

Международная олимпиада молодежи – 2023

Заполняется членами жюри. Пометки участников не допускаются!

Ш И Ф Р	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10	Итого баллов
	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 13	Max 13	Max 16	Max 16	Max 100

МАТЕМАТИКА

10 класс

Вариант 2

Время выполнения заданий – 180 минут

Максимальная оценка – 100 баллов

1. В задачах первого блока №№ 1-6 необходимо привести лишь ответ. Свободное место на странице можно использовать в качестве черновика. Дополнительные записи, помимо ответа, на оценку по этим задачам не повлияют.

2. Решения задач второго блока №№ 7-8 необходимо записать в виде ответа и подробной схемы решения с перечислением всех ключевых утверждений и шагов доказательства.

3. В задачах третьего блока №№ 9-10 необходимо привести полное решение: ответ (если предполагается) и полное доказательство. Без доказательства задача будет считаться нерешённой даже при наличии верного ответа.

Задача 1.

Пекарь включил машину по выпеканию пончиков в 7:30 утра. В 9:40 машина выполнила треть дневной работы. В какое время машина закончит работу? *Ответ укажите в 24-часовом формате, используя вместо двоеточия десятичную точку как разделитель, например, для времени 13 : 31 следовало бы ввести 13.31*

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 2.

Игроки Ночной футбольной лиги покупают носки и футболки. Носки стоят 190 рублей за пару, каждая футболка стоит на 170 рублей больше, чем пара носков. Каждому игроку лиги нужна одна пара носков и футболка для домашних игр и ещё одна пара носков и ещё одна футболка для выездных игр. Сколько игроков насчитывает Ночная футбольная лига, если суммарно на носки и футболки потрачено 102300 рублей?

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 3.

Скульптор купил для своей работы прямоугольный кусок мрамора размером 15 см на 10 см на 8 см. Он задумал создать из этого камня достаточно простую (для него) скульптуру – из каждого угла изначального куска удалить куб размером 3 см на 3 см на 3 см. Какой процент объёма изначального материала надо для этого удалить?

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 4.

В летнем лагере 42% школьников занимается математикой, 51% занимается спортом, причём 65% математиков занимается спортом. Какой процент среди не занимающихся спортом составляют математики?

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 5.

Известно, что для некоторых чисел a и b выполнены следующие два условия: $\sin a + \sin b = \sqrt{\frac{6}{5}}$ и $\cos a + \cos b = 1$. Чему равно $\cos(a - b)$?

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 6.

На окружности выбраны 7 точек и проведены хорды, соединяющие каждую пару из них. Известно, что никакие три хорды не пересеклись в одной точке. Сколько оказалось нарисовано треугольников, все три вершины которых лежат внутри окружности?

Ответ: _____

(7 баллов)

Задача 7.

Внутри равностороннего треугольника PQR отмечена точка O . Из O на стороны PQ, QR, RP треугольника опущены перпендикуляры с основаниями X, Y и Z соответственно. Известно, что $OX = 1, OY = 2$ и $OZ = 3$. Вычислите длину стороны этого треугольника.

Ответ: _____

(13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 8.

Сто чисел записаны по кругу. Сумма всех чисел равна 100, а сумма любых шести последовательных чисел (вдоль круга) меньше или равна 6. Одно из чисел равно 6. Восстановите все записанные числа.

Ответ: _____

(13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 9.

Паша и Вика играют в игру: сначала Паша пишет знаки $+$ или $-$ перед каждым из пятидесяти чисел $1, 2, \dots, 50$, записанных на доске. Затем ребята по очереди выбирают себе число с доски (с поставленным знаком), стирают его с доски и переписывают себе в тетрадь (только свои числа). Они продолжают пока все числа на доске не закончатся, первой выбирает себе число Вика. В конце ребята вычисляют сумму чисел в своих тетрадях. Выигрывает тот, у кого абсолютное значение суммы получилось больше. Определите, может ли кто-то гарантировать себе победу независимо от игры соперника? Если да, то как это сделать; если нет – то объясните почему.

(16 баллов)

В этой задаче требуется привести полное доказательство:

Задача 10.

Найдите все пары натуральных чисел $m > 1$ и $n > 1$, для которых $m + 1$ делится на n , а $n^2 - n + 1$ делится на m .

(16 баллов)

В этой задаче требуется привести полное доказательство: