



ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА

Всероссийской олимпиады школьников «Высшая проба»
по профилю «Математика» для 10 класса

2023/2024 уч. г.



ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Вопрос 1

Балл: 9,00

Паша выписал на доску в порядке возрастания 6 чисел, являющихся последовательными членами некоторой арифметической прогрессии. Хулиган Ваня стёр два из них, а также дописал одно новое число. В итоге на доске оказались числа

$$12, 26, 33, 38, 47.$$

Найдите наибольшее число, стёртое Ваней.

Ответ:

Правильный ответ: 40

Вопрос 2

Балл: 10,00

Крош и Ёжик решили узнать, кто быстрее пробежит дистанцию длиной 10 километров по прямой дороге.

В момент старта Крош по ошибке побежал в направлении, перпендикулярном дороге. В какой-то момент он понял, что побежал не туда, и сразу побежал по прямой к финишу. В результате на финише Крош и Ёжик оказались одновременно, хотя Крош бежал в 5 раз быстрее Ёжика. Сколько километров пробежал Крош после того, как понял свою ошибку?

Ответ:

Правильный ответ: 26

Вопрос 3

Балл: 11,00

Найдите количество четырёхзначных натуральных чисел, у которых в десятичной записи

- нет цифры 0;
- сумма любых двух соседних цифр делится на 3.

Ответ:

Правильный ответ: 243

Вопрос 4

Балл: 12,00

Дан белый клетчатый квадрат 10×10 . Какое наибольшее количество клеток в нём можно закрасить в чёрный цвет так, чтобы не нашлось 4 чёрных клеток, идущих подряд по вертикали или горизонтали?

Ответ:

Правильный ответ: 76

Вопрос 5

Балл: 13,00

Дана функция $g(x) = x^2 + px + q$ (где p и q — некоторые действительные числа). Известно, что для любого действительного a найдётся действительное b такое, что $g(b) = g(a) + b$. Какое наибольшее значение может принимать p ?

Ответ:

Правильный ответ: 0,5

Вопрос 6

Балл: 14,00

На доске записано натуральное число N , не делящееся на 9. Петя заметил следующее: какие цифры в этом числе ни вычёркивай, оставшееся число не делится на 9 (вычёркивать можно одну или несколько цифр, но не все). Какое наибольшее значение может принимать N ?

Ответ:

Правильный ответ: 88888888

Вопрос 7

Балл: 15,00

Две окружности ω_1 и ω_2 с центрами O_1 и O_2 соответственно пересекаются в точках P и Q . Продолжение отрезка O_1Q за точку Q пересекает ω_2 в точке B , а продолжение отрезка O_2Q за точку Q пересекает ω_1 в точке A . Прямая, параллельная AB и проходящая через точку Q , пересекает ω_1 и ω_2 в точках M и N соответственно. Найдите MN , если $PA = 13$ и $PB = 12$.

Ответ:

Правильный ответ: 25

Вопрос 8

Балл: 16,00

Петя придумал 2022 различных множества и назвал их Васе. Вася в ответ должен придумать n различных множеств таким образом, чтобы любое множество Пети являлось пересечением каких-то двух различных множеств Васи. При каком наименьшем n Вася сможет гарантированно осуществить задуманное?

Ответ:

Правильный ответ: 2023