Заполняется членами жюри. Пометки участников не допускаются!											
Ш И Ф Р	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10	**Итого баллов**
	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 7	Max 13	Max 13	Max 16	Max 16	**Max 100**

МАТЕМАТИКА

11 класс

Вариант 3

Время выполнения заданий – 180 минут
Максимальная оценка – 100 баллов

1. В задачах первого блока №№ 1-6 необходимо привести лишь ответ. Свободное место на странице можно использовать в качестве черновика. Дополнительные записи, помимо ответа, на оценку по этим задачам не повлияют.

2. Решения задач второго блока №№ 7-8 необходимо записать в виде ответа и подробной схемы решения с перечислением всех ключевых утверждений и шагов доказательства.

3. В задачах третьего блока №№ 9-10 необходимо привести полное решение: ответ (если предполагается) и полное доказательство. Без доказательства задача будет считаться нерешённой даже при наличии верного ответа.

Задача 1.

Допустим, $\frac{2}{3}$ от 10 бананов стоят столько же, сколько 8 апельсинов. Сколько апельсинов стоят столько же, сколько $\frac{1}{2}$ от 15 бананов?

Ответ: _______________ (7 баллов)

Задача 2.

Вычислите произведение:

$$\frac{8}{4}\cdot\frac{12}{8}\cdot\frac{16}{12}\cdot\ldots\cdot\frac{4n+4}{4n}\cdot\ldots\cdot\frac{2024}{2020}.$$

Ответ: ________________ (7 баллов)

Задача 3.

Чему равна разность суммы первых 2023 чётных чисел и суммы первых 2023 нечётных чисел?

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 4.

Найдите значение x, при котором выполняется следующее равенство: $25^{-2} = \dfrac{5^{48/x}}{5^{26/x} \cdot 25^{19/x}}$.

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 5.

Первые три числа некоторой последовательности равны $2023, 2024$ и 2025. Далее последовательность строят по такому правилу: для идущих подряд чисел a_i, a_{i+1} и a_{i+2} следующий член a_{i+3} определяется как $a_i + a_{i+1} - a_{i+2}$. Например, четвёртое число в этой последовательности равно $2023 + 2024 - 2025 = 2022$. Определите, какое число стоит в этой последовательности на 2022 месте.

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 6.

При нажатии кнопки, игровой автомат выдаёт случайное целое число от 10 до 99 (с одинаковой вероятностью). Игрок побеждает, если в десятичной записи выпавшего числа есть цифра 3. Найдите вероятность выигрыша при одном нажатии на кнопку.

Ответ: ______________ (7 баллов)

Задача 7.

Дан квадрат $ABCD$. Пусть окружность с центром в вершине A и радиуса AB пересекает окружность, построенную на отрезке DC как на диаметре, в точках D и E. Найдите расстояние от E до стороны AD, если длина стороны квадрата равна 6.

Ответ: ______________ (13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 8.

В математической лотерее случайно выбирают десятизначное число, и выигрышными становятся все десятизначные номера, которые совпадают с выбранным ровно в 9 позициях и при этом делятся на 7. Сколько выигрышных номеров будет в случае, если было выбрано число 1234567890?

Ответ: ________________ (13 баллов)

В этой задаче, кроме ответа, требуется записать схему решения (тезисное доказательство) – список всех важных шагов и ключевых утверждений доказательства без технических деталей.

Тезисное доказательство:

Задача 9.

В секретной Ковровой комнате во дворце есть большой прямоугольный ковер неизвестных размеров. Известно только, что длины его сторон выражаются целым числом метров, и что на ковре можно разместить без наложений 234 квадратных коврика размером 3×3 метра, у которых стороны параллельны сторонам большого ковра. Определите максимальное количество ковров размером 1×5 метра со сторонами, параллельными сторонам большого ковра, которые гарантированно можно разместить без наложений на большом ковре.

(16 баллов)

В этой задаче требуется привести **полное доказательство:**

Задача 10.

Найдите все пары натуральных чисел m и n, для которых число $(m^2 + n)(n^2 + m)$ является пятой степенью простого числа.

(16 баллов)

В этой задаче требуется привести **полное доказательство:**