

## Вопрос 1

Балл: 6,00

Студенты Виктор и Дмитрий успешно закончили курс по эконометрике и решили стать ассистентами в следующем году. В курсе 4 домашние работы и парни должны заранее распределить, кто какую проверяет. Каждый из студентов имеет свои предпочтения на множестве домашек (от 1й до 4й), выраженные следующей функцией полезности. Для Виктора это 0, 2, 6, -2; для Дмитрия это 7, 17, 3, 5. Все знают функции полезности друг друга. Первым какую-то домашку бронирует Виктор, затем Дмитрий, затем снова Виктор, и последняя невыбранная достается Дмитрию. Какую полезность в равновесии получит Дмитрий?

Ответ:

Правильный ответ: 12

## Вопрос 2

Балл: 6,00

Клиент подает заявку в банк на получение кредита. Клиент может вести себя добросовестно и платить в срок, а может затягивать платежи. Банк в свою очередь может предложить высокую ставку кредита или низкую. Очевидно, что высокая ставка увеличивает шансы задержек по платежу, но повышает прибыль банка. Матрица игры такая:

	низкий %	высокий %
вовремя	12,3	6,4
опоздать	10,2	8,1

Найдите ожидаемый выигрыш **клиента** в равновесии Нэша в смешанных стратегиях.

Ответ:

Правильный ответ: 9

## Вопрос 3

Балл: 6,00

Три железнодорожных перевозчика хотят построить вместе участок железной дороги из города А в город О через города Е и И. (расположение слева направо А Е И О). Компания 1 возит грузы только из города А в Е, построить такой участок дороги стоит 450 млн руб. Компания 2 возит грузы из А в Е и далее в И, участок от Е до И стоит 200 млн руб. Всей

Теория игр

дорогой до О пользуется только компания 3. При этом участок И О стоит 400 млн. руб. Перевозчики договорились, что будут делить расходы на строительство согласно вектору Шепли. Сколько должна заплатить 3 компания (в млн. рублей)?

Ответ:

Правильный ответ: 650

Вопрос 4

Балл: 6,00

Две соседних клиники изо дня в день устанавливают цены на осмотр стоматолога. Клиенты в целом не видят между ними различий и выбирают более дешевое предложение (либо подкидывают монетку, если цены равны). Если клиники сговариваются, то каждый день могут получить прибыль в 100 тыс. рублей. Выигрыш каждой клиники является стандартным дисконтированным выигрышем за все периоды (бесконечное число). Дисконт клиник одинаков. Если какая-то клиника подрежет другую по цене, то единоразово может получить прибыль 160 тыс. рублей, однако со следующего дня до конца времен клиники войдут в режим жесткой конкуренции и будут вынуждены ставить цену на уровне себестоимости (минимальной окупаемости бизнеса). Найдите минимальный дисконт клиник, при котором им удастся поддерживать сговор в равновесии в бесконечно повторяющейся игре. Ответ округлите до сотых.

Ответ:

Правильный ответ: 0,38

Вопрос 5

Балл: 8,00

Два игрока играют в следующую игру с неполной информацией. Сначала природа выбирает состояние мира — четное с вероятностью  $1/4$  или нечетное с вероятностью  $3/4$ . Игрок 1 узнает состояние, а игрок 2 нет. Затем игроки одновременно делают ход. Игрок 1 выбирает верх или низ, Игрок 2 — лево или право. Матрицы платежей:

	В четном состоянии	
	L	R
T	2,13	4,9
B	10,4	8,6

	В нечетном состоянии	
	L	R
T	7,8	11,2
B	3,5	5,11

Найдите ожидаемую полезность игрока 2 в равновесии Байеса-Нэша.

Ответ:

Правильный ответ: 7

Вопрос 6

Балл: 6,00

## Теория игр

Стас и Виталий играют в стандартные крестики нолики 3 на 3. Они кинули монетку, чтобы определить, кто начинает, и она определила, что Виталий ходит первым. Стас, расстроившись, в сердцах сказал Виталию, что он (Виталий) может даже два раза сходить, а потом уже они будут чередовать ходы как обычно. Виталий не стал переубеждать Стаса. Далее игроки играют рационально. Кто выиграет в равновесии, совершенном по подыграм?

Ответ:

Правильный ответ: Виталий

Вопрос 7

Балл: 6,00

Производитель 1 поставляет в торговую сеть минеральную воду, а производитель 2 апельсиновый сок. Товары потенциально способны заинтересовать одну и ту же категорию потребителей. Производители одновременно и независимо рекомендуют цену  $p_1$  и  $p_2$  на свой товар, соответственно. Спрос на товар каждого производителя убывает с ростом его собственной цены и возрастает с ростом цены конкурента. Спрос на товар производителя 1  $q_1=700-3p_1+2p_2$ , производителя 2  $q_2=700-3p_2+2p_1$ . Прибыль равна произведению спроса на свою цену за вычетом издержек, которые у обоих продавцов составляют 20 ед. на штуку товара. Найдите цену на сок в равновесии Нэша. При необходимости округлите ответ до десятых.

Ответ:

Правильный ответ: 190

Вопрос 8

Балл: 6,00

Алиса, Борис и Валиса выбирают заказать пиццу или роллы последовательным голосованием. Побеждает альтернатива с большим числом голосов, при ничьей кидается монетка. У каждого есть некоторые предпочтения на исходах. Сначала Борис объявляет вслух свой выбор. Потом Алиса и Василиса пишут свой выбор независимо и тайно на бумажках, после чего одновременно их открывают. Ситуацию можно представить как игру в развернутой форме. Сколько стратегий в ней у Василисы?

Ответ:

Правильный ответ: 4

Вопрос 9

Балл: 8,00

Имеется круглое озеро, вокруг которого равномерно отдыхают отпускники, масса которых нормирована к 3. Вокруг озера должны одновременно и независимо занять свои позиции три

### Теория игр

продавца раков. Цена одной порции раков у них фиксирована и её продавцы изменить не могут. Так как цена фиксирована отдыхающие покупают раков у ближайшего продавца, чтобы минимизировать издержки времени на то, чтобы дойти до продавца. При этом каждый покупает одну порцию раков. Продавцы выбирают расположение, которое в итоге образует равновесие Нэша, при этом продавцы хотят максимизировать свою прибыль. Ассоциируйте систему координатной с минутным циферблатом. Один продавец занял расположение на отметке 5 мин, второй 55 мин. Где может быть расположен третий продавец? В ответе напишите число, набор чисел или интервал, без слова «минуты».

Ответ:

Правильный ответ: [25,35]

Вопрос 10

Балл: 8,00

Компания А выбирает, в каком из регионов построить электростанцию. В первом регионе функционирует фирма Б, рыночная цена  $p$  за единицу электроэнергии складывается исходя из суммы предлагаемых компаниями мощностей по формуле  $p=1100-\sum q_i$ , где сумма берется по объему производства всех фирм в этом регионе. Во втором регионе функционируют фирмы В, Г, Д и Е, рыночная цена на единицу электроэнергии складывается исходя из суммарного предложения мощности по формуле  $p=2600-\sum q_i$ , где сумма берется по объему производства всех фирм в этом регионе. После того как фирма А выбирает рынок, далее она одновременно с другими фирмами на этом рынке выбирает объем производства. Прибыль фирмы А составляет ее доход от продажи  $q_A$  единиц электроэнергии по цене  $p$  за вычетом издержек в размере 200 на каждую единицу произведенной электроэнергии. У всех остальных фирма прибыль устроена аналогичным образом. Найдите прибыль фирмы А в равновесии.

Ответ:

Правильный ответ: 160000

Вопрос 11

Балл: 8,00

Трое друзей нашли шкатулку, в которой 8 старинных монет. Они хотят их поделить и приходят к старшему брату одного из ребят. Тот устанавливает следующее правило дележа: каждый тайно загадывает целое число монет от 1 до 8 (включая 1 и 8), которое хочет получить, и сообщает его старшему брату. Если сумма не превышает 8, то брат раздает монеты в соответствии с заявками друзей. Если превышает, то брат оставляет всю шкатулку себе. Сколько равновесий в чистых стратегиях есть в этой игре?

Ответ:

Правильный ответ: 21

Вопрос 12

Балл: 8,00

Два игрока играют в игру с матрицей платежей записанной ниже. Первый игрок выбирает между стратегиями T, M и B. Второй — L и R.

	L	R
T	4,7	10,3
M	6,10	2,8
B	7,0	10,5

Найдите все равновесия, выберите равновесие, в котором игрок 1 будет играть стратегию T с максимальной возможной среди этих равновесий вероятностью. Запишите найденную вероятность в ответ в виде дроби.

Ответ:

Правильный ответ: 5/9

Вопрос 13

Балл: 6,00

Илон Маск со своим партнером делит годовую прибыль от проекта 100 млн. долларов. Сначала Маск делает свое предложение о своей желаемой доле (сумме). Если партнер откажется, то далее партнер может сделать контрпредложение. Если Маск откажется, то они не успеют вложить деньги в сверхвыгодный горящий проект и можно считать, что каждый не получит ничего. Дисконт Илона Маска 0,9, партнера 0,7. Какую сумму в равновесии, совершенном по подыграм, получит Илон Маск? Ответ запишите в виде числа в млн. долларов, т.е. число не превышающее 100.

Ответ:

Правильный ответ: 30

Вопрос 14

Балл: 6,00

Света, Даша, Оля и Алиса собираются идти на пикник. Света обещает взять сок на всех, Алиса сделает бутерброды, Оля купит фрукты, а Даша возьмет большое покрывало. Оля и Даша беспокоятся, что сока хватит, обещают жаркую погоду, поэтому каждая девочка подумывает, а не взять ли ей дополнительную бутылку с водой. На самом деле, еще бутылка воды всем не помешает, но вот две будут уже явно лишними, а нести их тяжело. Алиса решила взять дополнительные салфетки, а Света стаканчики. Кто является стратегическими игроками в этой игре? (при необходимости разделите имена запятой)

Ответ:

Правильный ответ: Оля, Даша

Вопрос 15

Балл: 6,00

Руководитель предлагает сотрудникам отдела, состоящего из 10 человек, анонимно собрать деньги на все дни рождения в следующем году. Сотрудник должен внести не менее 100 рублей, но также не может внести более 2000 рублей. Отказаться от этого нельзя, можно уволиться из компании, но это приведет к огромным потерям. После того как будет сформирован денежный фонд, руководитель добавит какое-то количество денег в фонд так, что собранная сумма утроится. После этого в течение года каждый сотрудник независимо от вклада получит в подарок десятую часть размера фонда. Предположим, что сотрудники ведут себя рационально и некооперативно. Сколько в следующем году получит каждый сотрудник на день рождения? Считайте, что руководитель не скидывается и не получает деньги из фонда на день рождения.

Ответ: 

Правильный ответ: 300