

**Критерии оценивания заданий заключительного этапа
 по направлению «Финансы и инвестиции»**

Задания по направлению состояли из двух частей: инвариантной (обязательной для всех участников) и вариативной (разделённой на треки). Для того, чтобы претендовать на статусы дипломанта I, II, III степени, участникам необходимо набрать наибольшее число за задания, учитываемые в рейтинге по конкретным трекам. Для того, чтобы стать медалистом, участникам необходимо успешно выполнить задания по двум трекам.

Номер задания	Максимальный балл	Учёт в рейтинге по треку «Корпоративные финансы»	Учёт в рейтинге по треку «Финансовые рынки»
1	25	✓	✓
2	25	✓	✓
3	10	✓	
4	40	✓	
5	3		✓
6	2		✓
7	2		✓
8	8		✓
9	10		✓
10	5		✓
11	10		✓
12	10		✓

Критерии оценивания заданий инвариантной части

Задание 1.

Рассмотрите малую открытую экономику с плавающим валютным курсом. Общий уровень цен в краткосрочном периоде фиксирован и составляет единицу. Функция потребительских расходов имеет следующий вид: $C = 40 + 0.8(Y - tY)$, где Y - совокупный доход, а t - ставка подоходного налога, равная 0,25. Функция инвестиционных расходов имеет вид: $I = 80 - 0.2R$, где R - ставка процента. Государственные закупки составляют 20. Функция чистого экспорта задается как $Nx = 10 + 2E$, где E - обратный валютный курс (цена иностранной валюты, выраженная в единицах отечественной валюты), равный 5. Спрос на реальные денежные остатки задан функцией: $(M/P)^D = 0.4Y - 0.3R$. Номинальное предложение денег равно 150.

(а) (7 баллов) Пусть изначально экономика с совершенной мобильностью капитала находится в равновесии. Запишите уравнение кривой равновесия платежного



баланса BP . Изобразите равновесие в экономике на диаграмме $IS - LM - BP$. Отметьте все ключевые точки.

4 балла за запись условия равновесия в экономике и вывод кривых IS и LM :

$$\left\{ \begin{array}{l} Y = C + I + G + NX = 40 + 0.6 * Y + 80 - 0.2R + 20 + 10 + 2 * 5 \\ \frac{M^s}{P} = (M/P)^d = 0.4Y - 0.3R \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.4Y = 160 - 0.2R \\ 0.4Y = 150 + 0.3R \end{array} \right.$$

$$160 - 0.2R = 150 + 0.3R \rightarrow 10 = 0.5R \rightarrow R = 20 \rightarrow R = i = 20$$

1 балл за написание (выведено из условия равновесия для экономики) уравнения кривой равновесия платежного баланса: $i = i^f = 20$.

2 балла за графическую иллюстрацию: в координатах (Y, i) кривая BP горизонтальна; кривая IS имеет отрицательный наклон, кривая LM имеет положительный наклон; все три кривые пересекаются в одной точке.

(б) (4 балла) Предположим, правительство проводит стимулирующую фискальную политику, увеличивая государственные закупки на 20. Покажите, как изменилось равновесие в экономике на диаграмме $IS - LM - BP$.

2 балла: сдвиг кривой IS вправо вверх до IS_1 ;

2 балла: сдвиг кривой IS обратно в исходное равновесие.

(в) (5 баллов) Объясните подстройку к новому равновесию интуитивно и определите параметры нового равновесия в терминах ставки процента и совокупного выпуска.

Интуиция:

2 балла: $\uparrow G \rightarrow \uparrow AE_p \rightarrow \uparrow AE \rightarrow Y \rightarrow \uparrow \left(\frac{M}{P}\right)^d \rightarrow$

i на денежном рынке (в результате наблюдаем эффект вытеснения инвестиций);

2 балла: $\uparrow i \rightarrow$ приток капитала $\rightarrow \uparrow$ спроса на национальную валюту $\rightarrow \uparrow$ национальная валюта дорожает $\rightarrow \downarrow Nx \rightarrow \downarrow AE_p \rightarrow \downarrow AE \rightarrow \downarrow$

Y (сдвиг кривой IS обратно в исходное равновесие)

1 балл: параметры нового равновесия совпадают с параметрами исходного равновесия: $i = R = 20, Y = 390$.

(г) (4 балла) Пусть в результате введения санкций мобильность капитала стала равна нулю, тогда уравнение кривой BP задается как $Y = 390$. Правительство также увеличивает государственные закупки на 20. Покажите, как изменилось равновесие в экономике на диаграмме $IS - LM - BP$.

1 балл: в координатах (Y, i) кривая BP вертикальна; кривая IS имеет отрицательный наклон, кривая LM имеет положительный наклон; все три кривые пересекаются в одной точке.

1 балл: сдвиг кривой IS вправо вверх до IS_1 в результате шока государственных закупок.

1 балл: сдвиг кривой BP вправо до BP_1 в результате удешевления национальной валюты.

1 балл: сдвиг кривой IS еще раз вправо вверх до IS_2 в точку пересечения с кривыми LM и BP_1 в результате увеличения чистого экспорта.



(д) (5 баллов) Объясните подстройку к новому равновесия интуитивно. Качественно сравните воздействие стимулирующей фискальной политики на курс национальной валюты при совершенной и отсутствующей мобильности капитала. Какая степень мобильности капитала более предпочтительна для экспортёров в стране-экспортёре ресурсов, если рассматривать влияние описанной фискальной политики на их благосостояние? Объясните.

2 балла: $\uparrow G \rightarrow \uparrow AE \rightarrow \uparrow Y \rightarrow \uparrow \left(\frac{M}{P}\right)^d \rightarrow i$

$\uparrow Y \rightarrow \uparrow Im \rightarrow \downarrow NX \rightarrow CA < 0 \rightarrow BP < 0$

$BP < 0 \rightarrow$ удешевление национальной валюты $\rightarrow \uparrow Nx \rightarrow \uparrow AE \rightarrow \uparrow Y$

1 балл: равновесный совокупный выпуск выше при отсутствии мобильности капитала, равновесная ставка процента выше при отсутствии мобильности капитала, национальная валюта **подорожала** при **совершенной** мобильности капитала и **подешевела** при **отсутствии** мобильности капитала.

2 балла: во-первых, более дешевая национальная валюта увеличивает относительную конкурентоспособность экспортируемых товаров, а во-вторых, более дешевая национальная валюта означает рост благосостояния экспортёров в национальной валюте (1 доллар будет обменяться на 100 рублей, а не на 30: рублевая выручка растёт).

Задание 2.

Проанализируйте поведение выпускника бизнес-школы «Успех» Тимура, предпочтения которого представимы функцией ожидаемой полезности (фон Неймана-Моргенштерна) с элементарной функцией полезности $u(x) = \ln(x)$, где x - денежная сумма (в денежных единицах (д.е.)). Обладая некоторым стартовым капиталом, Тимур решил стать бизнес-ангелом, инвестируя средства в венчурные проекты.

(Будущие выплаты не дисконтируются.)

(а) (10 баллов) Первым проектом, о величине инвестиций в который Тимур должен принять решение, стал стартап А, который по оценке Тимура равновероятно может принести ему прибыль 400 % на каждую вложенную денежную единицу или же оказаться провальным (а значит деньги, вложенные инвестором, оказались бы потерянными). На момент принятия решения Тимур располагает 16 д.е. и никаких других источников денежных средств у него нет. Прежде чем принять решение о сумме финансирования стартапа А, Тимур может нанять опытных экспертов, которые точно скажут окажется стартап А успешным или нет. Но услуги экспертов обойдутся Тимуру в 8 д.е. Наймет ли Тимур экспертов или нет? Если он откажется от услуг экспертов, какую сумму из 16 д.е. Тимур инвестирует в стартап А?

Приведите графические иллюстрации/иллюстрацию решения в пространстве контингентных благ. По рисункам/рисунку должна быть понятна логика принятия решения Тимура. Рисунок/рисунки должны быть полностью объяснены.

(б) (5 баллов) Предположим теперь, что у Тимура нет возможности обратиться к экспертам по поводу стартапа А из пункта (а) и нет возможности самостоятельно



решать, какую сумму инвестировать в стартап. Он может только согласиться вложить в стартап А запрашиваемую стартаперами сумму или отказаться. На какую максимальную сумму инвестиций в стартап А согласится Тимур? Приведите графическую иллюстрацию в пространстве контингентных благ.

(в) (10 баллов) Когда денежная сумма, которой располагает Тимур, составляла уже 160 д.е., на семинаре по инвестированию в недвижимость Тимур встретил своего однокурсника Константина, который тоже занимался инвестированием и располагает такой же суммой. Предпочтения Константина представимы функцией ожидаемой полезности (фон Неймана-Моргенштерна) с элементарной функцией полезности $u(x) = x^2$, где x - денежная сумма (в д.е.). В ходе беседы выяснилось, что Тимур и Константин только что рассматривали возможность распределить свои средства между одними и теми же двумя проектами - К и М. Проект К гарантированно принесет инвестору на каждую вложенную единицу прибыль 20%. Проект М с вероятностью π , где $0 < \pi < 1$, принесёт прибыль 50% на каждую вложенную единицу, а с вероятностью $1 - \pi$ вложения не принесут прибыли, но инвестор сможет вернуть вложенную в проект сумму. Оказалось, что Тимур и Константин приняли одинаковые решения относительно распределения средств между этими двумя проектами (вложили одинаковые суммы в каждый проект). Укажите все возможные значения параметра π .

Приведите графические иллюстрации решения в пространстве контингентных благ. По рисункам должна быть понятна логика принятия решения Тимура и Константина. Рисунки должны быть полностью объяснены.

Решение

(а) (10 баллов) Рассмотрим сначала ситуацию, когда Тимур не воспользовался услугами экспертов и решает, сколько денег вложить в стартап. Обозначим через y вклад Тимура в стартап. Прибыль при успешной реализации стартапа 400 %, т.е. каждая вложенная денежная единица принесёт 4 д.е. и будет возвращена ещё 1 д.е., которая была вложена. Если стартап окажется провальным, то Тимур лишится даже вложенной суммы. Тогда задача максимизации ожидаемой полезности, которую

решает Тимур, имеет следующий вид: $U(y) = \frac{1}{2} \ln(5y + 16 - y) + \frac{1}{2} \ln(16 - y) \rightarrow \max_{0 \leq y \leq 16}$.

Условие первого порядка для внутреннего решения задачи имеет вид:

$$U'(y) = \frac{1}{2} \frac{4}{4y + 16} - \frac{1}{2} \frac{1}{16 - y} = 0. \quad \text{Поскольку} \quad \text{вторая} \quad \text{производная}$$

$$U''(y) = -\frac{1}{2} \frac{16}{(4y + 16)^2} - \frac{1}{2} \frac{1}{(16 - y)^2} < 0 \text{ отрицательна для всех значений } y \geq 0, \text{ то целевая}$$

функция $U(y)$ строго вогнута, а значит условие первого порядка является не только необходимым, но и достаточным для решения задачи. Аргументировать достаточность условия первого порядка можно и следующим образом. Поскольку

$u'(x) = \frac{1}{x} > 0$ (для $x > 0$) и $u''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$, Тимур является рискофобом, что означает,

что целевая функция $U(y)$ строго вогнута, а значит условие первого порядка является достаточным. Найдем значение y , удовлетворяющее записанному



условию первого порядка: $y^* = 6$. Поскольку $0 < y^* = 6 < 16$, то это и есть решение. Таким образом, если Тимур не обратится к экспертам, то он вложит в проект 6 д.е. Задачу максимизации ожидаемой полезности можно было решить не вычисляя вторую производную, а сравнив значение целевой функции в точках на границах (при $y = 0$ и $y = 16$) и при $y^* = 6$.

Тимур обратится к экспертам, если ожидаемая полезность в этом случае будет выше, чем в случае отказа от экспертизы. Вычислим ожидаемую полезность в случае, если он откажется от экспертизы, т.е. при $y^* = 6$:

$$U(6) = \frac{1}{2} \ln 40 + \frac{1}{2} \ln 10 = \ln \sqrt{400} = \ln 20.$$

Если Тимур обратится к экспертам, то он точно будет знать, нужно вкладывать деньги в стартап или нет. Он считает, что с вероятностью 0,5 ему скажут, что стартап будет прибыльным, тогда он вложит в проект все деньги, а его богатство, с учетом оплаты услуг экспертов, составит $5 \cdot 16 - 8 = 72$ д.е. Соответственно, с вероятностью 0,5 Тимур скажут, что в стартап вкладывать средства не нужно, и, с учетом оплаты услуг экспертов, он останется с 8 д.е. Тогда ожидаемая полезность

$$U^{Exp} = \frac{1}{2} \ln 72 + \frac{1}{2} \ln 8 = \ln \sqrt{576} = \ln 24.$$

Поскольку в этом случае ожидаемая полезность Тимура выше, чем в случае, когда он отказывается от услуг экспертов, то Тимур обратится к экспертам.

Изобразим ситуацию графически в пространстве контингентных благ. В задаче возможны два состояния природы (или мира) – стартап принесёт прибыль и стартап окажется провальным. Обозначим богатство Тимура в первом состоянии мира через x_{NL} , а во втором, соответственно, x_L . Тогда контингентные блага определяются следующим образом: $x_L = 16 - y$ и $x_{NL} = 4y + 16$. Можем вывести уравнение бюджетной линии (в задании не требуется выводить, бюджетную линию можно изобразить на рисунке без вывода) для случая, когда Тимур не обращается к экспертам.

Для этого из x_L выразим y ($y = 16 - x_L$) и подставим полученное выражение в x_{NL} : $x_{NL} = -4x_L + 80$. Поскольку бюджетная линия в пространстве контингентных благ – это отрезок в первой четверти, укажем ограничения, в которых изменяется x_L и x_{NL} : $0 \leq x_L \leq 16$ и $16 \leq x_{NL} \leq 80$. Таким образом, бюджетная линия – это отрезок прямой, с наклоном (-4) . Поскольку вывести уравнение бюджетной линии в задании не требовалось, можем построить бюджетную линию без вывода уравнения по двум точкам, координаты которых в пространстве контингентных благ получим, подставляя в контингентные блага значения $y = 0$ и $y = 16$. При $y = 0$ получим набор контингентных благ ($x_L = 16$, $x_{NL} = 16$). Ситуации, когда Тимур вложит в стартап все свои средства ($y = 16$), соответствует набор контингентных благ ($x_L = 0$, $x_{NL} = 80$). Заметим, что и без вывода уравнения бюджетной линии мы можем сказать, чему равен наклон бюджетной линии, воспользовавшись тем, что тангенс угла наклона в прямоугольном треугольнике – это отношение противолежащего катета к прилежащему. На рис. ниже схематично (без соблюдения масштаба) изображена бюджетная линия (отмечен тангенс угла, дополняющего угол наклона бюджетной линии до 180°).

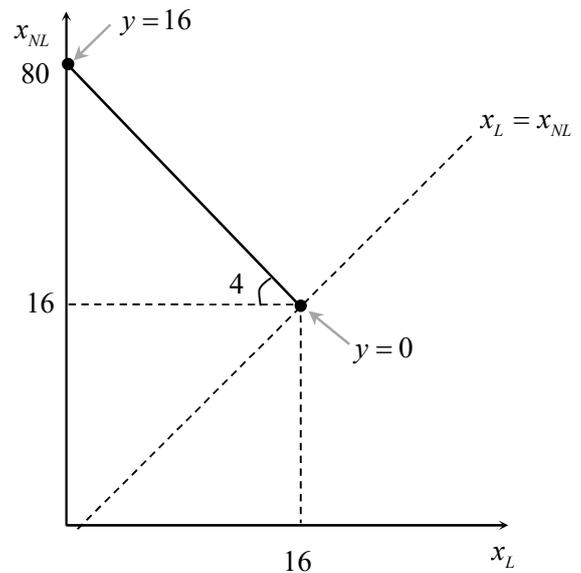


В терминах контингентных благ функция ожидаемой полезности может быть записана следующим образом:

$$U(x_L, x_{NL}) = \frac{1}{2} \ln(x_L) + \frac{1}{2} \ln(x_{NL}).$$

Напомним, что одна из важных характеристик предпочтений потребителя – это тангенс угла наклона касательной к кривой безразличия. Тангенс угла, дополняющего угол наклона до 180° , – это $MRS_{x_L, x_{NL}} = \frac{U'_{x_L}}{U'_{x_{NL}}}$. В рассматриваемом

$$\text{задании } MRS_{x_L, x_{NL}} = \frac{U'_{x_L}}{U'_{x_{NL}}} = \frac{\frac{1}{2} u'(x_L)}{\frac{1}{2} u'(x_{NL})} = \frac{x_{NL}}{x_L}.$$

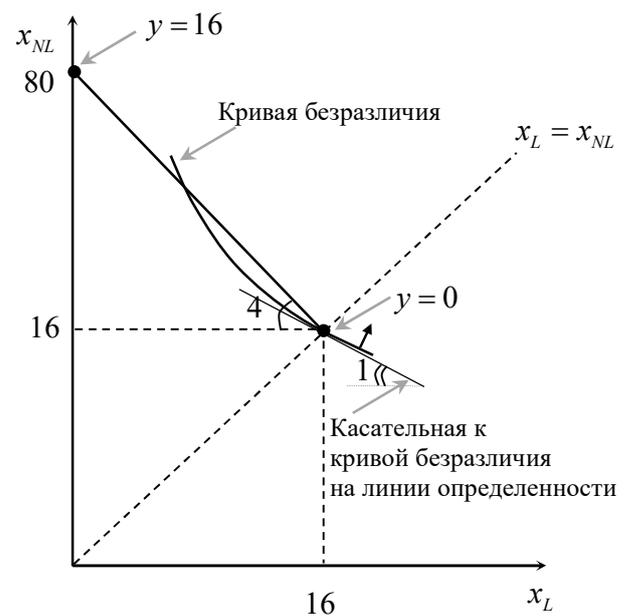


Таким образом, тангенс угла наклона касательной к любой кривой безразличия на линии определенности (уравнение которой $x_L = x_{NL}$) по абсолютной величине равен 1. Следовательно, бюджетная линия круче, чем касательная к кривой безразличия на линии определенности.

Вернемся к функции ожидаемой полезности. Поскольку согласно стандартным предположениям, чем большей суммой денег располагает потребитель, тем ему лучше, то направление роста полезности – «северо-восток». В рассматриваемом случае функцию ожидаемой полезности в терминах контингентных благ можно записать в следующем виде $U(x_L, x_{NL}) = \ln \sqrt{x_L x_{NL}}$, чтобы явным образом было видно, что предпочтения Тимура в пространстве контингентных благ представимы функцией полезности Кобба-Дугласа. А значит кривые безразличия – это кривые безразличия для функции Кобба-Дугласа.

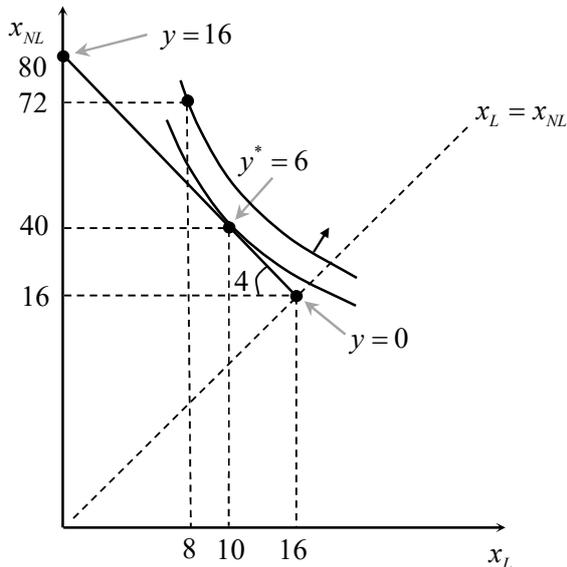
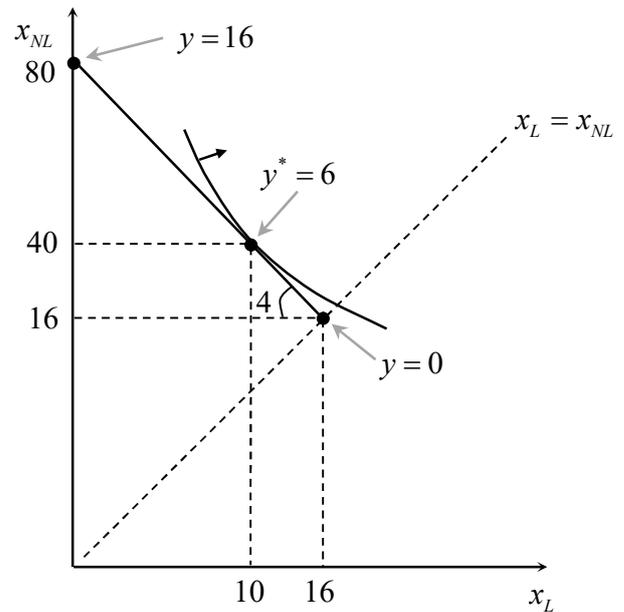
Можно сделать вывод о том, что кривые безразличия имеют подобную форму (множество лучших наборов выпукло) и на основании того, что Тимур – рискофоб.

Заметим, что т.к. бюджетная линия круче, чем касательная к кривой безразличия на линии определенности, то даже до решения задачи максимизации ожидаемой полезности, можно было бы сказать, что без экспертизы вложения Тимура в стартап точно будут не нулевые (см. рис справа).





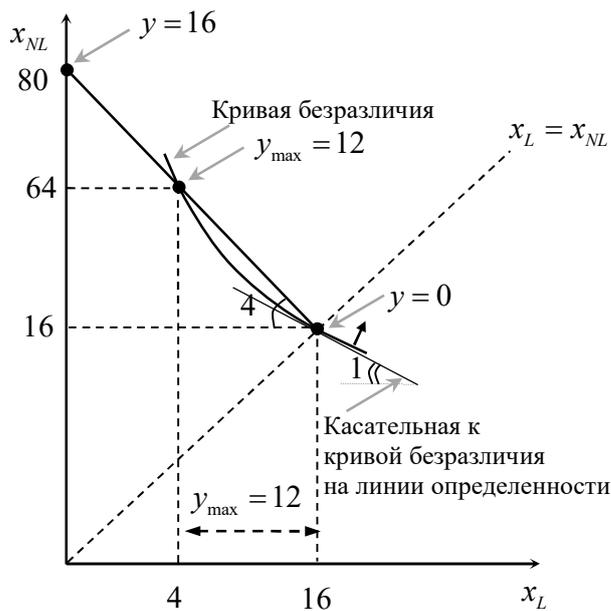
Решение задачи максимизации ожидаемой полезности, когда Тимур не обращается к экспертам, характеризуется касанием кривой безразличия и бюджетной линии (Тимур выбирает точку на бюджетной линии, которая даёт ему максимальную полезность). Выбор $y^* = 6$ соответствует выбору набора $(x_L = 10, x_{NL} = 40)$ в пространстве контингентных благ. Ситуация изображена на рисунке справа схематично (без соблюдения масштаба).



Выбор экспертизы соответствует выбору набора $(x_L = 8, x_{NL} = 72)$ в пространстве контингентных благ. Поскольку в случае покупки экспертизы полезность Тимура выше, то кривая безразличия через точку $(x_L = 8, x_{NL} = 72)$ проходит выше кривой безразличия, соответствующей решению задачи максимизации полезности в отсутствие экспертизы. На рисунке слева схематично (без соблюдения масштаба) проиллюстрирована ситуация, в которой оказался Тимур (заметим, что на линии определенности все кривые безразличия имеют одинаковый наклон, равный (-1)).

Заметим, что задачу Тимура можно было изначально записать и решать в терминах контингентных благ.

(б) (5 баллов) Выше уже была записана ожидаемая полезность Тимура, если он вкладывает в стартап сумму y д.е.: $U(y) = \frac{1}{2} \ln(4y + 16) + \frac{1}{2} \ln(16 - y)$. Максимальная сумма вложения в стартап находится из условия равенства ожидаемой полезности в случае, когда Тимур вкладывает эту сумму, и полезности, когда Тимур отказывается от предложения: $\frac{1}{2} \ln(4y + 16) + \frac{1}{2} \ln(16 - y) = \ln 16$. Полученное уравнение может быть переписано в следующем виде: $\ln \sqrt{(4y + 16)(16 - y)} = \ln 16$. Тогда $\sqrt{(4y + 16)(16 - y)} = 16$, откуда $(4y + 16)(16 - y) = 256$. Решив полученное уравнение, найдем максимальную величину вложений Тимура в проект: $y_{\max} = 12$.



На рисунке слева схематично (без соблюдения масштаба) проиллюстрирована ситуация в пространстве контингентных благ:

Вложению в стартап $y_{\max} = 12$ соответствует выбор набора в пространстве контингентных благ ($x_L = 4, x_{NL} = 64$).

(в) (10 баллов) Обозначим долю вложенных средств, которую приносит в качестве прибыли безрисковый проект К, через $r = 0,2$. Долю вложенных средств, которую приносит рисковый проект М в случае успеха, обозначим через $r' = 0,5$. Богатство Тимура и Константина обозначим $w = 160$. Вложение в рисковый проект М обозначим y .

Представим ситуацию в терминах контингентных благ. В задании два состояния мира – рисковый проект М окажется успешным и рисковый проект М не окажется успешным. Если рисковый проект М окажется успешным, то богатство инвестора составит $x_{NL} = (1+r')y + (1+r)(w-y) = (1+r)w + (r'-r)y$. И если проект М не окажется успешным, то богатство инвестора составит $x_L = y + (1+r)(w-y) = (1+r)w - ry$.

Бюджетная линия – это множество наборов контингентных благ, из которых должен выбирать индивид. Поэтому бюджетная линия не меняется в зависимости от предпочтений инвестора. От предпочтений зависит только какой набор выберет индивид из доступного ему множества наборов. Таким образом, бюджетная линия и для Тимура, и для Константина в этой ситуации одинакова. Как и в пункте (а), в пункте (в) не требуется выводить уравнение бюджетной линии, сделаем это для учебных целей.

Выразим y из x_L ($y = \frac{1+r}{r}w - \frac{x_L}{r}$) и подставим в x_{NL} :

$$x_{NL} = -\frac{r'-r}{r}x_L + (1+r)w + (r'-r)\frac{1+r}{r}w = -\frac{r'-r}{r}x_L + (1+r)w\frac{r'}{r}.$$

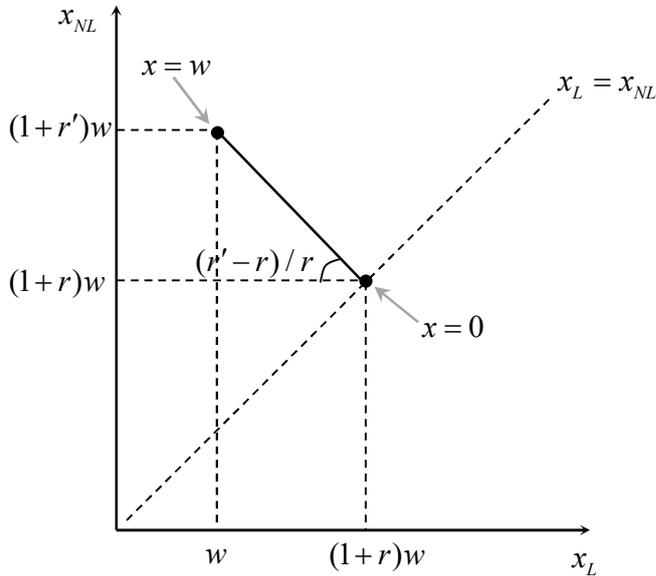
Следовательно, уравнение бюджетной линии: $x_{NL} = -\frac{r'-r}{r}x_L + (1+r)w\frac{r'}{r}$ при

$w \leq x_L \leq (1+r)w, w \leq x_{NL} \leq (1+r')w$. Таким образом, бюджетная линия – это отрезок прямой с наклоном $\left(-\frac{r'-r}{r}\right)$.

Как и в пункте (а) на рисунке можно изобразить бюджетную линию по двум точкам. При $y = 0$ инвестор вкладывает все свои средства в безрисковый проект К,



тогда соответствующий набор контингентных благ – это $(x_L = (1+r)w, x_{NL} = (1+r)w)$. Ситуации, когда инвестор вложит в проект М все свои средства $(y = w)$, соответствует набор контингентных благ $(x_L = w, x_{NL} = (1+r')w)$.



Константин, элементарная функция полезности которого $u(x) = x^2$, – рискофил. То, что Константин – рискофил следует из того, что $u'(x) = 2x > 0$ для $x > 0$ (это условие, которое гарантирует, что функция $u(x)$ растет с ростом богатства, а значит может представлять предпочтения индивида на денежных суммах) и $u''(x) = 2 > 0$ (а это условие как раз и говорит, что индивид – рискофил).

В терминах контингентных благ функция полезности Константина имеет вид:

$$U^{Const}(x_L, x_{NL}) = (1 - \pi)(x_L)^2 + \pi(x_{NL})^2. \quad \text{В}$$

теме выбор в условиях определенности рассматривалась функция полезности $u(x_1, x_2) = (x_1)^2 + (x_2)^2$. Кривые безразличия для этой функции – четверти окружности, расположенные в 1-й четверти. Похоже выглядят кривые безразличия Константина в пространстве контингентных благ. Таким образом, решение задачи максимизации ожидаемой полезности для Константина всегда граничное. Другими словами, Константин либо вкладывает все средства в более рисковый проект М, либо вкладывает все средства в проект К, который принесёт гарантированный доход.

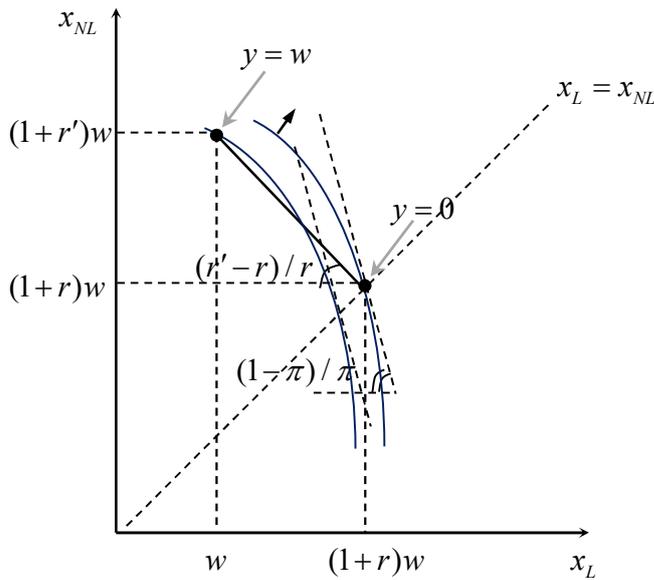
Следовательно, нужно найти значения π при которых оба потребителя вкладывают все средства или в проект К или в проект М.

Если Константин, будучи рискофилом, все средства вложит в безрисковый проект К, то рискофоб Тимур тем более вложит все средства в К.

А если Тимур, который является рискофобом, все средства вложит в рисковый проект М, то тем более все средства в этот проект вложит и рискофил Константин. Рассмотрим эти ситуации и начнем со случая, когда Тимур и Константин все средства вкладывают в безрисковый проект К.

Ожидаемая полезность Константина, если он все средства вложит в безрисковый проект К, вычисляется следующим образом: $U^{Const}((1+r)w, (1+r)w) = (1+r)^2 w^2$. Если Константин все средства вкладывает в рисковый проект М, то его ожидаемая полезность вычисляется следующим образом: $U^{Const}(w, (1+r')w) = (1-\pi)w^2 + \pi(1+r')^2 w^2$. Константин вложит все средства в безрисковый проект К, если выполнено следующее соотношение: $(1-\pi)w^2 + \pi(1+r')^2 w^2 \leq (1+r)^2 w^2$ из которого получим

$$\text{ограничение на значение параметра } \pi : \pi \leq \frac{r}{r'} \frac{2+r}{2+r'} = 0,352.$$



Чтобы рискофоб Тимур все средства вкладывал в безрисковый проект К, достаточно, чтобы касательная к кривой безразличия на линии определенности была круче бюджетной линии (или чтобы они совпадали), а значит должно быть выполнено соотношение $\frac{r'-r}{r} \leq \frac{1-\pi}{\pi}$, откуда получим ограничение на вероятность π : $\pi \leq \frac{r}{r'}$. Поскольку $r' > r$, то $\frac{2+r}{2+r'} < 1$, а значит $\pi \leq \frac{r}{r'} \frac{2+r}{2+r'} < \frac{r}{r'}$. Это означает, что если выполнено условие $\pi \leq \frac{r}{r'} \frac{2+r}{2+r'}$, и рискофил все

средства будет вкладывать в безрисковый актив, то касательная к кривой безразличия на линии определенности круче бюджетной линии. А значит, рискофоб Тимур тем более будет все средства вкладывать в безрисковый проект К. Рассмотрим теперь ситуацию, когда Тимур и Константин все средства вкладывают в рисковый проект М.

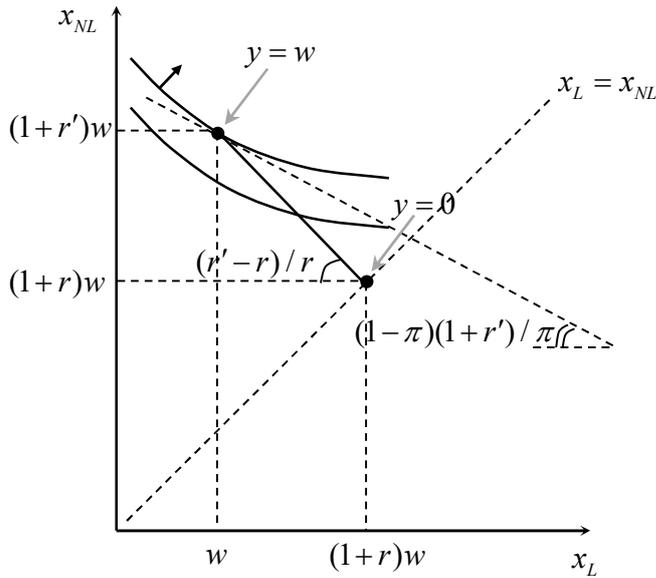
Найдем сначала, при каком значении параметра π рискофоб Тимур все средства вкладывает в рисковый проект М. Чтобы Тимур выбрал набор $(x_L = w, x_{NL} = (1+r')w)$, он должен давать ему самое большое значение функции ожидаемой полезности из наборов на бюджетной линии. На рисунке ниже это показано с помощью кривых безразличия. В точке $(x_L = w, x_{NL} = (1+r')w)$ касательная к кривой безразличия должна либо совпадать с бюджетной линией, либо быть более пологой, чем бюджетная линия, как показано на рисунке.

Тангенс угла наклона касательной к кривой безразличия по абсолютной величине равен значению предельной нормы замещения:

$$MRS_{x_L x_{NL}} = \frac{\partial U(x_L, x_{NL}) / \partial x_L}{\partial U(x_L, x_{NL}) / \partial x_{NL}} = \frac{1-\pi}{\pi} \frac{x_{NL}}{x_L}.$$

Таким образом, тангенс угла наклона касательной, проведенной к кривой безразличия в точке $(x_L = w, x_{NL} = (1+r')w)$, по абсолютной величине равен

$$MRS_{x_L x_{NL}}(x_L = w, x_{NL} = (1+r')w) = \frac{1-\pi}{\pi} (1+r').$$



Чтобы рискофоб Тимур вложил все средства в рисковый проект М, нужно, чтобы было выполнено соотношение $\frac{r' - r}{r} \geq \frac{1 - \pi}{\pi} (1 + r')$,

откуда получим ограничение: $\pi \geq \frac{r}{r'} \frac{1 + r'}{1 + r} = 0,5$.

Для того, чтобы рискофил Константин все средства вложил в рисковый проект М, нужно, чтобы его ожидаемая полезность была выше в этом случае, чем если он вложит все средства в безрисковый проект К:
 $(1 - \pi)w^2 + \pi(1 + r')^2 w^2 \geq (1 + r)^2 w^2$ из

которого получим ограничение на значение параметра π : $\pi \geq \frac{r}{r'} \frac{2 + r}{2 + r'}$. Поскольку

$r' > r$, то $\frac{2 + r}{2 + r'} < 1$ и $\frac{1 + r'}{1 + r} > 1$, а значит $\pi \geq \frac{r}{r'} \frac{1 + r'}{1 + r} > \frac{r}{r'} \frac{2 + r}{2 + r'}$. Таким образом, если рискофоб Тимур все средства вложит в рисковый проект М, то рискофил Константин тем более сделает также.

Таким образом, значение вероятности π может принимать следующие значения:

$$\pi \in \left(0, \frac{r}{r'} \frac{2 + r}{2 + r'}\right] \cup \left[\frac{r}{r'} \frac{1 + r'}{1 + r}, 1\right), \text{ т.е. } \pi \in (0, 0,352] \cup [0,5, 1).$$

Критерии

- (а) 1) Запись ожидаемой полезности Тимура в случае, когда он не приглашает экспертов – **2 балла**.
- 2) Решение задачи максимизации ожидаемой полезности Тимура – **2 балла**.
- 3) Вычисление значение ожидаемой полезности Тимура в случае, если он нанимает экспертов – **2 балла**.
- 4) Сравнение значений ожидаемой полезности Тимура для случая, когда он нанимает экспертов и ответ – **1 балл** (ставится в случае, когда есть необходимое сравнение даже в случае, если решение неравенства не доведено до конца).
- 5) Рисунок – **3 балла**. На рисунке должна быть бюджетная линия (множество наборов в пространстве контингентных благ из которых выбирает Тимур, если не обращается к экспертам), кривая безразличия, касающаяся бюджетной линии в точке, соответствующей выбору Тимура в случае, когда он не обращается к экспертам, кривая безразличия, соответствующая ситуации, когда Тимур обращается к экспертам.

(б) 1) Условие, из которого должно быть найдено значение y_{\max} – **2 балла**.

2) Найденное значение y_{\max} – **1 балл**.

3) Рисунок, на котором изображена кривая безразличия Тимура, проходящая через наборы (16, 16) и (4, 64), даже если не найдено значение y_{\max} и, следовательно,



координаты соответствующего набора в пространстве контингентных благ **2 балла**.

- (в) 1) Заключение, что рискофил Константин может выбирать только граничные решения, а значит возможны два варианта – либо и Тимур, и Константин все средства вкладывают в безрисковый проект К, либо они оба вкладывают все средства в рисковый проект М – **1 балл**.
- 2) Вывод, что если рискофил Константин все средства вложит в безрисковый проект, то рискофоб Тимур тем более вложит все деньги в безрисковый проект К (даже если нет формального доказательства) – **1 балл**.
- 3) Вывод, что если рискофоб Тимур вложит все средства в рисковый проект М, то рискофил Константин тем более вложит все деньги в этот проект (даже если нет формального доказательства) – **1 балл**.
- 4) Найдено значение параметра, при котором все средства будут вложены в безрисковый проект К – **2 балла**.
- 5) Иллюстрация в пространстве контингентных благ, когда рискофил Константин все средства вкладывает в безрисковый проект К – **1 балл**.
- 6) Найдено значение параметра, при котором все средства будут вложены в рисковый проект М – **2 балла**.
- 7) Иллюстрация в пространстве контингентных благ, когда рискофоб Тиму все средства вкладывает в рисковый проект М – **2 балла**.

**Решения и критерии оценивания заданий трека
«Корпоративные финансы»**

Задание 3 (multiple choice, unique correct answer).

Suppose this is an ABC company that operates under perfect capital market conditions. All the assumptions of Modigliani&Miller (MM) irrelevance theorem are applicable. There are no corporate income tax and no personal income taxes. ABC' management team plans to change its capital structure. Managers propose to issue additional equity and retire part of existing debt. Below, choose the best sentence describing the consequences of this deal.

1) Stock price will not change after equity issue, debtholder's wealth will decrease as results of the deal, shareholders' required return will increase, shareholders' wealth will not change.

2) Stock price will not change after equity issue, debtholder's wealth will not change as results of the deal, shareholders' required return will decrease, shareholders' wealth will increase.

3) Stock price will increase after equity issue, debtholder's wealth will increase as results of the deal, shareholders' required return will increase, shareholders' wealth will decrease.

4) Correct answer: Stock price will not change after equity issue, debtholder's wealth will not change as results of the deal, shareholders' required return will decrease, shareholders' wealth will not change.



5) Stock price will not change after equity issue, debtholder's wealth will not change as results of the deal, shareholders' required return will not change, shareholders' wealth will not change.

Задание 4 (problem solving and essay).

A company BCD is all equity financed. Its last year's average equity was \$800. Accounting rate of return on equity always was and is planned to be 20% forever. Management of the company follows an investment policy which leads to no growth of dividends. Management utilizes the company's assets in such a way that they completely renew every five years. In other words company assets have 5 years of economic life. Suppose there is no net working capital used in BCD's business. There is no corporate income tax. Assume perfect capital markets.

Capital market analysts believe in CAPM and have estimated BCD's equity beta of 0,8. Analysts use return of a one-year zero-coupon (1-year spot rate of return) riskless bond as a riskfree rate in CAPM. You observe two riskless bonds traded on the market. A two year maturity bond A offers 5% annual coupon and YTM of 7,95%. A two-year maturity zero coupon bond B is traded with a 14,27% discount to its face value. Return on the market portfolio is 18,5%.

Today is December 31, 2022, and payout decision together with investment decision should be taken. Shareholders of the company have just made a hard decision to change the whole management team. New managers received a task to increase the value of BCD's stock without changing the whole business model. Managers cannot influence BCD's company efficiency. They offer to increase capital spending and follow stable growth model with a targeted 2% growth rate. This plan is going to be released to the public on January 1 2023 and dividends will be delivered to shareholders right after that. There are 100 shares outstanding.

BCD managers understand that the proposed decision to increase capital spending will affect the dividend stream pattern. If no external capital is attracted the only source to increase capital spending is to decrease dividend payout ratio. Shareholders may not like this possible decrease in dividends. One of existing alternatives is to attract riskless debt capital. Suppose BCD managers can attract any amount for any maturity anytime to finance required increase in capital spending. In this case managers will present shareholders the overall plan as an opportunity that will not decrease tomorrow's dividend payment and will allow to finance stable growth with infinite additional debt issues.

Question 2.1 Determine BCD stock fair value today if BCD lives in accordance with its historical NO growth policy. (16 points max)

Full mark is given for correct

- Calculation of required rate of return (16%)
- Projection of dividend per share stream (1,6 starting from tomorrow)
- Application of gordon growth DDM (Fair value of 11,6)



The general approach is not to penalize technical arithmetical mistakes. However, conceptual mistakes are penalized. So, it is important to read questions carefully and try not to write irrelevant statements.

Question 2.2 Suppose you are asked to recommend on upcoming changes at BCD that will allow company to satisfy stable growth model. It is mentioned in the text above that there are at least three factors that might influence shareholders' wealth: a) capital spending increase (8 points max); b) no loss of dividends (8 points max) and c) debt capital usage (8 points max). Evaluate *in detail* how each of these factors influence your recommendation. Support your answer with calculations if applicable.

a) capital spending increase

Full mark is given for relevant motivation of the following statement: Increase of capital expenditure stream should result in increase of shareholder wealth in the case BCD operates assets that bring arbitrage profits ($ROA > \text{Required return}$). In other words, fair value of BCD will increase as a result of any increase in capital expenditures.

b) no loss of dividends

Full mark is given for relevant motivation of the following statement: Under PCM conditions, timing and size of dividends are not relevant. Our setting is consistent with MM assumptions and we can use their payout policy recommendations. CAPEX decision is the first priority with can influence stock fair value (shareholder wealth).

c) debt capital usage

The second type of financing decisions (capital structure) is a good opportunity to motivate the following statement for full mark: Under PCM conditions, changes in capital structure are not relevant for shareholders. Our setting is consistent with MM assumptions and we can use their debt policy recommendations. CAPEX decision is the first priority with can influence stock fair value (shareholder wealth).

Решения и критерии оценивания заданий по треку «Финансовые рынки»

Задание 5.

Исходя из приведенных данных и золотого правила оценки дайте модельную оценку одной акции (подразумеваемая оценка по мультипликатору) в долл США. У американской компании VOLTA в обращении 100 млн акций. Годовая валовая прибыль 70 млрд долл, операционная прибыль 50 млрд долл, EBITDA 60 млрд долл, чистая прибыль 20 млрд долл. Долг равен 90 млрд долл под 6% годовых, денежные средства и эквиваленты (cash) 10 млрд долл

Решение.

Золотое правило оценки: $EV/EBITDA = 8$.

→ $EV = 8 \times 60 = 480$ млрд долл США.



$S = EV - \text{Net Debt} = 480 - 90 + 10 = 400$ млрд долл США.

$P = 400 \text{ млрд долл США} / 100 \text{ млн акций} = 4000$ долл США (справедливая цена одной акции).

Ответ: 4000 долл. США.

Критерии оценки: если было верно приведено золотое правило оценки и/или формула $EV = S + \text{Net Debt}$, $\text{Net Debt} = \text{Debt} - \text{Cash \& Equivalents}$, но верный ответ не был получен, то за задачу ставился 1 балл. При неверном решении и ответе ставилось 0 баллов.

Задание 6.

По простейшей формуле бесконечного временного горизонта оцените компанию (ищется справедливая рыночная стоимость среднерискованного бизнеса на рынке, в млрд рублей), которая ежегодно зарабатывает 10 млрд рублей выручки, 6 млрд рублей операционной прибыли, 4 млрд рублей денежного потока и 2 млрд рублей чистой прибыли. На рынке фиксируются следующие ставки: безрисковая ставка 10% годовых, ставки по корпоративным облигациям инвестиционного грейда 12-13%, ставка доходности хорошо диверсифицированного портфеля 16%.

Решение.

$4 \text{ млрд руб.} / 0,16 = 25 \text{ млрд руб.}$

Ответ: 25 млрд руб.

Критерии оценки: если была приведена верная формула стоимости бизнеса $= CF / r$, но в нее были подставлены неверные значения денежного потока и/или ставки доходности, то за задачу ставился 1 балл. При неверном решении и ответе – 0 баллов.

Задание 7.

Инвестор рассматривает двухлетний инвестиционный проект с денежными потоками 180 и 300 единиц, получаемых через один и 2 года, соответственно, от момента инвестирования. На ближайший год ставка процента ожидается в размере 10% годовых, а через год она снизится до 8%. Как будет рассчитана и чему будет равна приведенная стоимость? (ответ с одним знаком после запятой, по правилам округления)

Решение.

$PV = 180/1,1 + 300/1,1/1,08 = 416,2$ ед.

Ответ: 416,2 ед.

Критерии оценки: если была приведена верная формула для расчета приведенной стоимости $PV = CF_1 / (1+r_1) + CF_2 / (1+r_1) / (1+r_2)$, но в нее были подставлены неверные значения процентной ставки для второго года (например, $300/1,08^2$), то за задачу ставился 1 балл. При неверном решении и ответе – 0 баллов.



Задание 8.

Российская компания ФФФ установила дивиденд по привилегированным акциям в размере 10% от чистой прибыли (380 млрд руб прибыль, 1 млрд штук привилегированных акций). Оцените привилегированную акцию на текущий момент (один знак после запятой) времени при следующей информации о рынке работы компании: безрисковая ставка 10%, ставка банковских депозитов 11%, ставка облигаций инвестиционного грейда 13%, 19% требуемая доходность по модели CAPM с бета акционерного капитала данной компании 1,5, и 14% требуемая доходность по акциям с ограничением прав.

- а) предположим, что дивиденд выплачивается один раз в год (3 баллов из 8);
- б) дивиденд выплачивается два раза в год и инвестируется, первый дивиденд выплачивается в июле, второй в конце года. Инвестор оценивает справедливую цену акции на начало года (5 баллов из 8).

а) Решение.

$$P = 38 / 0,14 = 271,4 \text{ руб.}$$

Ответ: 271,4 руб.

Критерии оценки: если выбрана неверная ставка (требуемая доходность), то максимальная оценка – 1 балл. Если неверная формула, то максимально возможная оценка – 1 балл.

б) Решение.

$$P = 19 / (\sqrt{1,14} - 1) = 280,6 \text{ руб.}$$

Ответ Б: 280,6 руб.

Критерии оценки: если неверная формула расчета, максимальная оценка за этот пункт составляет 2 балла. Если дивиденд полугодовой рассчитан неверно, снимается 2 балла. Если выбрана неверная ставка (требуемая доходность из предыдущего пункта), снимается 1 балл. Если не используется формула сложного процента при расчете ставки за полгода, снимается 1 балл.

Задание 9.

Сегодня золото на спотовом рынке торгуется по цене \$625,70 за унцию. И сегодня же фьючерсная цена на золото по контракту с исполнением через полгода составляет \$641,70. Какова полугодовая процентная ставка в экономике исходя из наблюдений за спотовой и фьючерсной ценой золота (при сложном, но не непрерывном начислении %)? Дайте ответ в %, два знака после запятой.

Решение.

Предполагалось, что полугодовая процентная ставка должна быть выражена в процентах годовых, что соответствует международной практике. Но если верно найдена ставка за полгода, это также считалось верным ответом.



$$F = S \cdot \sqrt{1 + R}$$

$$641,7 / 625,7 = 1,02557 = \sqrt{1 + R}$$

$$R = 1,02557^2 - 1 = 0,05179 = 5.18\%$$

Ответ: 5.18%. Также как правильный засчитывался ответ 2.56%.

Критерии оценки: если применялась формула с непрерывным начислением процентов, то максимальная оценка составляла 8 баллов. Если применялась неверная формула, то максимальная оценка составляла 5 баллов. В случае арифметической ошибки (при условии, что ход решения был расписан верно, все формулы приведены корректно) оценка снижалась на 1 балл.

Задание 10.

У публичной компании, освобожденной от уплаты налога на прибыль, в общей величине капитала долг составляет 40% по балансовой оценке и 30% по рыночной оценке. Компания планирует отказаться от долга и перейти к работе исключительно на собственном капитале. Бета коэффициент акции компании сейчас (с долговой нагрузкой) равен 1,7. Чему будет равен бета при 100% собственном капитале (дайте ответ с одним знаком после запятой)?

Решение.

$$\beta_L = \beta_U \cdot (1 + (1 - T) \cdot D / E) \rightarrow \beta_U \cdot (1 + 3 / 7) = 1.7 \rightarrow \beta_U = 1.2$$

Ответ: 1,2

Критерии оценки: если собственный капитал и долг брались по балансовой оценке, то максимальная оценка составляла 3 балла (при верной формуле расчета). Если применялась неверная формула, то максимальная оценка составляла 2 балла.

Задание 11.

Инвестор сравнивает две публичные компании одной отрасли: быстрорастущую компанию А (ежегодный темп роста выручки составляет 16%) и компанию среднеотраслевого роста (8% в год) компанию Б. Рыночная капитализация компании А 18 млрд рублей, рыночная капитализация Б равна 13 млрд рублей. Чистая прибыль А оценена по году в 600 млн рублей, а по компании Б в 1,1 млрд рублей. Инвестор ищет для инвестирования недооцененную компанию. Какая компания будет выбрана?

Решение.

В этой задаче требовалось обоснование ответа.

$$P/E \text{ по компании А} = 18000 / 600 = 30, P/E \text{ по компании Б} = 13 / 1,1 = 11,82.$$

Но при этом не учтено, что компании с разным темпом роста выручки, поэтому нужен мультипликатор PEG.

$$PEG \text{ по компании А} = 30 / 16 = 1,875 \text{ (это переоцененная компания), по компании Б} \\ PEG = 11,82 / 8 = 1,478 \text{ (это недооцененная компания).}$$

Ответ: недооценена компания Б.



Критерии оценки: если приводился правильный ответ без расчета мультипликаторов P/E и PEG, максимальная оценка составляла 2 балла. Если правильный ответ был обоснован расчетом мультипликаторов P/E без расчета PEG, то максимальная оценка составляла 5 баллов.

Задание 12.

Вы собираетесь инвестировать 10 млн рублей в портфель из двух активов: безрисковый актив с ожидаемой доходностью 5% и фонд акций с ожидаемой доходностью 12% и стандартным отклонением 40%. По инвестированию установлено ограничение – стандартное отклонение портфеля не должно превышать 30%. Какую максимальную доходность можно ожидать в этом случае?

Решение.

Если инвестировать все средства в безрисковый актив, то волатильность будет 0%, если в фонд акций – 40%.

Значит, инвестировать средства в фонд акций надо в доле $30\%/40\% = 0,75$.

$$\sigma_p^2 = w^2 \cdot 0.4^2 + (1-w)^2 \cdot 0 + 2w \cdot (1-w) \cdot 0 = w^2 \cdot 0.4^2 \leq 0.3^2 \rightarrow w = 0.75$$

В этом случае максимальная ожидаемая доходность будет $0,25 \cdot 5\% + 0,75 \cdot 12\% = 10,25\%$.

Ответ 10,25%

Критерии оценки: если в решении были приведены верные формулы для расчета стандартного отклонения портфеля и доходности портфеля, но ход решения и ответ были неверны (в т.ч., были неверные подстановки чисел в формулы, были получены неверные оценки весов активов в портфеле), то максимальная оценка составляла 5 баллов. Если были получены верные веса активов в портфеле, но неверно рассчитана максимальная ожидаемая доходность, то максимальная оценка составляла 5 баллов.