Высшая проба

ВСЕРОССИЙСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА

Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Физика» для 9 класса

2022/2023 уч. г.

ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Время выполнения заданий — 240 минут.

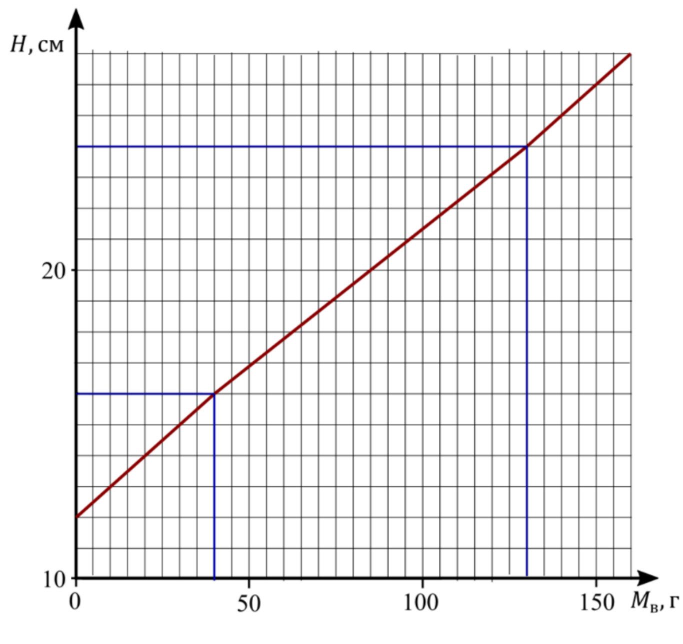
Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк.
Проверяться будет как сам ответ в бланке, так и черновики, по которым будет восстанавливаться логика получения результата.

Максимальное количество баллов — 100.

Задача 1. На симметричном клине располагаются два бруска с одинаковой массой, которые соединены через идеальный неподвижный блок невесомой и нерастяжимой нитью. Клин начинают вращать с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси симметрии. Определите при каком взаиморасположении грузы будут покоиться? Коэффициент трения между грузами и клином $\mu = 1/6$, угол наклона сторон клина к горизонту $\alpha = 45°$. Бруски не отрываются от поверхности клина, ускорение свободного падения равно g, длина нити равна $L = g/(\sqrt{2} * \omega^2)$. Размером блока пренебречь.

Задача 2. В далеком 1958 году маленький воробей пролетал над военной базой в Китае. Местные жители решили избавиться от «вредителя» с помощью старинной пушки. Воробей увидел, как из пушки вылетело ядро. Направление скорости ядра к горизонту в момент выстрела он определил равным $\alpha = 45°$. Ровно через $t_1 = 2\ c$ он услышал оглушающий хлопок. Если бы он не сменил вовремя траекторию, то через $t_2 = 10\ c$ снаряд поразил бы его. Определите, с какой скоростью вылетел снаряд из пушки, и на каком расстоянии он приземлился. Считать, что воробей летел строго параллельно горизонту по направлению к пушке с постоянной скоростью $V = 46$ км/ч. Ускорение свободного падения $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, скорость распространения звука в воздухе $c = 330\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Задача 3. Внутри цилиндрического стакана находится лёд, плотно прилегающий к стенкам стакана и дну, внутри которого находится кусочек свинца. В данный стакан медленно начинают заливать теплую воду. График зависимости уровня воды (H) в стакане от количества залитой воды представлен на рисунке. На графике выделены две точки излома. Определите по данному графику:



1) Начальную массу льда в стакане

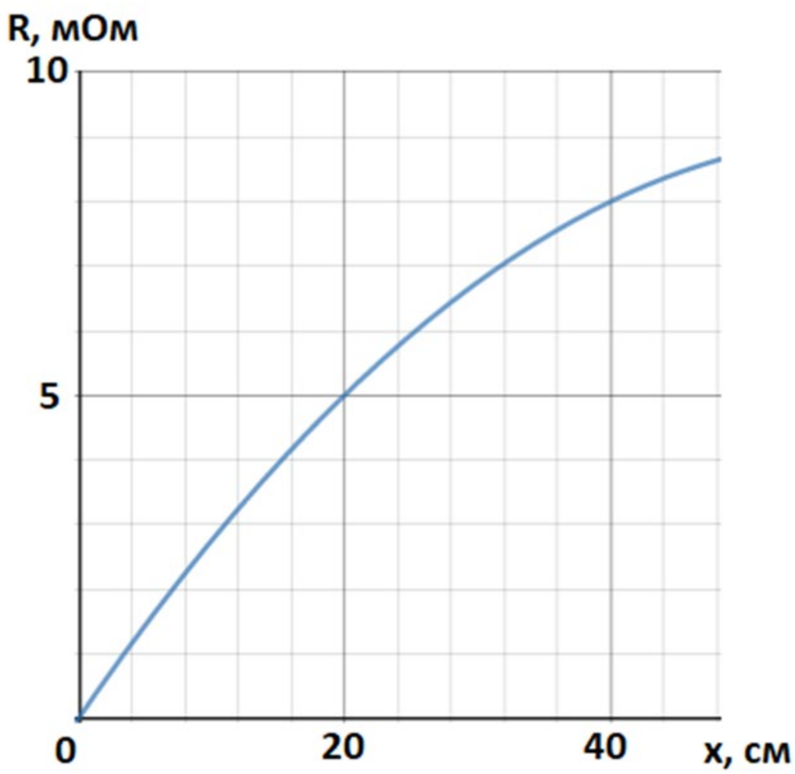
2) Массу свинца

3) Начальную температуру заливаемой воды и льда

Считать, что теплопроводность достаточно высокая и потери в окружающую среду отсутствуют. Плотность воды $\rho_в = 1000\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, плотность льда $\rho_л = 900\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, плотность свинца $\rho_с =$

$11350\,\frac{кг}{м^3}$, удельная теплоемкость воды $c_в = 4200\,\frac{Дж}{кг\,°C}$, удельная теплоемкость льда $c_л = 2100\,\frac{Дж}{кг\,°C}$, удельная теплоемкость свинца $c_c = 140\,\frac{Дж}{кг\,°C}$, удельная теплота плавления льда удельная теплоемкость воды $\lambda = 330\,\frac{кДж}{кг}$.

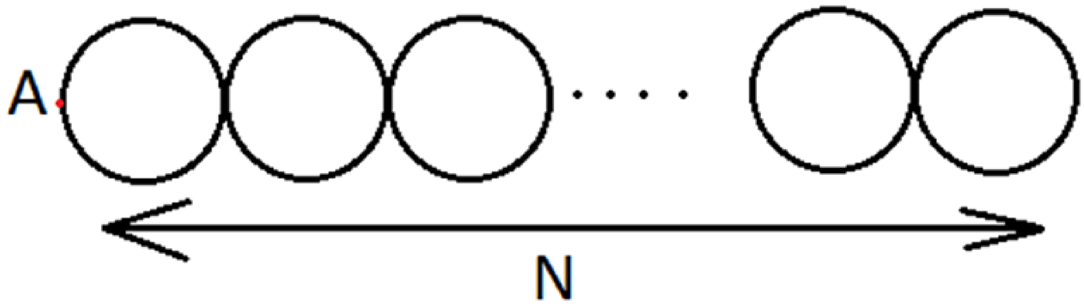
Задача 4. Юному школьнику дали задание – измерить зависимость сопротивления провода от его длины. Школьник решил начать делать измерения, не доставая из коробки провод. Он вытащил часть провода из коробки таким образом, что концы провода остались внутри. Один контакт омметра он расположил на произвольном участке вытянутого провода, а второй начал плавно отодвигать от первого. Результаты данного эксперимента вы можете увидеть на графике зависимости показания омметра от расстояния между клем-



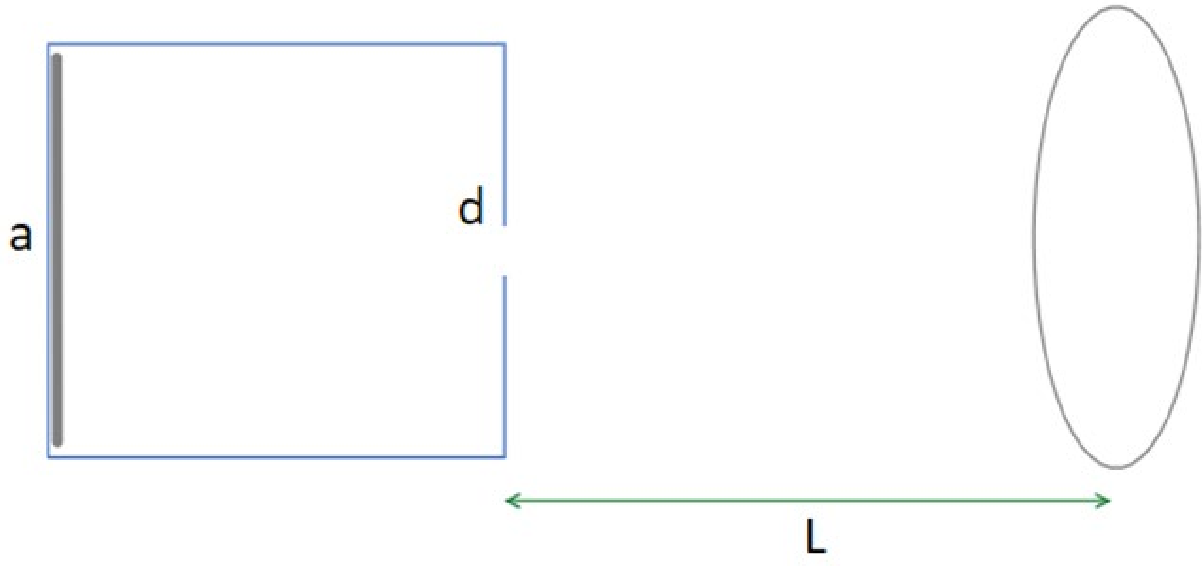
мами вдоль провода:

Объясните, почему на графике зависимость нелинейна? Какова минимально возможная длина провода в коробке?

Учитель, который увидел данную работу и условия её выполнения, после небольшого шока дал ученику другое задание: взять оголенный провод длины L и сопротивления R и скрутить из него N одинаковых колечек не разрывая провод, как показано на рисунке. Первый контакт омметра он велел ему расположить в точке A, располагающейся на оси симметрии, а второй начать плавно отодвигать от точки A вдоль провода. Изобразите схематично график зависимости показаний омметра от расстояния по горизонтали между клеммами прибора R(x) в данном случае. Укажите характерные точки и масштабы графика.



Задача 5. Юный экспериментатор Алексей решил почувствовать себя первооткрывателем фотографии: в кубической коробке с длиной стороны около 30см он проделал небольшое отверстия диаметра d, поместил чувствительную к свету фотоплёнку на противоположную отверстию внутреннюю стенку камеры и решил сфотографировать свой пятиэтажный дом, см. рис. Фотоплёнка заслоняет собой почти всю стенку. Оцените, какого размера d отверстие в стенке камеры Алексей должен произвести и на каком расстоянии L следует поместить камеру от дома, чтобы получилась его качественная фотография? Предлагаем вам определить параметр качества фотографии самостоятельно – и обязательно подсчитать его при ваших выбранных параметрах. В решении опишите все, на ваш взгляд, необходимые рассуждения и допущения, а также преимущества и недостатки выбранных вами параметров. Разрешение используемой Алексеем фотоплёнки составляет около 100мкм.



9 класс. Решения.

Каждая задача оценивается в 20 баллов, всего 5 задач, сумма баллов равна 100. Решение каждой задачи состоит из нескольких шагов, соответствующее разбиение по баллам приведено после решения каждой задачи.

Задача 1. Механика.

Условие () (20 баллов). На симметричном клине располагаются два бруска с одинаковой массой, которые соединены через идеальный неподвижный блок невесомой и нерастяжимой нитью. Клин начинают вращать с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси симметрии. Определите при каком взаиморасположении грузы будут покоиться? Коэффициент трения между грузами и клином $\mu = 1/6$, угол наклона сторон клина к горизонту $\alpha = 45°$. Бруски не отрываются от поверхности клина, ускорение свободного падения равно g, длина нити равна $L = g/(\sqrt{2} * \omega^2)$. Размером блока пренебречь.

Решение: Будем решать задачу в общем виде, когда массы грузов равны m (груз №1) и M (груз №2). Найдём положение, когда грузы вот-вот поедут в сторону груза M. Тогда сила трения покоя равна силе трения скольжения. Обозначим силу натяжения нити T, реакции опор N_1 и N_2. Длина нити от блока (т.е. от оси вращения) до первого груза равна z_1, тогда длина нити от блока до второго груза равна $z_2 = L - z_1$. Важно отметить, что z_1 не может быть меньше 0 или больше L. Имеем систему уравнений:

$$N_1 + m\omega^2 z_1 \cos\alpha \sin\alpha = mg\cos\alpha,$$

$$N_2 + M\omega^2 (L - z_1) \cos\alpha \sin\alpha = Mg\cos\alpha,$$

$$T = mg\sin\alpha + m\omega^2 z_1 \cos^2\alpha + \mu N_1 = Mg\sin\alpha + M\omega^2 (L - z_1)\cos^2\alpha - \mu N_2$$

Решением является

$$\frac{z_{1-}}{L} = \frac{\frac{g}{L\omega^2}\big((M-m)\tan\alpha - (M+m)\mu\big) + M(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)}{(m+M)\cos\alpha + (M-m)\mu\sin\alpha}$$

Если положить, что грузы поедут в сторону груза №1 (надо поменять знаки перед μ в системе уравнений), то решением будет

$$\frac{z_{1+}}{L} = \frac{\frac{g}{L\omega^2}\big((M-m)\tan\alpha + (M+m)\mu\big) + M(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}{(m+M)\cos\alpha + (m-M)\mu\sin\alpha}$$

Для заданных в условии соотношений грузы останутся неподвижными, если положение первого груза z_1 будет удовлетворять неравенствам

$$z_{1-} < z_1 < z_{1+}, \qquad z_{1+} = \frac{3L}{4}, \qquad z_{1-} = \frac{L}{4}.$$

Разбалловка.

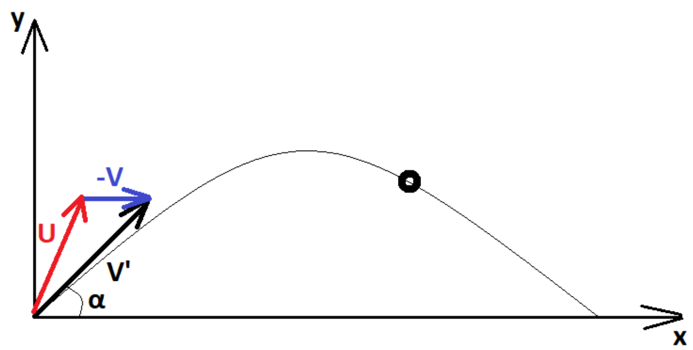
Записана система уравнений Ньютона для обоих грузов	***5 баллов***
Правильно учтена сила трения	***2 балла***
Получено неравенство (в любом виде), ограничивающее возможное взаиморасположение грузов	***5 баллов***
Правильно посчитана левая граница взаимного расположения	***4 балла***
Правильно посчитана правая граница взаимного расположения	***4 балла***

Задача 2.

Условие (Лужнов Алексей Сергеевич) (20 баллов). В далеком 1958 году маленький воробей пролетал над военной базой в Китае. Местные жители решили избавиться от «вредителя» с помощью старинной пушки. Воробей увидел, как из пушки вылетело ядро. Направление скорости ядра к горизонту в момент выстрела он определил равным $\alpha = 45°$. Ровно через $t_1 = 2\,с$ он услышал оглушающий хлопок. Если бы он не сменил вовремя траекторию, то через $t_2 = 10\,с$ снаряд поразил бы его. Определите, с какой скоростью вылетел снаряд из пушки, и на каком расстоянии он приземлился. Считать, что воробей летел строго параллельно горизонту по направлению к пушке с постоянной скоростью $V = 46\,км/ч$. Ускорение свободного падения $g = 10\,\frac{м}{с^2}$, скорость распространения звука в воздухе $c = 330\,\frac{м}{с}$. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Решение. Первое, что необходимо указать в решении, что воробей является движущейся системой отсчета, поэтому значения и направления скоростей, которые он наблюдают – являются относительными.

Можно рассмотреть задачу в системе отсчета воробья, где он покоится на месте, а на него летит ядро:



Получаем относительную скорость: $\overrightarrow{V'} = \overrightarrow{V_{СОБ}} - \overrightarrow{V_{СО}} = \vec{U} - \vec{V}$, где $\vec{U}$ – начальная скорость ядра, $\vec{V}$ – скорость воробья, $\overrightarrow{V'}$ - скорость, которую наблюдает воробей.

В данной системе отсчета все формулы баллистики будут справедливы для начальной скорости V', в частности зависимость координат от времени:

$$x(t) = V' \cos\alpha \cdot t$$
$$y(t) = V' \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

В условии сказано, что воробей услышал звук выстрела из пушки через время t_1, значит расстояние от пушки до воробья можно выразить, как расстояние, которое преодолевает звук за данное время. Т.к. скорость воробья много меньше скорости звука, то можно пренебречь изменением скорости звука при переходе в данную систему координат.

$$L = c\,t_1 = \sqrt{x^2(t_2) + y^2(t_2)}$$

$$(c\,t_1)^2 = (V'\cos\alpha \cdot t_2)^2 + \left(V'\sin\alpha \cdot t_2 - \frac{gt_2^2}{2}\right)^2$$

$$V' = \frac{gt_2^3 \sin\alpha + \sqrt{(gt_2^3\sin\alpha)^2 - (g^2t_2^4 - 4c^2t_1^2)t_2^2}}{2t_2^2} = 91{,}1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Теперь свяжем относительную и собственную скорость через проекции:

$$V_x' = V'\cos\alpha = U_x + V$$
$$V_y' = V'\sin\alpha = U_y$$

$$U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2} = \sqrt{(V'\cos\alpha - V)^2 + (V'\sin\alpha)^2} = 82{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Теперь найдём на каком расстоянии приземлится ядро от пушки. В данной системе отсчета вектор начальной скорости соответствует $\vec{U}$:

$$t_{\text{полета}} = \frac{2U_y}{g}$$

$$L = U_x \cdot t_{\text{полета}} = \frac{2U_xU_y}{g} = \frac{2(V'\cos\alpha - V)\cdot V'\sin\alpha}{g} = 665\text{ м}$$

Разбалловка.

Указан переход в систему отсчёта воробья	***2 балла***
Правильно посчитана начальная скорость ядра в системе отсчёта воробья (или эта скорость в решении не используется)	***8 баллов***
Правильно посчитана начальная скорость ядра в системе отсчёта земли	***5 баллов***
Правильно получено значение дальности полёта ядра	***5 баллов***

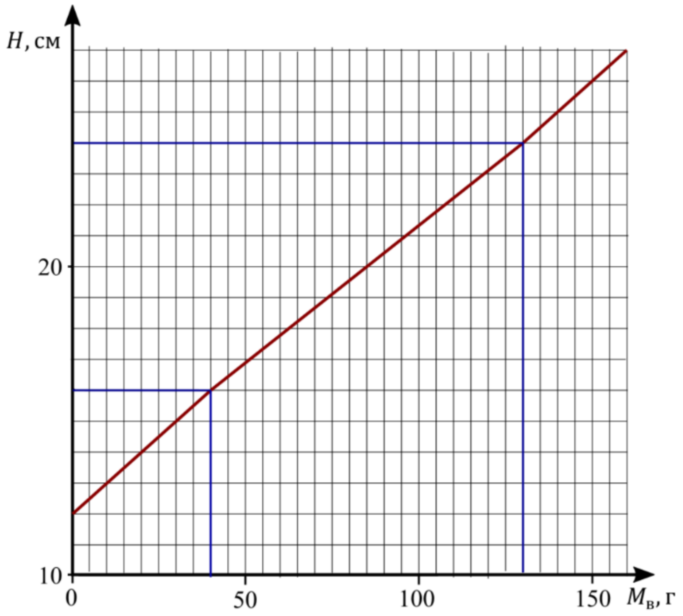
Задача 3.

Задача 3 (Лужнов Алексей Сергеевич) (20 баллов). Внутри цилиндрического стакана находится лёд, плотно прилегающий к стенкам стакана и дну, внутри которого находится кусочек свинца. В данный стакан медленно начинают заливать теплую воду. График зависимости уровня воды (H) в стакане от количества залитой воды представлен на рисунке. На графике выделены две точки излома. Определите по данному графику:

1) Начальную массу льда в стакане

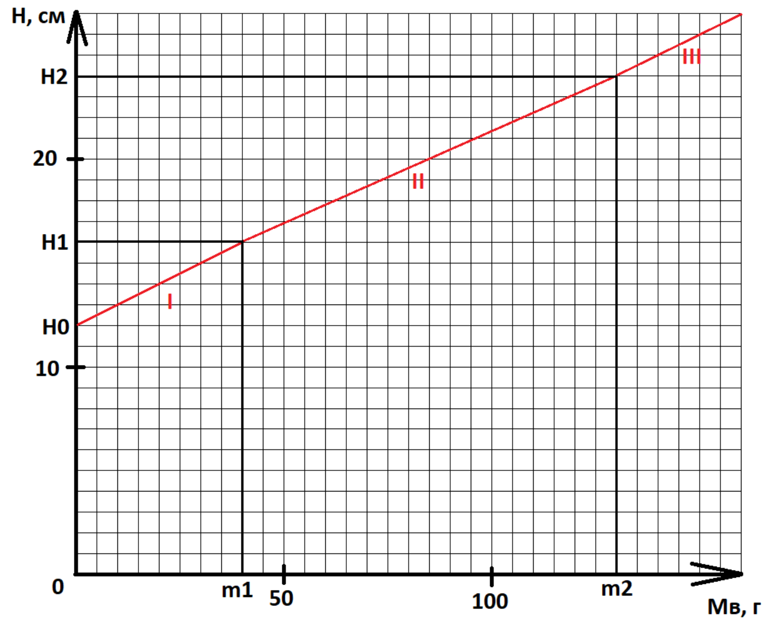
2) Массу свинца

3) Начальную температуру заливаемой воды и льда



Считать, что теплопроводность достаточно высокая и потери в окружающую среду отсутствуют. Плотность воды $\rho_в = 1000\,\frac{кг}{м^3}$, плотность льда $\rho_л = 900\,\frac{кг}{м^3}$, плотность свинца $\rho_с = 11350\,\frac{кг}{м^3}$, удельная теплоемкость воды $c_в = 4200\,\frac{Дж}{кг\,^\circ C}$, удельная теплоемкость льда $c_л = 2100\,\frac{Дж}{кг\,^\circ C}$, удельная теплоемкость свинца $c_с = 140\,\frac{Дж}{кг\,^\circ C}$, удельная теплота плавления льда удельная теплоемкость воды $\lambda = 330\,\frac{кДж}{кг}$.

Решение. На II участке коэффициент угла наклона меньше, чем на I и III участке, в связи с плавлением льда. Значит на I участке происходит процесс нагрева льда и свинца, но без плавления. Значит уровень воды поднимается только за счет заливаемой воды:



$$(H_1 - H_0)S\rho_в = m_1$$
$$S = \frac{m_1}{\rho_в(H_1 - H_0)} = 10\text{ см}^2$$

На II участке изменение уровня воды идет за счет заливаемой воды и плавления льда:

$$(H_2 - H_1)S = \frac{m_2 - m_1}{\rho_в} - \left(\frac{m_л}{\rho_л} - \frac{m_л}{\rho_в}\right)$$

Получаем массу льда $m_л = 90$ г. Начальный объём соответствует объёму свинца и льда:

$$H_0 S = \frac{m_л}{\rho_л} + \frac{m_c}{\rho_c}$$

Получаем массу свинца $m_с = 227$ г. Найдём теперь начальную температуру воды из теплого баланса на II участке:

$$(m_2 - m_1)c_в(t_в - 0\,^\circ C) = m_л\lambda$$

Получаем начальную температуру воды $t_в = 78{,}6^\circ C$. Найдём теперь начальную температуру льда и свинца из теплого баланса на I участке:

$$m_л c_л(0\,^\circ C - t_л) + m_с c_с(0\,^\circ C - t_л) = m_1 c_в(t_в - 0\,^\circ C).$$

Получаем начальную температуру льда $t_л = -59{,}8^\circ C$.

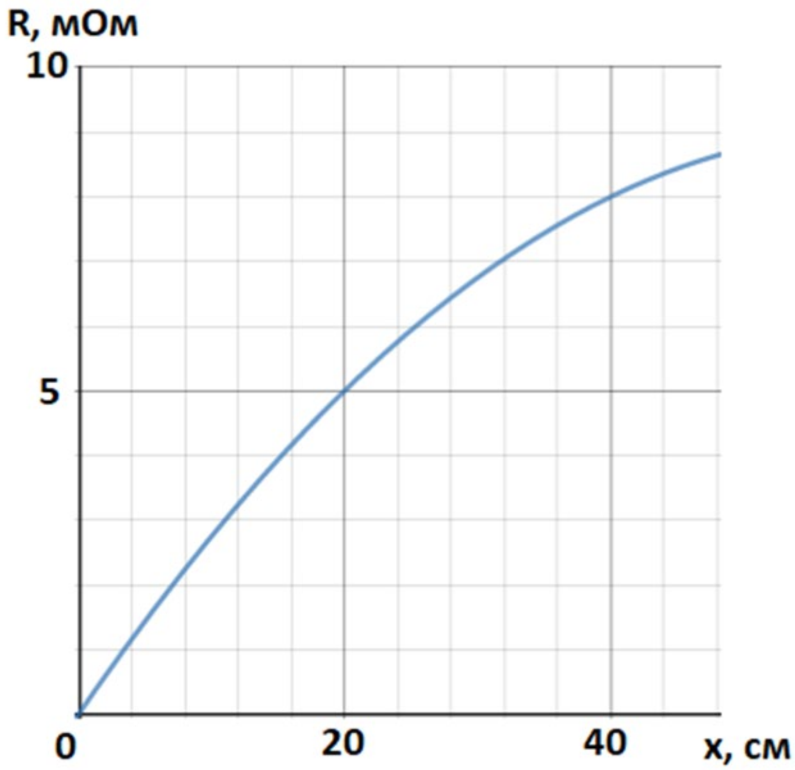
Разбалловка.

Правильно определены характеры изменения агрегатных состояний на всех участках графика	***3 балла***
Найдена площадь сосуда	***4 балла***
Правильно найдена масса льда	***4 балла***
Правильно найдена масса свинца	***4 балла***
Правильно найдена температура вливаемой воды	***3 балла***
Правильно найдена начальная температура льда	***2 балла***

Задача 4. Электричество

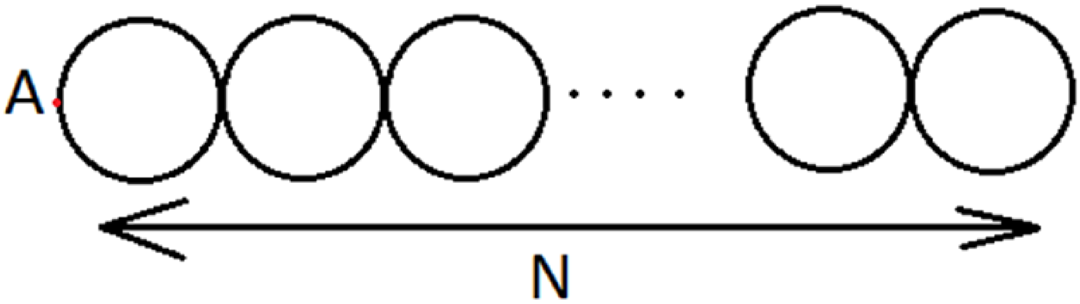
Условие (Лужнов Алексей Сергеевич) (20 баллов). Юному школьнику дали задание – измерить зависимость сопротивления провода от его длины. Школьник решил начать делать измерения, не доставая из коробки провод. Он вытащил часть провода из коробки таким образом, что концы провода остались внутри. Один контакт омметра он расположил на произвольном участке вытянутого провода, а второй начал плавно отодвигать от первого. Результаты данного эксперимента вы можете увидеть на графике зависимости показания омметра от расстояния между клеммами вдоль провода:

Объясните, почему на графике зависимость нелинейна? Какова минимально возможная



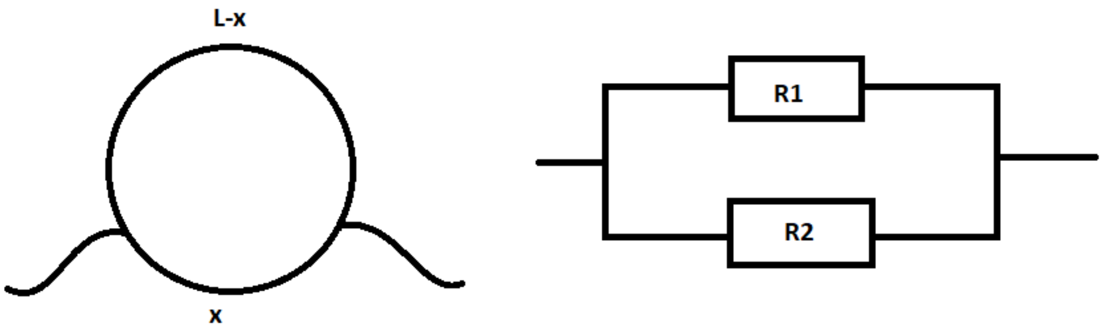
длина провода в коробке?

Учитель, который увидел данную работу и условия её выполнения, после небольшого шока дал ученику другое задание: взять оголенный провод длины L и сопротивления R и скрутить из него N одинаковых колечек не разрывая провод, как показано на рисунке. Первый контакт омметра он велел ему расположить в точке A, располагающейся на оси симметрии, а второй начать плавно отодвигать от точки A вдоль провода. Изобразите схематично график зависимости показаний омметра от расстояния по горизонтали между клеммами прибора R(x) в данном случае. Укажите характерные точки и масштабы графика.



Решение. 1) У школьника не получилось правильно измерить зависимость, потому что внутри коробки провод замкнулся. Минимальная длина возможна в том случае, если замкнутся контакты на концах, получим такую схему соединения резисторов:

При параллельном соединении резисторов общее сопротивление высчитывается:



$$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\rho\frac{x}{S} \cdot \rho\frac{L-X}{S}}{\rho\frac{x}{S} + \rho\frac{L-X}{S}} = \frac{\rho x(L-x)}{S}$$

Получаем квадратичную зависимость от расстояния между контактами, как и на нашем графике.

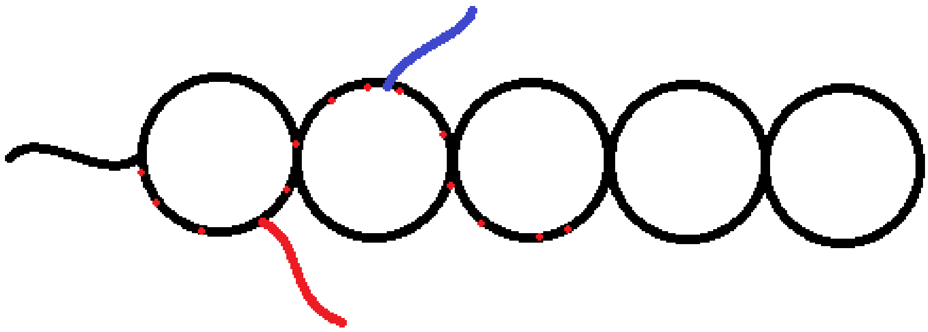
$$R(x_1) = \frac{\rho x_1(L-x_1)}{S}$$
$$R(x_2) = \frac{\rho x_2(L-x_2)}{S}$$

Удобно взять значения в точках пересечения клеток

$$R(20\text{ см}) = 5\text{ Ом}$$
$$R(40\text{ см}) = 8\text{ Ом}$$

Решая данную систему уравнений, получаем минимальную длину $L = 1$ м

2) Теперь рассмотрим ситуацию, когда провод длины L скручен N раз:

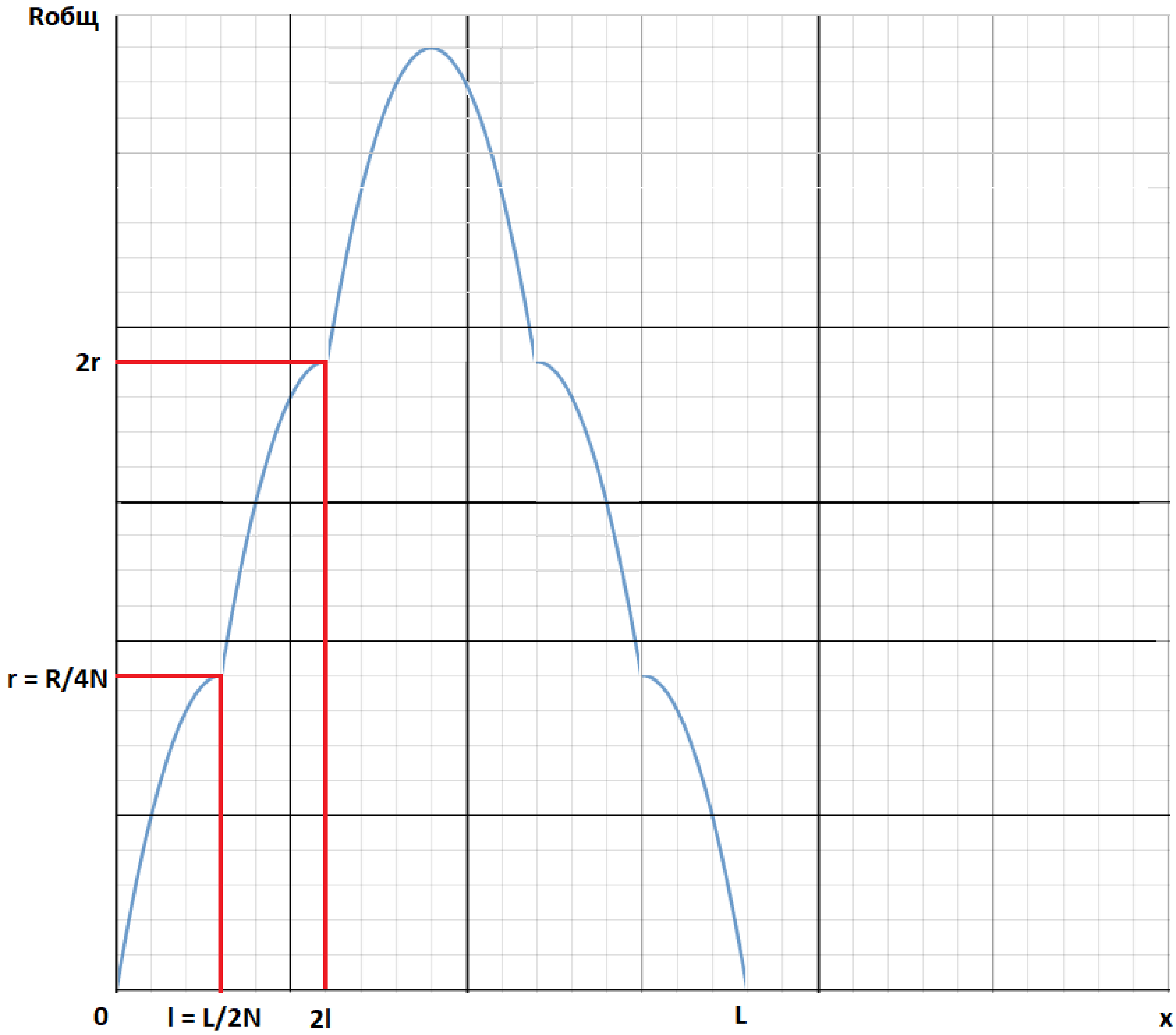


Красными точка отмечено движение второго контакта.

В случае, если мы движемся по первому участку, то данная задача никак не отличается от первой. Будет такая же квадратичная зависимость сопротивления от длины.

$$r(x) = \frac{\rho x(L - x)}{S}$$

Но после перехода на второй участок, у нас будет последовательное соединение первого колечка и второго. Вклад от первого будет фиксированным и равняться $r = \frac{R}{4N}$, а зависимость у второго будет такая же, как у первого. Получается, что общее сопротивление будет их суммой. Далее будет происходить то же самое. При переходе на следующие колечки, вклад от предыдущих будет фиксированным и равняться $r = \frac{R}{4N}$. Получается график «наступающих друг на друга кусочков парабол:



Шаг по оси x соответствует $\frac{L}{4N}$ и максимум L, шаг по оси $R_{\text{общ}}$ соответствует $r = \frac{R}{4N}$ и максимум $\frac{R}{4}$. После достижения максимума все идёт симметрично в обратную сторону.

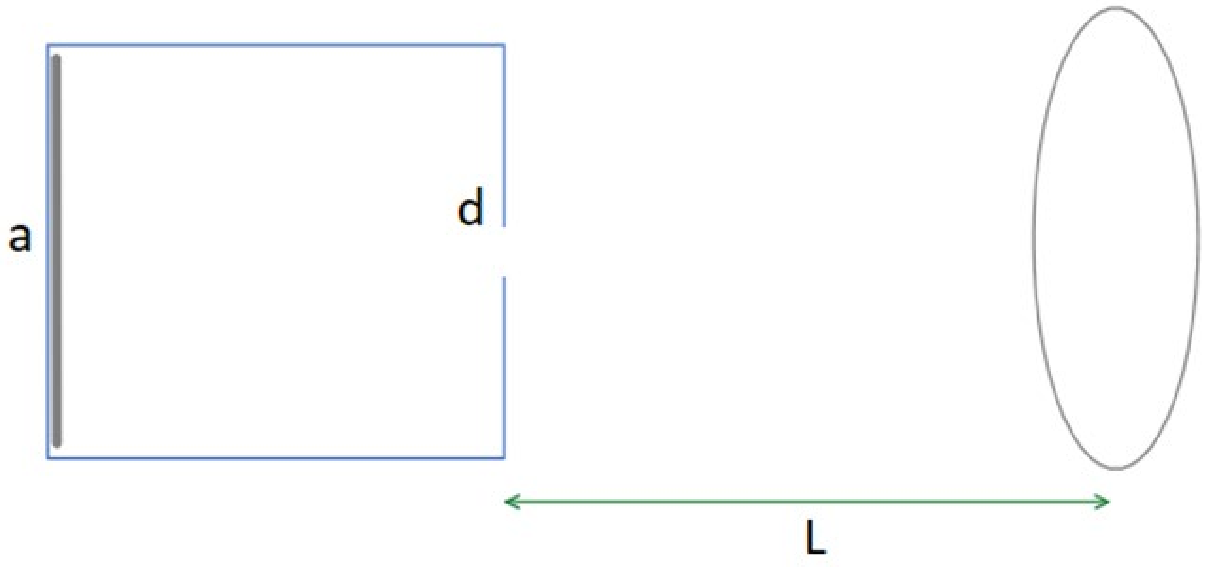
Разбалловка.

Указано, что нелинейность графика связана с замыканием провода внутри коробки	*2 балла*
Указано, что минимальная длина провода в коробке реализуется в случае, когда замыкание произошло на концах провода	*2 балла*
Составлена эквивалентная схема измерений	*2 балла*
Получена зависимость измеренного сопротивления от расстояния между клеммами омметра	*3 балла*
Получена верное значение минимальной	*3 балла*

длины кабеля в коробке	
Показано, что график во втором пункте задачи будет частично-параболическим	***3 балла***
Найдены все характерные точки (шаг смещения по оси икс, по оси игрек, уравнение какой-либо параболы, составляющей график) графика во втором пункте	***5 баллов***

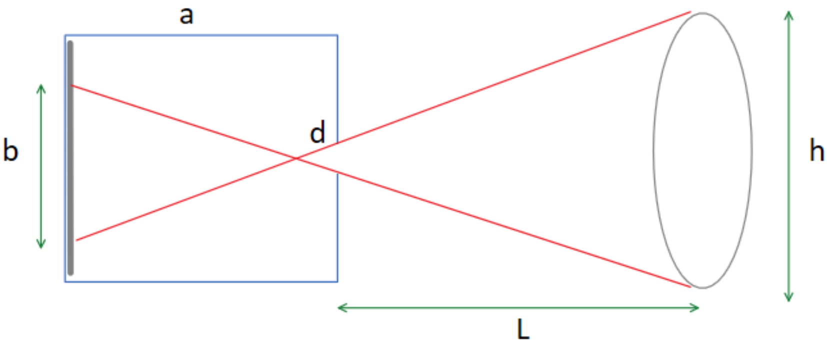
Задача 5. Задача-оценка

Условие (Галиуллин Арслан Анварович) (20 баллов). Юный экспериментатор Алексей решил почувствовать себя первооткрывателем фотографии: в кубической коробке с длиной стороны около 30см он проделал небольшое отверстия диаметра d, поместил чувствительную к свету фотоплёнку на противоположную отверстию внутреннюю стенку камеры и решил сфотографировать свой пятиэтажный дом, см. рис. Фотоплёнка заслоняет собой почти всю стенку. Оцените, какого размера d отверстие в стенке камеры Алексей должен произвести и на каком расстоянии L следует поместить камеру от дома, чтобы получилась его качественная фотография? Предлагаем вам определить параметр качества фотографии самостоятельно – и обязательно подсчитать его при ваших выбранных параметрах. В решении опишите все, на ваш взгляд, необходимые рассуждения и допущения, а также преимущества и недостатки выбранных вами параметров. Разрешение используемой Алексеем фотоплёнки составляет около 100мкм.



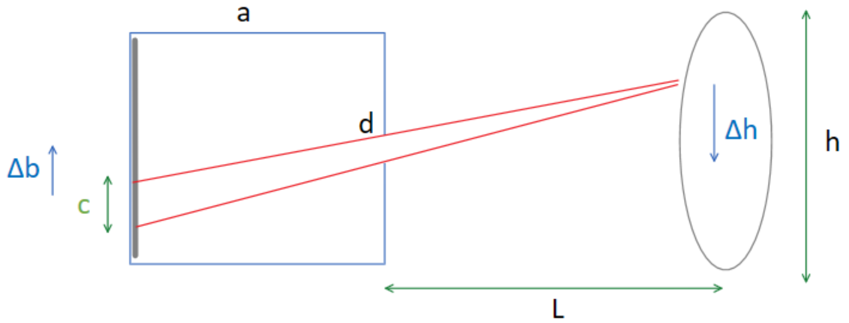
Решение. Рассмотрим ход лучей от дома и определим размер изображения на фотографии. Пусть высота дома равна h, а высота изображения равна b. Тогда из подобия треугольников получается соотношение:

$$\frac{b}{h} = \frac{a}{L} \qquad (1)$$



Для получения самого большого размера изображения следовало бы выбрать L = h. Но при таком выборе расстояний может оказаться, что разрешение фотографии будет плохим. Качество изображения будет зависеть от размера отверстия: чем оно больше, тем больше будет размытие изображения. Рассмотрим какую-нибудь точку дома и посмотрим, в какое пятно размера c оно будет проецироваться на фотоплёнку. Снова из подобия получим уравнение, связывающее порядки расстояний:

Подставим в уравнение (2) высоту изображения, найденную из уравнения (1):



$$c = \frac{d(a+L)}{L} \qquad (3)$$

Чтобы две точки дома были различимы, они должны перейти в две точки изображения, отстоящие друг от друга на расстоянии минимум c. Если расстояние между точками дома порядка Δh, то на изображении они будут на расстоянии Δb, определяемом из подобия:

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{\Delta b}{b} \qquad (4)$$

Тогда минимально различимые детали на фасаде дома определяются соотношением $\Delta b = c$, откуда, подставляя значения Δb и с из уравнение (3) и (4) получаем

$$\Delta h = h\frac{\mathrm{d}}{b}\frac{(a+L)}{L} \qquad (5)$$

Пренебрежём размером камеры по сравнению с расстоянием от отверстия до дома. Тогда уравнение (5) перепишется как

$$\Delta h = h\frac{\mathrm{d}}{b} \qquad (6)$$

Из уравнения (5) видно: чем больше размер изображения, тем хуже его качество, то есть количество деталей, различимых на фото. Оценим величины уравнения (5).

За приемлемый размер фотографии возьмём размер порядка b = 5 см. За размер отверстия возьмём d = 1 мм – такой его размер несложно получить подручными средствами. За высоту дома возьмём h = 5 этажей · 4 м = 20 м. Тогда расстояние между различимыми деталями на доме составит Δh = 40см. При этом расстояние между этими деталями на изображении составит Δb = 1мм, а расстояние от камеры до дома L = 120м. Разрешение плёнки, таким образом, позволяет улучшить качество итогового изображения. Этого можно добиться прецизионным производством отверстия: если сделать его размер порядка

100мкм, то разрешение изображения будет предельным, а размер различимых на доме деталей составит при прочих выбранных данных около 20см.

Разбалловка.

Правильно описан процесс проекции объекта на фотоплёнку (описано словами или присутствует рисунок хода лучей от здания)	***2 балла***
Получена зависимость (1)	***3 балла***
Описан предел разрешения камеры-обскура, вызванный размытием изображения вследствие конечности размера отверстия	***2 балла***
Получено соотношение (2)	***3 балла***
Определён параметр качества изображение (например, минимальный размер различимых на изображении деталей)	***3 балла***
Получена математическая оценка качества изображения (например, уравнение (6))	***3 балла***
Приведена оценка размера отверстия и расстояния до дома с обоснованием выбора величин	***4 балла***