимо ответа, на оценку по этим задачам не повлияют.

2. Решения задач <u>второго блока №№ 7-8</u> необходимо записать в виде ответа и подробной схемы решения с перечислением всех ключевых утверждений и шагов доказательства.

3. В задачах <u>третьего блока №№ 9-10</u> необходимо привести полное решение: ответ (если предполагается) и полное доказательство. Без доказательства задача будет считаться нерешённой даже при наличии верного ответа.

Задача 1.

Основания трапеции a и b, удовлетворяют условиям $3,4 \leqslant a \leqslant 3,5$; $6,3 \geqslant b \geqslant 6,2$. Найдите максимально возможное значение длины, которое может принимать средняя линия.

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 2.

При условии ежегодного начисления дохода сумма вклада Вадима Васильевича в банке за второй год хранения увеличилась на 2500 руб, а за четвертый год — на 3600 руб. На сколько рублей увеличится его вклад за пятый год?

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 3.

Найдите сумму всех целых положительных значений x и y, удовлетворяющих условию

$$x^2 + xy - 2y^2 - 13 = 0$$

Комментарий: для каждого решения (x, y) надо добавить в общую сумму и x, и y.

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 4.

Найдите сумму целых решений неравенства $x^2 - 2x \geqslant \dfrac{3}{x^2 - 2x - 3} + 1$, принадлежащих промежутку $(-4; 5)$.

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 5.

В параллелограмме, имеющем угол 60° и периметр 22 см, меньшая диагональ составляет 7 см. Найдите меньшую сторону этого параллелограмма (в см).

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 6.

Найти сумму всех целых a из промежутка $[2;15]$, при которых следующая функция определена на всей числовой оси:

$$f(x) = \lg\left(\left(2x - x^2\right)\log_4 a + 3\left(x^2 + 1 + \log_{0,25} a\right) - 2x\right)$$

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 7.

Треугольники ABC и ABD вписаны в одну и ту же окружность диаметра $AB = 18$. Прямая, проходящая через D перпендикулярно AB пересекает AB в точке P, сторону AC в точке Q и продолжение стороны BC в точке R. Найдите длину DP если $PR = 18$ и $PQ = 4$.

Ответ: ______________ (13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 8.

На отрезке $[0, 1]$ вещественной прямой отмечены красным цветом 1220 точек, которые делят интервал на 1221 равную часть. Также зелёным цветом отмечены 1342 точки, которые делят этот интервал на 1343 равных отрезков. Пусть минимальная длина отрезка с концами разного цвета равна d (точки 0 и 1 не красятся ни в какакие цвета, $d > 0$). Укажите все пары точек красного и зелёного цвета расстояние между которыми равно d.

Ответ: ______________ (13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 9.

Мы будем говорить, что список натуральных чисел допустим, если все его числа меньше или равны 160, а их сумма больше 3205. Найдите наименьшее натуральное число d такое, что в каждом допустимом списке можно вычеркнуть некоторые числа, чтобы сумма оставленных неперечеркнутых чисел больше или равна $3205 - d$ и меньше или равна $3205 + d$.
УТОЧНЕНИЕ. В списке могут быть повторяющиеся номера.

(16 баллов)

В этой задаче требуется привести **полное решение:**

Задача 10.

Решите в натуральных числах уравнение $11^a + 3^b - 2^c = 200$. (16 баллов)

В этой задаче требуется привести **полное решение:**