<table>
<tr><td colspan="12">Заполняется членами жюри. Пометки участников не допускаются!</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Ш И Ф Р</td><td>Задача 1</td><td>Задача 2</td><td>Задача 3</td><td>Задача 4</td><td>Задача 5</td><td>Задача 6</td><td>Задача 7</td><td>Задача 8</td><td>Задача 9</td><td>Задача 10</td><td>Итого баллов</td></tr>
<tr><td>Max 7</td><td>Max 7</td><td>Max 7</td><td>Max 7</td><td>Max 7</td><td>Max 7</td><td>Max 13</td><td>Max 13</td><td>Max 16</td><td>Max 16</td><td>Max 100</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

МАТЕМАТИКА

11 класс

Вариант 1

Время выполнения заданий – 180 минут
Максимальная оценка – 100 баллов

---

1. В задачах <u>первого блока №№ 1-6</u> необходимо привести лишь ответ. Свободное место на странице можно использовать в качестве черновика. Дополнительные записи, помимо ответа, на оценку по этим задачам не повлияют.

2. Решения задач <u>второго блока №№ 7-8</u> необходимо записать в виде ответа и подробной схемы решения с перечислением всех ключевых утверждений и шагов доказательства.

3. В задачах <u>третьего блока №№ 9-10</u> необходимо привести полное решение: ответ (если предполагается) и полное доказательство. Без доказательства задача будет считаться нерешённой даже при наличии верного ответа.

Задача 1.

Найдите такое натуральное n, что выражение $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{n}$ равно целому числу.

Ответ: ________________ (7 баллов)

Задача 2.

Определите ближайшее целое число к значению $\dfrac{10^{2022}+10^{2024}}{10^{2023}+10^{2023}}$.

Ответ: ____________ (7 баллов)

Задача 3.

Продавец сложил апельсины в пирамидальную горку, в основании которой лежит основа размером 5 на 7 апельсинов. Каждый апельсин выше первого уровня лежит в углублении, образованном четырьмя апельсинами уровнем ниже. Сколько апельсинов в этой горке, если известно, что в неё больше невозможно добавить апельсинов?

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 4.

Сколько существует натуральных чисел n, которые удовлетворяют условию

$$(130n)^{50} > n^{100} > 2^{200}?$$

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 5.

Известно, что у многочлена $x^3 - ax^2 + bx - 2022$ имеются три натуральных корня. Какое минимальное значение может принимать a?

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 6.

Робот учится играть в “крестики-нолики”: он сначала выбирает (равновероятно) одну случайную клетку таблицы 3×3, в которую ставит “крестик”. Затем он ставит “крестик” случайно и равновероятно в одну из оставшихся клеток. Наконец, он делает так и третий раз. Найдите вероятность того, что три “крестика” стоят в ряд. (То есть либо все в одной вертикали, либо все в одной горизонтали, либо все в одной главной диагонали). В качестве ответа укажите число $1/\alpha$, где α – искомая вероятность.

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 7.

Окружности Γ радиуса 36 внутренним образом касаются три другие окружности: Ω, ω_1 и ω_2, которые попарно касаются друг друга внешним образом. Известно, что Ω содержит центр окружности Γ, а радиусы окружностей ω_1 и ω_2 равны друг другу. Вычислите длину радиуса окружности ω_1.

Ответ: ________________ (13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 8.

Четыре автомобиля: A, B, C и D – двигаются с постоянной скоростью по одному и тому же шоссе: A, B и C в одном направлении, а D – в противоположном. Автомобиль A проехал мимо автомобилей B и C в 8:00 и 9:00 соответственно, а с автомобилем D встретился в 10:00. Автомобиль D встретился с автомобилями B и C в 12:00 и 14:00 соответственно. Определите, в какое время автомобиль B обогнал автомобиль C.

Ответ: ______________ (13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 9.

Дана клетчатая доска 5×5 и неограниченный набор костяшек домино 2×1, каждая по размеру ровно как две соседние клетки доски. Костяшки разрешено класть на доску только согласно линиям деления на клетки и только в один слой. Доска называется *заполненной*, если невозможно положить на неё ещё одну костяшку домино. Какое минимальное количество доминошек должно быть на доске, чтобы она оказалась заполненной?

(16 баллов)

В этой задаче требуется привести **полное доказательство:**

Задача 10.

Найдите все такие пары различных натуральных чисел a и b, для которых $b^2 + a$ — степень простого числа и $a^2 + b$ делится на $b^2 + a$.

(16 баллов)

В этой задаче требуется привести **полное доказательство:**