Критерии оценки задач олимпиады "Высшая лига" по направлению "Математика"

Задача 1

[6 баллов] Верное дифференцирование простых дробей.
[14 баллов] Получено разложение на простые дроби, после деления с остатком.
[-2 или -3 балла] Незначительные арифметические ошибки.
[- 7 баллов] Получено разложение на простые дроби, в котором имеется арифметическая ошибка.

Задача 2

[10 баллов] Получение и обоснование двойного интеграла, вычисляющего математическое ожидание расстояния от места встречи поездов до пункта А.
[5 баллов] Нахождение и обоснование формулы для расстояния от места встречи поездов до пункта А.
[5 баллов] Нахождение и обоснование плотности распределения для расстояния от места встречи поездов до пункта А как функции одной переменной $\tau = t_1 - t_2$, где t_1 и t_2 – время отправления поездов из пунктов А и Б соответственно (*).
[5 баллов] Получение и обоснование обыкновенного интеграла, вычисляющего математическое ожидание расстояния от места встречи поездов до пункта А (способ, использующий плотность распределения (*)).
[5 баллов] Вычисление интеграла (интегралов) для получения числового значения искомого математического ожидания.
[1 балл] Рассмотрение случая, когда оба поезда успевают выехать, и нахождение формулы для расстояния от места встречи до пункта А в этом случае.
[0 баллов] Получение обыкновенного интеграла, предположительно вычисляющего математическое ожидание расстояния от места встречи поездов до пункта А, в случае неверно найденной плотности распределения.
[0 баллов] Нахождение математического ожидания неверно найденной случайной величины.
[-1 балл] Отсутствие обоснования формулы для расстояния от места встречи поездов до пункта А в одном из следующих случаев: 1) оба поезда успевают выехать, но из пункта А поезд выезжает позже, чем из пункта Б 2) поезд из пункта Б выезжает позже поезда из пункта А.
[-1 или -2 балла] Арифметическая ошибка при вычислениях.
[-5 баллов] Взятие лишних весовых множителей при написании двойного интеграла, вычисляющего математическое ожидание расстояния от места встречи поездов до пункта А.

[-5 баллов] Отсутствие вычислений даже при условии правильного ответа.
[-5 баллов] Ошибки при взятии интегралов.

Задача 3

Если не используется комплексный интеграл:
[15 балла] Верное решение с арифметической ошибкой.
[10 баллов] Задача сведена к подсчёту интеграла функции $\frac{sin(x)}{x}$, но не приведено ни итогового ответа, ни его вычисления.
[10 баллов] Задача сведена к подсчёту интеграла функции $\frac{sin^2(x)}{x^2}$.
[2 балла] Неверный ответ, пропущены шаги в решении.
При использовании комплексного интеграла:
[6 баллов] Интегрирование по верному контуру, с правильным подсчётом одного из интегралов по полуокружностям.
[3 балла] Интегрирование по верному контуру, но без подсчёта интегралов по полуокружностям.
[0 баллов] Интегрирование по неверному контуру.

Задача 4

[10 баллов] доказательство, что число касаний N непересекающихся окружностей на плоскости не превосходит $3N-6$, для случая, когда есть внутренние касания.
[7 баллов] доказательство, что число касаний N непересекающихся окружностей на плоскости не превосходит $3N-6$, для случая когда есть только внешние касания (то есть когда можно перейти к планарному графу).
[5 баллов] доказательство, что число касаний N непересекающихся окружностей на плоскости не превосходит $3N-6$, для случая, когда есть внутренние касания и есть окружность ω такая, что все остальные находятся внутри неё (*).
[3 балла] доказательство, что число касаний N непересекающихся окружностей на плоскости не превосходит $3N-6$, с использованием идеи (**) для случая когда вся совокупность окружностей разбивается на две конфигурации необходимого вида.
[3 балла] пример из 2022 непересекающихся окружностей на плоскости с максимально возможным числом (6060) точек касания.
[2 балла] идея разбить совокупность непересекающихся окружностей на конфигурации, отвечающие требованию: "не более одной окружности, которую касаются внутри, притом, что эта окружность самая внешняя"(**).
[1 балл] идея про сведение задачи к рассмотрению соответствующего графа.
[1 балл] формулировка оценки сверху на число касаний N непересекающихся окружностей, которая достигается.
[1 балл] идея применить инверсию относительно окружности ω в случае

(*).
[1 балл] сведение случая, когда есть окружность ν такая, что все остальные находятся внутри неё, но касаются между собой только внешним образом, к планарному графу.
[-1 балл] нет объяснения как построен пример.
[-1 балл] в примере не вычислено число точек касания.
[-2 балла] отсутствие обоснования неравенства $3F \leq 2E$, где F – число граней, E – число рёбер планарного графа.

Задача М1

[15 баллов] Нахождение всех Жордановых нормальных форм для искомого оператора.
[5 баллов] Присутствует идея об использовании Жордановой нормальной формы.
[1 балл] Таблица умножения в поле $\mathbb{F}_4$.
[1 балл] Верное вычисление характеристического многочлена искомой матрицы.

Задача М2

[1 балл]Доказано, что $f(0) = 0$.
[1 балл] Рассмотрена функция $\frac{f}{z^k}$, где k – порядок нуля f.
[2 балла] Верный ответ.

Задача Ф1

Пункт А):
[15 баллов] Верное выражение для Лагранжиана — 15 баллов.
[5 баллов] верные уравнения движения.
[-10 баллов] Ошибка в кинетической энергии (неправильный учет относительного вращения и т.п.).
[-5 баллов] Ошибка в потенциальном слагаемом Лагранжиана.
Пункт Б):
[10 баллов] Верное выражение для частоты малых колебаний.
[$\leq$ 8 баллов] Если в пункте а) допущена ошибка в выражении для Лагранжиана, но для этого ошибочного Лагранжиана верно найдена частота колебаний.

Задача Ф2

[15 баллов] Верное выражение для мощности дипольного излучения.
[10 баллов] Верная связь относительного уменьшения радиуса орбиты и изменения энергии — 10 баллов.
[5 баллов] Верное выражение для частоты вращения.