Заполняется членами жюри. Пометки участников не допускаются!

Ш И Ф Р	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10	**Итого баллов**
	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 13	Max 13	Max 16	Max 16	**Max 100**

МАТЕМАТИКА

11 класс

Вариант 8

Время выполнения заданий – 180 минут
Максимальная оценка – 100 баллов

---

1. В задачах <u>первого блока №№ 1-6</u> необходимо привести лишь ответ. Свободное место на странице можно использовать в качестве черновика. Дополнительные записи, помимо ответа, на оценку по этим задачам не повлияют.

2. Решения задач <u>второго блока №№ 7-8</u> необходимо записать в виде ответа и подробной схемы решения с перечислением всех ключевых утверждений и шагов доказательства.

3. В задачах <u>третьего блока №№ 9-10</u> необходимо привести полное решение: ответ (если предполагается) и полное доказательство. Без доказательства задача будет считаться нерешённой даже при наличии верного ответа.

Задача 1.

Периметр прямоугольника равен 22 см, а сумма площадей квадратов, построенных на двух смежных сторонах прямоугольника равна 85 см^2. Найдите большую сторону данного прямоугольника (в см).

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 2.

Имеются два сплава золота и серебра; в одном из них количество этих металлов находится в отношении 3 : 5, в другом - в отношении 1 : 7. Из этих сплавов составили третий сплав так, чтоб золото и серебро содержатся в весовом отношении 1 : 3. Сколько процентов от общей массы третьего сплава составляет в нем масса первого сплава?

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 3.

Найдите произведение корней уравнения $\lg^4(x^2) + 4(\lg x^2)^2 - 5 = 0$.

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 4.

Найдите количество целых x, для которых не выполняется неравенство

$$2x^2+2x+3-\frac{21}{x^2+x+1}>0$$

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 5.

Площадь вписанного в треугольник круга равна 4π см^2,а одна из точек касания делит сторону на отрезки длиной 3 см и 4 см. Найдите площадь треугольника (в см^2).

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 6.

Найдите длину границы фигуры, заданной неравенствами $\begin{cases} \sqrt{4-y^2} \geqslant x \\ \sqrt{4-x^2} \geqslant y \\ \arcsin(x+1) \leqslant \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$

Ответ: ____________ (7 баллов)

Задача 7.

На стороне AD параллелограмма $ABCD$ выбрана такая точка P, что BP является биссектрисой угла B. Вычислите длины сторон параллелограмма, если $BP = CP = 12$ и $PD = 7$.

Ответ: ______________ (13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 8.

В клетках таблицы 1000×1000 записаны числа по следующему правилу: в левом столбце числа сверху вниз образуют возрастающую арифметическую прогрессию с разностью 3 и первым числом 8 (т.е. $8, 11, 14, \ldots$). В первой (верхней) строке числа также образуют возрастающую слева направо арифметическую прогрессию с первым членом 8 и разностью 3. Во второй строке стоит возрастающая арифметическая прогрессия с первым членом 11 и разностью 5. В общем случае в i-ой сверху строке стоит возрастающая слева направо арифметическая прогрессия с разностью $2i + 1$. Найдите какое количество раз в этой таблице встречается число 219.

Ответ: ____________ (13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 9.

Охотник Иван пришёл на болото охотится на уток. Болото имеет форму квадрата 200×200 метра и на карте поделено на секторы размером 1×1 метр. Рассадка уток считается удачной, если в каждой полосе из 200 секторов (то есть 1×200 или 200×1 секторов согласно карте) сидят хотя бы две утки. Рассадка считается минимально удачной, если она удачная, но после того, как взлетит любая из уток, эта рассадка перестаёт быть удачной. Считая, что утки на болоте всегда рассаживаются не более чем по одной в секторе, найдите наибольшее количество уток, которое может составлять минимально удачную рассадку.

(16 баллов)

В этой задаче требуется привести **полное решение:**

Задача 10.

Найдите все тройки натуральных чисел x, y и n, для которых $\frac{x!+y!}{n!} = 7 \cdot 3^n$.
Комментарий: восклицательный знак обозначет факториал натурального числа, то есть $k! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot k$. (16 баллов)

В этой задаче требуется привести **полное решение:**