

Время выполнения заданий — 240 минут.

Максимальное количество баллов — 100.

Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк. Проверяться будут как ответ в бланке, так и черновые записи.

**Задача 1. (максимум 20 баллов).** Плоский горизонтальный конвейер длиной  $l = 1$  м движется с переменной скоростью  $v(t)$ . На начальный его конец из резервуара без начальной скорости высыпается песок с переменным массовым расходом  $q(t)$ . К концу движения по конвейеру песок не движется относительно ленты. В конце конвейера песок слетает с ленты без потери скорости. Верхняя лента контейнера находится на высоте  $h = 5$  м относительно земли. Песчинки после слёта с ленты свободно летят и падают на землю без сопротивления воздуха. Определите максимальную линейную (на единицу длины) плотность упавшего на землю песка. Считайте, что песок при касании с землёй прилипает к ней, а песчинки такие маленькие, что никак не влияют на место падения других. Временные зависимости  $q(t) = q_0 + \alpha t$ ,  $v(t) = v_0 + \beta t + \gamma t^3$ , где параметры  $q_0 = 1$  кг/с,  $\alpha = 100$  г/с<sup>2</sup>,  $v_0 = 5$  м/с,  $\beta = 0.1$  м/с<sup>2</sup>,  $\gamma = 0.1$  мм/с<sup>4</sup>. Время ограничено,  $t < T$ , где  $T = 15$  с, после чего песок заканчивается.

**Задача 2. (максимум 20 баллов).** Абсолютно круглая и однородная планета покрыта слоем воды. Вследствие процессов радиоактивного распада в породе, из которой состоит планета, она медленно нагревается. Выделение тепла происходит равномерно во времени. Температура планеты в начальный момент измерения равна  $5^\circ\text{C}$ , в этот момент толщина слоя воды равна  $H = 60$  м.

1. При какой температуре планеты вся вода испарится?
2. С момента, когда вся вода испарилась, наблюдения продолжались до момента, когда температура достигла  $T_f = 180^\circ\text{C}$ . Какую долю тепла, выделившегося при радиоактивном распаде, вобрал в себя пар в результате этого процесса?

T, °C	P, МПа
5	0.007
100	0.1
120	0.2
134	0.3
144	0.4
152	0.5
159	0.6
165	0.7
170	0.8
175	0.9
180	1.0

В таблице приведена зависимость давления насыщенных паров воды от температуры. Масса планеты равна массе Земли ( $M = 6 \cdot 10^{24}$  кг), радиус совпадает с радиусом Земли,  $r = 6400$  км. Удельная теплоёмкость породы планеты  $C_p = 0.5$  кДж/(кг · К). Универсальная газовая постоянная  $R = 8,3$  Дж/(моль · К). В каждый момент времени считать, что на планете установлено полное тепловое равновесие. Тепловым излучением планеты, расширением породы планеты при нагреве и потерей газа в космос пренебречь. При вычислениях приближённо считать, что давление насыщенного пара при  $5^\circ\text{C}$  равно нулю.

**Задача 3. (максимум 20 баллов).** 1) Определите максимальный ток, протекающий через диод D1, изображённый на схеме 1. Нижний контакт схемы заземлён, а на верхний подаётся переменное напряжение  $U_0(t) = V_0 \sin \omega t$ , где  $V_0 = 10$  В,  $\omega = 2\pi$  кГц. Индуктивность катушки  $L_1 = 100$  мГн, вольт-амперная характеристика диода изображена на рисунке 1, напряжение открытия диода  $V_D = 3$  В. В момент  $t = 0$  ток через катушку не проходил.

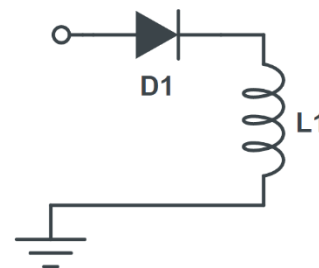


Схема 1

Напомним вам правило взятия определённого интеграла от синуса:

$$\int_{t_1}^{t_2} \sin \omega t \, dt = \frac{1}{\omega} (\cos \omega t_1 - \cos \omega t_2).$$

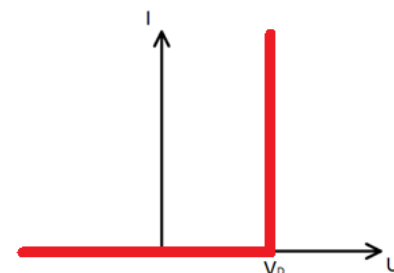


Рис. 1

2) К предыдущей схеме добавили бесконечное число подобных элементов (схема 2). Определите максимальную сумму напряжений на катушках. Напряжение на верхнем левом контакте схемы  $U_0(t) = V_0 \sin \omega t$ , в начальный момент времени токи через каждую катушку равны нулю.

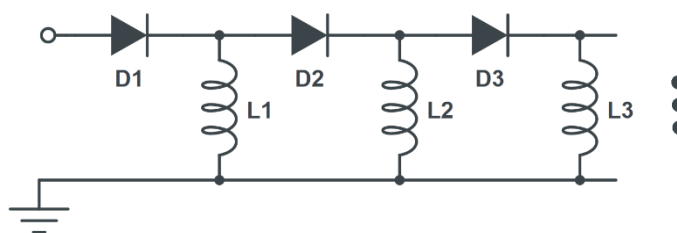


Схема 2

Все диоды и катушки одинаковые, имеют параметры такие же, как в первом пункте задачи.

**Задача 4. (максимум 20 баллов).** Источник света, испускающий два луча под малым углом  $\alpha = 5^\circ$  друг к другу, перемещается по кругу, оставаясь на одном расстоянии от оптической оси собирающей линзы. Направления лучей всегда остаются неизменными, каждый из лучей направлен под малым углом к оптической оси. За линзой поставили экран, наклоненный под углом  $\beta = 4^\circ$  к нормали к оптической оси. Перемещением экрана вдоль оптической оси добились того, что один из лучей всегда попадает в одну точку, а другой описывает круг с радиусом  $r = 0.3$  мм. Найдите радиус круга  $R$ , по которому движется источник света.

**Задача 5. (максимум 20 баллов).** Микроорганизмы перемещаются в водной среде за счет циклического изменения своей формы (например, движение жгутиков). Оцените, какое расстояние проплывет бактерия до полной остановки (после прекращения изменения своей формы), если ее размер  $R = 1$  мкм, а скорость  $u = 30$  мкм/с. Кинематическая вязкость воды  $\nu = 10^{-2}$  см<sup>2</sup>/с. Считайте, что при данных условиях тормозить бактерию будет сила, пропорциональная её скорости.

