

Вопрос 1

Балл: 5,00

Владельцы нового книжного магазина организовали акцию в день открытия: покупатель получает 100%-скидку, если покупка была совершена в  $X$  часов 30 минут (например, 09:30, 10:30 и т.д., секунды не имеют значения). Магазин работает с 09:00 до 22:00 (т.е. первая покупка возможна в 09:00, последняя покупка – в 21:59). Каждую минуту работы магазина совершается ровно одна покупка. Найдите вероятность того, что посетитель, пришедший в магазин после 17:49:59, при совершении покупки получит товар бесплатно? Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

Ответ:

Правильный ответ: 0,016

Вопрос 2

Балл: 5,00

Для проведения социологического исследования был организован процесс сбора данных с помощью телефонного опроса. В среднем за 12-часовой рабочий день оператор call-центра совершает 72 успешных звонка (т.е. респонденту дозвонились, и он прошёл опрос). Какова вероятность, что за 30 минут оператор совершит не менее 2 успешных звонков? Основание натурального логарифма примите равным  $2,72$ . Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

Ответ:

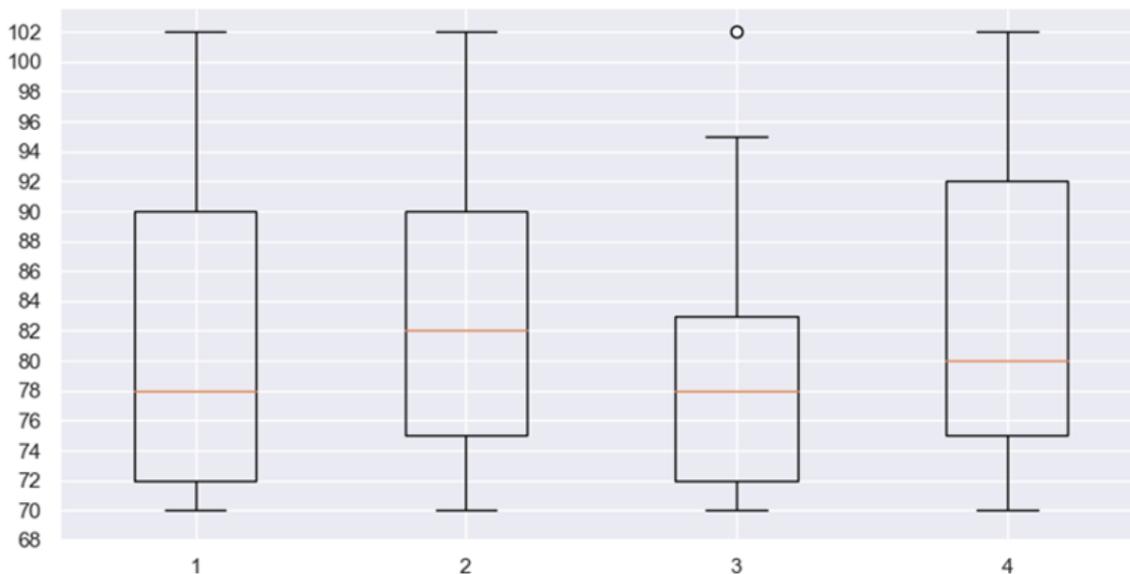
Правильный ответ: 0,801

Вопрос 3

Балл: 5,00

Для оценки здоровья пациента был установлен прибор, измеряющий пульс пациента. В таблице представлены результаты часового наблюдения. Выберите корректную коробчатую диаграмму для данного распределения:

№ измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Пульс	72	78	89	95	102	83	70	72	72	75	82	78	90



- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. 4
- e. Ничего из перечисленного

Правильный ответ:

1

Вопрос 4

Балл: 5,00

Выберите неверное суждение относительно различных типов распределений:

- a. Математическое ожидание и дисперсия пуассоновской случайной величины совпадают
- b. Диапазон значений распределения Хи-квадрат охватывает все действительные числа

- 
- c.  
При  $df > 30$  распределение Стьюдента практически не отличается от распределения Гаусса
- 
- d.  
Распределение Фишера имеет два параметра степеней свободы
- 
- e.  
Биномиальное распределение относится к дискретным распределения вероятностей

Правильный ответ:

Диапазон значений распределения Хи-квадрат охватывает все действительные числа

Вопрос 5

Балл: 5,00

Дифференциальное уравнение  $(2e^y - x) y' = 1$  имеет решение:

- 
- a.  
 $x = C e^{-2y} + e^y$
- 
- b.  
 $x = C e^{-y} + e^y$
- 
- c.  
 $x = C_1 e^{-y} + C_2 e^y$
- 
- d.  
 $x = C_1 e^{-2y} + C_2 e^y$
- 
- e.  
 $x = C e^{-2y}$

Правильные ответы:

$x = C e^{-y} + e^y,$

$x = C e^{-2y} + e^y,$

$x = C e^{-2y},$

$x = C_1 e^{-y} + C_2 e^y,$

$x = C_1 e^{-2y} + C_2 e^y$

Вопрос 6

Балл: 5,00

Дифференциальное уравнение  $y^{IV} - 10 y''' + 9 y' = 0$  имеет решение:

a.

$$y = C_1 + C_2 e^x + C_3 e^{-x} + C_4 e^{3x} + C_5 e^{-3x}$$

b.

$$y = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 x^3 + C_5 x^4$$

c.

$$y = C_1 + C_2 (e^x + e^{-x}) + C_3 (e^{3x} + e^{-3x})$$

d.

$$y = e^{-x} (C_2 + C_3 x) + e^{-3x} (C_4 + C_5 x)$$

e.

$$y = C_1 + e^x (C_2 + C_3 x) + e^{3x} (C_4 + C_5 x)$$

Правильные ответы:

$$y = C_1 + e^x (C_2 + C_3 x) + e^{3x} (C_4 + C_5 x),$$

$$y = e^{-x} (C_2 + C_3 x) + e^{-3x} (C_4 + C_5 x),$$

$$y = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 x^3 + C_5 x^4,$$

$$y = C_1 + C_2 e^x + C_3 e^{-x} + C_4 e^{3x} + C_5 e^{-3x},$$

$$y = C_1 + C_2 (e^x + e^{-x}) + C_3 (e^{3x} + e^{-3x})$$

Вопрос 7

Балл: 5,00

В Евклидовом пространстве найдите ортогональную проекцию  $\vec{a}$  вектора  $\vec{x}$  на подпространство L:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Подпространство L, натянуто на векторы:

$$\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

a.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

b.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

с.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

d.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

е.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Правильный ответ:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Вопрос 8

Балл: 5,00

Решите систему алгебраических уравнений

$$\begin{cases} (1+i)z_1 + (2-i)z_2 = i \\ (1+2i)z_1 + (3-i)z_2 = 1 \end{cases}$$

a.

$$z_1=4+i; z_2=3i$$

b.

$$z_1=4+i; z_2=-3i$$

с.

$$z_1=-4-i; z_2=-3i$$

d.

$$z_1=-4-i; z_2=3i$$

е.

Верного ответа нет

Правильный ответ:

$$z_1=-4-i; z_2=3i$$

Вопрос 9

Балл: 5,00

Найти координаты вектора  $\vec{x}$ , в базисе  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ .

Где

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

a.

$$\vec{x}_{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

b.

$$\vec{x}_{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

c.

$$\vec{x}_{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

d.

$$\vec{x}_{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

e.

$$\vec{x}_{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Правильный ответ:

$$\vec{x}_{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Вопрос 10

Балл: 5,00

Производная функции  $y(x) = \text{Cos}^{2024}(1+2x)$  имеет вид:

a.

$$y'(x) = -4048 \times \text{Cos}^{2023}(1+2x) \text{ Sin}(1+2x)$$

b.

$$y'(x) = -4048 \times \cos(1+2x) \sin^{2023}(1+2x)$$

c.

$$y'(x) = 2024 \cos(1+2x) \sin^{2023}(1+2x)$$

d.

$$y'(x) = 4048 \times \cos(1+2x) \sin^{2023}(1+2x)$$

e.

$$y'(x) = -2024 \cos^{2023}(1+2x) \sin(1+2x)$$

Правильный ответ:

$$y'(x) = -4048 \times \cos^{2023}(1+2x) \sin(1+2x)$$

Вопрос 11

Балл: 5,00

При каких  $t$  двусторонний ряд

$$\dots - \frac{e^{-nit}}{n} - \dots - \frac{e^{-2it}}{2} - \frac{e^{-it}}{1} + \frac{e^{it}}{1} + \frac{e^{2it}}{2} + \dots + \frac{e^{nit}}{n} + \dots$$

сходится?

a.

Ряд сходится при всех  $t \neq \pm \pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi, \dots$

b.

Ряд расходится при любых  $t$

c.

Ряд сходится при любых  $t$

d.

Ряд сходится при всех  $t \neq 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$

e.

Ряд сходится при любых  $t \neq 0$

Правильный ответ:

Ряд сходится при всех  $t \neq 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$

Вопрос 12

Балл: 5,00

Исследователь намерен оценить с вероятностью 95% долю людей, имеющих в своем пользовании домашний компьютер. Предыдущее исследование показало, что у 40% опрошенных дома имеется компьютер. Исследователь желает быть точным в пределах 2% от

истинного значения доли в генеральной совокупности. Укажите минимальный необходимый размер выборки.

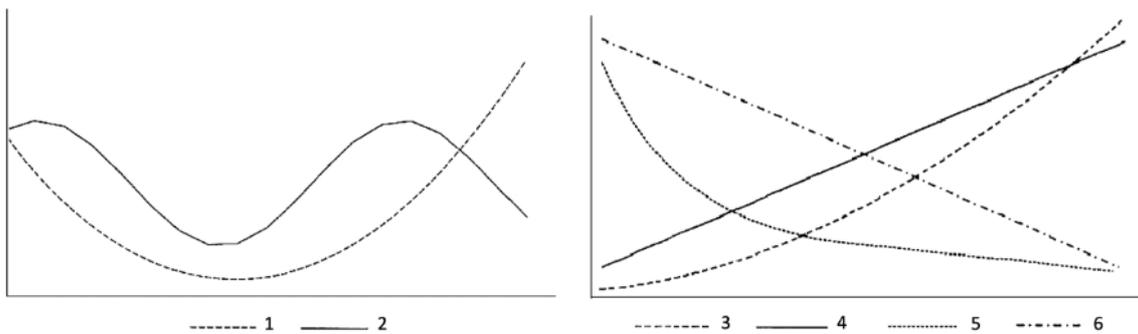
- a. 5762
- b. 2352
- c. 2305
- d. 3841

Правильный ответ:  
2305

Вопрос 13

Балл: 5,00

Студенты для представления результатов своего исследования графически визуализировали зависимости между переменными. Определите, какие виды связи проиллюстрированы на графиках.



- a. Только монотонные зависимости
- b. Линейные монотонные (4, 6), нелинейные монотонные (2, 3, 5), немонотонные (1)
- c. Линейные монотонные (3, 6), нелинейный монотонные (1, 2, 4, 5)
- d. Только немонотонные зависимости
- e. Линейные монотонные (4, 6), нелинейные монотонные (3, 5), немонотонные (1, 2)

Правильный ответ:

Линейные монотонные (4, 6), нелинейные монотонные (3, 5), немонотонные (1, 2)

Вопрос 14

Балл: 5,00

Перед аналитиком поставили задачу установить, есть ли связь между возрастом человека и его вероисповеданием на уровне 95% доверительной вероятности. Для решения задачи он обратился к критерию Хи-квадрат, а также запросил стандартизованные остатки для конкретизации связи. Какой вывод он должен сделать?

**Принадлежность к религии или конфессии в настоящее время \* Возраст респондента Crosstabulation**

Standardized Residual

		Возраст респондента				
		18-25	26-35	36-45	46-55	55+
Принадлежность к религии или конфессии в настоящее время	Католицизм	,8	-,3	-2,1	,9	,4
	Протестантизм	-,2	-2,6	-,5	-2,1	2,7
	Восточное христианство	-2,6	,4	1,5	-,5	,3
	Другая христианская конфессия	-,6	,7	1,5	1,7	-1,9
	Иудаизм	1,9	-,9	-,1	-,9	,3
	Ислам	3,1	2,9	3,4	,9	-4,8
	Восточные религии	-,2	3,9	,3	-,6	-1,6
	Другие нехристианские религии	,7	1,6	1,0	-,6	-1,2

**Chi-Square Tests**

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	127,112 <sup>a</sup>	28	,000
Likelihood Ratio	120,245	28	,000
Linear-by-Linear Association	32,204	1	,000
N of Valid Cases	9872		

a. 9 cells (22,5%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,22.

- a. На уровне доверия 95% между религиозной принадлежностью и возрастом есть связь: людям в возрасте 26-35 лет свойственно относить себя к протестантству.
- b. На уровне доверия 95% связь между признаками отсутствует.
- c. На уровне доверия 95% между религиозной принадлежностью и возрастом есть связь: людям в возрасте 18-35 лет свойственно относить себя к религии ислам.
- d. Имеющиеся показатели ограничивают возможность сделать корректный вывод о наличии

связи между признаками.

Правильный ответ:

Имеющиеся показатели ограничивают возможность сделать корректный вывод о наличии связи между признаками.

Вопрос 15

Балл: 5,00

Найдите скалярное произведение векторов  $2\vec{a}$  и  $\vec{b}$  в Евклидовом пространстве, если  $\vec{a} = (-1, 2, 1)$  и  $\vec{b} = (2, -1, 4)$ .

- a. -1
- b. 0
- c. -2
- d. 1
- e. 2

Правильный ответ:

0

Вопрос 16

Балл: 5,00

Исследовательница Агафья оценила математическое ожидание и дисперсию нормально распределённой случайной величины  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , располагая выборкой из 100 наблюдений. Затем она решила проверить гипотезу  $H_0 : \mu = 5$  при альтернативной  $H_1 : \mu > 5$  и получила  $p$ -value = 0.03. Какой вывод можно сделать относительно проверки такой гипотезы?

- a. альтернативная гипотеза не отвергается на уровне значимости 10%
- b. нулевая гипотеза не отвергается на уровне значимости 1%
- c. нулевая гипотеза не отвергается на уровне значимости 5%
- d. альтернативная гипотеза не отвергается на уровне значимости 1%

е.

нулевая гипотеза не отвергается на уровне значимости 10%

Правильный ответ:

нулевая гипотеза не отвергается на уровне значимости 1%

Вопрос 17

Балл: 5,00

Для случайных величин  $X$  и  $Y$  заданы следующие значения:  $\mathbb{E}(X) = \mathbb{E}(Y) = 1$ ,  $\text{Var}(X) = 9$ ,  $\mathbb{E}(XY) = 10$ . Найдите  $\text{Cov}(2X - Y, 2X + 1)$ .

а.

-18

б.

18

с.

-9

д.

4

е.

9

Правильный ответ:

18

Вопрос 18

Балл: 5,00

Найдите значение следующего предела:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-x}}{\pi x}.$$

а.

1

б.

-1/π

с.

-1

- c.
- d.
- предел расходится
- e.
- $1/\pi$

Правильные ответы:  $1/\pi$ ,  
 $-1/\pi$ ,  
 $1$ ,  
 $-1$ ,  
 предел расходится

Вопрос 19

Балл: 5,00

Функция  $f$  имеет следующий вид:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 4x + 1, & x \leq 2, \\ \frac{1}{x}, & x > 2. \end{cases}$$

Найдите значение следующего интеграла:

$$\int_2^{2e} f(x) dx,$$

где  $e$  — число Эйлера.

$$\int_0^{2e} f(x) dx \quad \int_0^{2e} f(x) dx$$

- a.
- 7
- b.
- 0.25
- c.
- интеграл расходится
- d.
- 0
- e.
- 0.5

Правильные ответы:

7,

0,

0.5,

0.25,

интеграл расходится

Вопрос **20**

Балл: 5,00

Пусть  $X_1, \dots, X_n$  --- последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин из нормального распределения с математическим ожиданием 15 и дисперсией 9. К чему по вероятности стремится среднее арифметическое квадратов этих случайных величин при  $n$ , стремящимся к бесконечности.

- a. 234
- b. 6
- c. 15
- d. 24
- e. 9

Правильный ответ:

234