

Вопрос 1

Балл: 10,00

Петя проверяет не является ли купюра фальшивой. У него есть специальный аппарат, который работает следующим образом. Если купюра подлинная, то автомат сообщает, что она подлинная, с вероятностью 0.8. Если же купюра фальшивая, то автомат сообщает с вероятностью 0.6, что она фальшивая. Петя проверяет купюру два раза. Предположим, что оба раза автомат сообщает, что купюра подлинная. Какова вероятность того, что купюра фальшивая?

Ответ:

Правильный ответ: 0.2

Вопрос 2

Балл: 10,00

Найдите наибольшее значение интеграла

$$\frac{1}{\pi} \int_C (x^2 y - 2y) dx - xy^2 dy,$$

где C – произвольная гладкая кривая из точки $(-1, -1)$ в точку $(1, 1)$ (параметризованная гладкими функциями, без самопересечений).

Ответ:

Правильный ответ: 2

Вопрос 3

Балл: 10,00

Обозначим через V векторное пространство *ограниченных*, определённых на всей вещественной прямой, вещественнозначных решений дифференциального уравнения

$$y^{(2024)} - 2y^{(1012)} + y = 0.$$

Найдите $\dim V$.

Ответ:

Правильный ответ: 2

Вопрос 4

Балл: 10,00

Найдите $c \in \mathbb{R}$ при котором многочлен $y^4 - 4y + c$ имеет кратный корень.

Ответ:

Правильный ответ: 3

Вопрос 5

Балл: 10,00

Обозначим через X подмножество $GL_2(\mathbb{C})$, которое задается уравнением $A^5 = E$. Найдите количество компонент лиейной связности множества X .

Ответ:

Правильный ответ: 15

Вопрос 6

Балл: 10,00

Сколько решений имеет уравнение $x^2 = 1 \pmod{1155}$?

Ответ:

Правильный ответ: 16

Вопрос 7

Балл: 10,00

Назовем витражом прямоугольную пластину, состоящую из 2×2 прозрачных квадратов одного размера. Цвет квадратов одинаковый с обеих сторон пластины. Сколько имеется способов раскрасить витраж в три цвета с точностью до поворотов в пространстве?

Ответ:

Правильный ответ: 21

Вопрос 8

Балл: 10,00

Бесконечно дифференцируемая функция $x(a)$ задается в окрестности нуля как решение уравнения $2x - \sin x = a$. Найдите значение третьей производной x в точке 0.

Ответ:

Правильный ответ: -1

Вопрос 9

Балл: 10,00

Найдите определитель 3×3 матрицы A , если $\operatorname{tr} A = 1$, $\operatorname{tr} A^2 = -3$, $\operatorname{tr} A^3 = 4$.

Ответ:

Правильный ответ: 3

Вопрос 10

Балл: 10,00

Дно аквариума объема 20 сделано из камня, а боковые стенки – из стекла. Известно, что камень стоит в 5 раз дороже стекла (за единицу площади). Найдите размеры аквариума при которых стоимость – наименьшая. В ответе укажите длину **наибольшей** стороны.

Ответ:

Правильный ответ: 5