

Вопрос 1

Балл: 10

Пусть  $n > 1$ . Найдите кратность корня  $x = 1$  многочлена

$$x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1.$$

Ответ:

Правильный ответ: 3

Вопрос 2

Балл: 10

Пусть  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  – элемент пространства комплексных  $2 \times 2$  матриц  $M_2(\mathbb{C})$ . Рассмотрим линейное отображение

$$B : M_2(\mathbb{C}) \rightarrow M_2(\mathbb{C}), X \rightarrow AX.$$

Найдите  $\det B$ .

Ответ:

Правильный ответ: 4

Вопрос 3

Балл: 10

Найдите размерность подпространства решений системы уравнений

$$y^{(5)} + 2y^{(4)} + 2y^{(3)} + 2y^{(2)} + y' = 0$$

$$y^{(6)} - 2y^{(5)} + 2y^{(4)} - 2y^{(3)} + y^{(2)} = 0$$

в пространстве вещественнозначных бесконечно дифференцируемых функций.

Ответ:

Правильный ответ: 3

Вопрос 4

Балл: 10

Продавец газет покупает газету за 10 рублей, а продаёт за 15. Непроданные газеты пропадают (дают убыток). Пусть вероятность  $p_k$  спроса на  $k$  газет в некоторый день задаётся формулой

$$p_k = \binom{10}{k} \frac{1}{2^{10}}.$$

Сколько газет должен закупить продавец чтобы максимизировать среднюю прибыль?

Ответ:

Правильный ответ: 4

Вопрос 5

Балл: 10

В пространстве  $\mathbb{R}^4$  даны 5 точек, причем все попарные расстояния между точками равны  $\sqrt{2}$ . Найдите радиус сферы, касающейся всех отрезков, соединяющих две из пяти данных точек.

Ответ:

Правильный ответ: sqrt(0.3)

Вопрос 6

Балл: 10

Пусть  $a$  – вещественное число. Рассмотрим функцию

$$f(z) = \frac{\sin(az)}{z^3 \sin(z)}.$$

Найдите значение параметра  $a$ , при котором вычет в нуле функции  $f(z)$  равен 1.

Ответ:

Правильный ответ: -2

Вопрос 7

Балл: 10

## Математика

Температура в точке с координатами  $(x, y, z)$  в пространстве задаётся функцией  $T(x, y, z) = x^2 + 3xy + yz - 2y^2 - \frac{1}{3}z^3$ . Предположим, что объект движется по некоторой траектории таким образом, что мгновенная скорость  $\vec{v}$  в точке  $A = (1, -1, 1)$  равна  $\vec{v} = \langle 1, 2, 3 \rangle$ . Найдите мгновенную скорость изменения температуры, ощущаемой объектом, в момент его прохода через точку  $A$ .

Ответ:

Правильный ответ: 9

Вопрос 8

Балл: 10

Найдите размерность векторного пространства симметрических многочленов степени не выше 4 от 3 переменных.

Ответ:

Правильный ответ: 11

Вопрос 9

Балл: 10

Сколько элементов группы  $S_5$  неподвижно при сопряжении перестановкой  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ ? Напомним, что если  $\sigma_1, \sigma_2 \in S_5$ , то результат сопряжения элемента  $\sigma_1$  элементом  $\sigma_2$  это по определению  $\sigma_2\sigma_1\sigma_2^{-1}$ .

Ответ:

Правильный ответ: 6

Вопрос 10

Балл: 10

Найдите наибольшее целое положительное число  $c$  такое, что ряд

$$\sum_{n \geq 1} \frac{c^n n!}{n^n}$$

сходится.

Ответ:

Правильный ответ: 2