

**Задания первого (отборочного) этапа
по направлению «Математика»**

Задание 1.

Найдите размерность векторного подпространства векторного пространства вещественных 3×3 матриц, порождённого целыми положительными степенями матрицы

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -5 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Ответ: 2

Задание 2.

Найдите критическое значение функции $4xy + 3z^2$ на сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, не являющееся ни минимумом, ни максимумом функции на сфере.

Ответ: 2

Задание 3.

Сколько элементов группы S_5 перестановок множества из 5 элементов сопряжено какому-нибудь элементу из подгруппы $S_4 \subset S_5$, оставляющей на месте пятёрку?

Ответ: 76

Задание 4.

Найдите размерность пространства чётных гладких вещественнозначных функций одного переменного лежащих в ядре оператора

$$\partial \circ (\partial - 1)^5 \circ (\partial + 1)^5,$$

где ∂ – оператор дифференцирования.

Ответ: 6

Задание 5.

Найдите квадрат максимально возможного расстояния между точками касания касательных, проведенных к сфере, вписанной в единичный четырехмерный куб, из вершины этого куба.

Ответ: 0,75

Задание 6.

Найдите максимально возможное число связных компонент дополнения до 3 различных прямых вещественной проективной плоскости.

Ответ: 4

Задание 7.

Найдите число нетривиальных циклических подгрупп в группе

$$\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}/4\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$$

Ответ: 27

**Задания первого (отборочного) этапа
по направлению «Математика»**

Задание 8.

Сколько вещественных многочленов степени больше нуля с коэффициентом 1 при старшем члене делят одновременно многочлены $x^{12} - 1$ и $x^{15} - 1$?

Ответ: 3

Задание 9.

Найдите максимальное из расстояний между непересекающимися прямыми в трехмерном пространстве, содержащими диагонали соседних граней прямоугольного параллелепипеда со сторонами 7, 14 и 21.

Ответ: 6

Задание 10.

Сколько предельных точек имеет множество точек $\sin\left(\frac{n^2+1}{3n}\pi\right)$, где $n \in \mathbb{Z} \geq 0$?

Ответ: 3